مثال ۱:

بالونی با سرعت ثابت $10\ m/s$ در ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین که بطرف بالا حرکت می کند در همان لحظه جسمی از آن رها می شود . چه مدت زمان طول می کشد تا آن جسم به زمین برسد؟

مثال ۲:

موشکی ابتدا با شتاب ثابت $2g$ حرکت خود را از زمین شروع و بطرف بالا می رود وبعد از زمان ۲ دقیقه سوخت آن تمام می شود حداکثر ارتفاع صعود و مدت زمان کل حرکت موشک(که طول می کشد تا آن موشک دوباره به زمین برسد)؟

مثال ۳:

پسر بچه ای از بالای یک ساختمان سقوط می کند. یک ثانیه بعد سوپر من با سرعت اولیه ای از بالای ساختمان خود را پرتاب می کند ودرست قبل برخورد پسر بچه با زمین اورا نجات می دهد . ارتفاع ساختمان و سرعت اولیه سوپرمن را پیدا کنید .

مثال ۴:

جسمی از بالای یک ساختمان شروع به سقوط آزاد می کند بطوریکه نصف کلّ مسیر (ارتفاع) در ثانیه آخر طی می کند. ارتفاع ساختمان و مدت زمان کل حرکت را پیدا کنید

فصل سوم – نیرو وقوانین نیوتن

مکانیک کلاسیک : در سرعتها و اندازه های حرکت معمولی وقابل درک برای انسان بحث می کند ویک نوع طبقه بندی (کلاسه بندی شده است) – معمار آن نیوتن

به همراه مکانیک کلاسیک ، مکانیک نسبیتی ومکانیک کوانتومی نیز وجود دارد که در محدوده خاصی که کلاسیک جوابگو نیست با دید جدیدی مسئله را حل می کنند ولی به هر حال مکمل همدیگر هستندو در حدگیری روابط کلاسیکی را تأیید می کنند

مکانیک دینامیک : بررسی حرکت توام با دلایل آن (وجود ویا تغییر حرکت)

مکانیک دینامیک : ارتباط دادن حرکت با عوامل موثر بر حرکت (محیط فیزیکی)

مکانیک دینامیک : نوشتن روابطی از حرکت با ترکیبی از پارامترهای حرکت ودیگر پارامترهای محیطی

$$ma = kx$$

نیرو

نیرو : عامل حرکت – یک رابطه که ارتباط حرکت با عوامل موثر بر آن(محیط) برقرار می سازد

نیرو : عاملی که در صدد تغییر حرکت یک جسم است

برآیند نیرو : عاملی که سبب تغییر حرکت یک جسم است

قوانین نیوتن

قانون اوّل : اگر بر جسمی نیرویی وارد نشود ویا برآیند نیروهای خارجی وارد بر آن صفر باشددر آن جسم تغییر حرکتی پیش نمی آید یعنی اگر ساکن است ساکن می ماند واگر متحرک است با سرعت ثابت ومستقیم الخط به حرکت خود ادامه می دهد

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{v} = cte\vec{}$$

دقت شود :

۱)در عمل دو حالت سکون وحرکت را در دو حالت بیان کرده است که بدلیل انتخاب چارچوب مرجع است واز هر دو (ساکن ویا متحرک با سرعت ثابت)جواب یکی است

۲) در قانون اول (ودوم) اشاره به نیروهای خارجی وارد بریک جسم مشخصی دارد

به قانون اول نیوتن اسامی دیگری نیز اطلاق می شود : قانون اینرسی – شرط اول تعادل – قانون لختی – قانون ماند

قانون دوم : اگر بر جسمی نیرویی وارد شود ویا برآیند نیروهای خارجی وارد بر آن صفر نباشددر آن جسم تغییر حرکتی پیش می آید که جهت آن تغییر حرکت با جهت برآیند نیرو یکی است و اندازه آن با نیرو متناسب ولی با جرم جسم رابطه معکوس دارد

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

قوانین نیوتن کاملا تجربی اثبات شده اند ومعمولا فقط بیان می شوند وانتظار اثبات نظری نباید داشت

چارچوب لخت (نیوتونی) به چارچوبهایی که نسبت به زمین ویا ستارگان خیلی دور ساکن هستند ویا نسبت به آنها سرعت ثابتی دارند گفته می شود.قوانین نیوتن فقط در دستگاه ها صادق هستند . شتاب به چارچوب انتخابی نیز بستگی دارد.

مثال ازچارچوب نالخت : اتومبیل که در حال شتاب گرفتن ویا ترمز کردن است ویا فرض کنید ناظری بر سیستم چرخانی سوار شده وهمراه آن می چرخد.

جرم؟

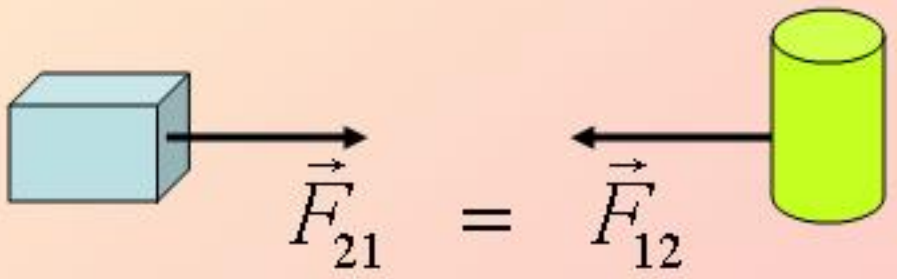
مفهوم جرم : جرم یک مفهوم کلّی بطوریکه یک تعریف کامل ومطلق نمی توان برای آن در نظر گرفت . تعریف جرم در مکانیک :

((مقدار مقاومتی که جسم در برابر تغییر حرکت از خود نشان می دهد))

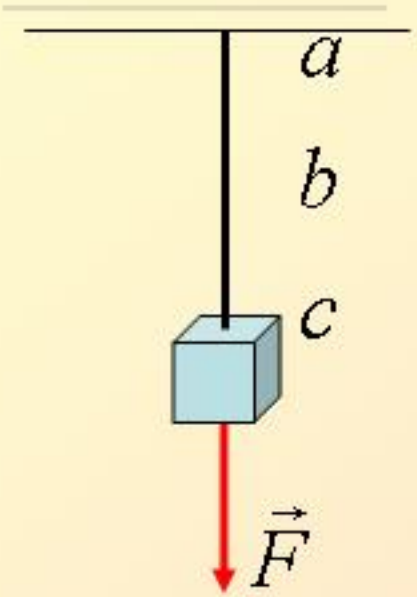
قانون سوم : اگر جسمی بر جسم دیگری نیرو وارد می کند ، جسم دوم نیز نیرویی بر جسم اول وارد می کند . اندازه این دو نیرو با هم برابر بوده ، با نقطه اثر متفاوت ودر خلاف جهت یکدیگرو یا به زبان دیگر:

برای هر عملی(نیرویی) عکس العملی است مساوی با آن ودر خلاف جهت آن

در دو قانون اول ودوم فقط یک جسم بررسی می شد در صورتیکه در قانون سوم نیروی وارد بر فقط (وفقط)دو جسم (نه بیشتر ونه کمتر) بحث می شود

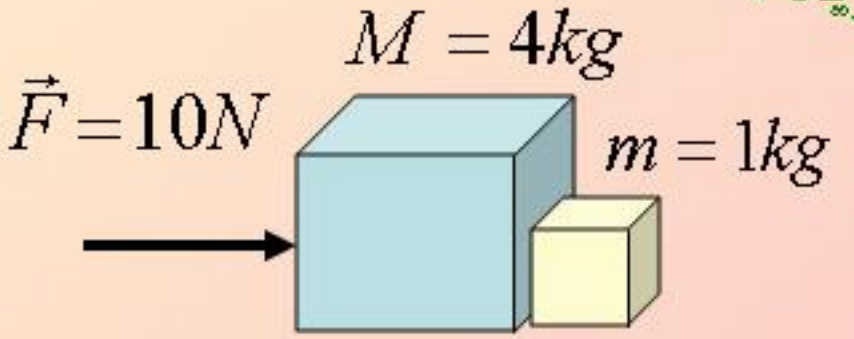


پرسش : اگر برای هر عملی عکس العملی وجود دارد پس انتظار می رود برایند کلّ نیروها در جهان صفر باشد یعنی شتاب وجود نداشته باشد . اشکال این جمله کجاست؟



پرسش : اگر در شکل زیر نیرو $\vec{F}$ به دو طریق آنی وبه تدریج وارد شود انتظار دارید طناب (همگن) از کدام نقطه پاره شود .

تمرین : نیروی عمل و عکس العمل در میان دو جسم زیر را پیدا کنید . سطح افق را بدون اصطکاک بگیرید .



ابعاد وواحدهای قانون دوم نیوتن در سیستمهای مختلف

قوانین نیوتن ، قوانین اساسی بوده وشکل ثابتی در تمام دستگاه ها دارند . ضریب تناسب برابر با یک وبدون واحد در نظر گرفته شده است . ومانند همه روابط بنیادی دیگر یک کمیّت اصلی ((جرم)) در آن استفاده است. $\sum \vec{F} = (k = 1) m \vec{a}$

الف) در دستگاه MKS $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

واحد جرم کیلوگرم و واحد شتاب متر برمجذور ثانیه است بنابراین واحد نیرو کیلوگرم متر بر مجذور ثانیه است. که به اختصار نیوتن نامیده می شود $1N = 1kg.m/S^2$

یک نیوتن نیرو بنا به تعریف مقدار نیرویی است که اگر به تنهایی به جسمی به جرم یک کیلوگرم وارد شود شتابی برابر با یک متر بر مجذور ثانیه در آن ایجاد کند.

اگر یک جسم ۱۰۰ گرمی را در دست بگیریم وزنی که احساس می کنیم معیار خوبی برای یک نیوتن نیرو است

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

ب) در دستگاه cgs

واحد جرم گرم و واحد شتاب سانتی متر برمجذور ثانیه است بنابراین واحد نیرودر این دستگاه گرم سانتیمتر بر مجذور ثانیه است. که به اختصار din نامیده می شود

$$1\,din = 1\,gr.cm/S^2$$

یک din نیرو بنا به تعریف مقدار نیرویی است که اگر به تنهایی به جسمی به جرم یک گرم وارد شود شتابی برابر با یک سانتیمتر بر مجذور ثانیه در آن ایجاد کند.

$$1\,din = 1gr \times \frac{1cm}{s^2} = 10^{-3}\,kg \times \frac{10^{-2}\,m}{s^2} = 10^{-5}\,(kg.m)/s^2 \rightarrow 1N = 10^5\,din$$

ج) در دستگاه بریتانیایی BTU

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

در این دستگاه نیرو کمیت اصلی وجرم کمیت فرعی است. واحد نیرو پوند است که:

طبق تعریف مقدار نیروی جاذبه زمین که در عرض لندن بر جرم استاندارد بریتانیایی وارد می شود

$$m_s = 451gr \rightarrow 1lb = 0.451 \times 9.81 \approx 4.5\,N$$

واحد جرم از قانون دوم از تقسیم واحد نیرو بر واحد شتاب بدست می اید

$$m = \frac{F}{a} \rightarrow \frac{lb}{ft/s^2} = \frac{4.5N}{0.32\,m/s^2} \approx 14.1kg \rightarrow 1slug \approx 14\,kg$$

با توجه به مطالب گفته شده چند مورد ایراد وارد بر دستگاه بریتانیایی را نام ببرید

پرسش : به نظر شما ترازو وزن را اندازه گیری می کند یا جرم را ؟

مراحل حلّ مسائل دینامیکی

۱) قبل از هر کاری جسم مورد مطالعه بایستی مشخص شود.

۲) نیروهای وارد بر جسم مورد مطالعه بایستی مشخص شود.علاوه بر نیروهایی که در صورت مسئله داده می شود سه نیروی وزن ، اصطکاک و عمود بر سطح نیز باید در نظر گرفته شوند

۳) همه نیروهای وارد از یک نقطه واحد (هم مبدأ) ترسیم شوند(نمودار آزاد جسم ویا ذره)

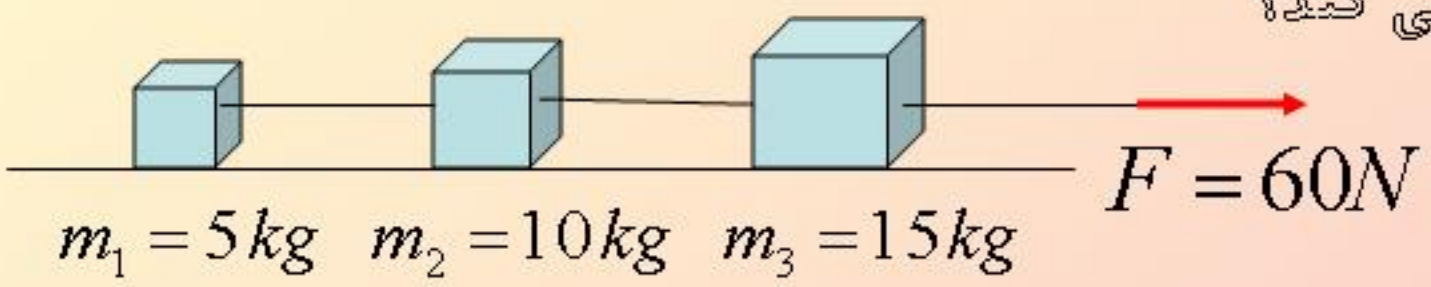
۴) محورهای مختصات مناسبی تعریف شوند که به ترتیب اولویت ۱) یکی از محورها موازی با شتاب ۲) یا سرعت اگر معلوم باشند۳) ویا نیروهای بیشتری روی محور ها قرار گیرد

۵) در هر بعد قانون حرکتی (اول ویا دوم) متناسب با اطلاعات صورت مسئله نوشته شده وبا ادغام این معادلات مجهولات مسئله پیدا شود

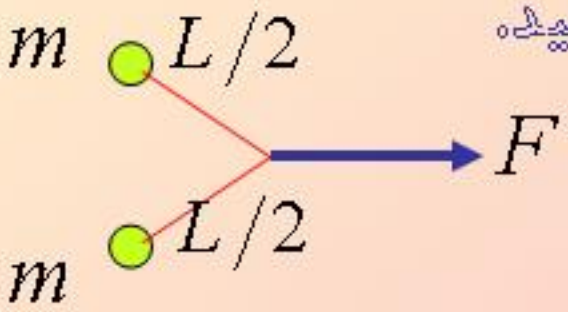
مسائل

مسئله ۱) یک بالون تحقیقاتی به جرم M به طور قائم وبه شتاب ثابت رو به پایین a حرکت می کند . چه مقدار از اجسام داخل سبد بالون به بیرون ریخته شود تا بالون با همان شتاب a اما بطرف بالا صعود کند .

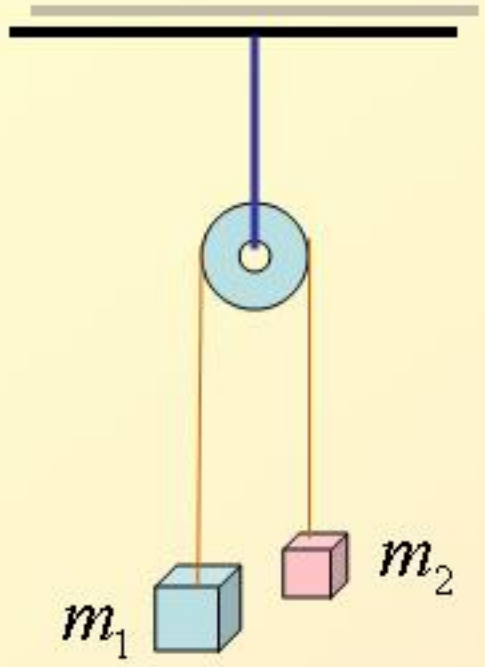
مسئله ۲) مطابق شکل سه جسم که بوسیله طناب هایی بهم وصل شده اند با نیروی ۶۰ نیوتنی که بر جسم بزرگتر وارد می شود حرکت می کنند . الف) شتاب حرکت سیستم ب) نیروی کشش طنابها را پیدا کنید ج) اگر نیروی خارجی از طرف جسم کوچک وارد می شد نیروی کشش طنابها تغییر می کند؟



مسئله ۳) مطابق شکل دو جسم متشابه به جرم m که بوسیله طنابی بطول L به هم وصل شده اند با نیروی F که بر مرکز طناب وارد می شود جرکت می کنند .
الف)شتاب حرکت این جسم ها و ب) کشش طناب ها را پیدا کنید.

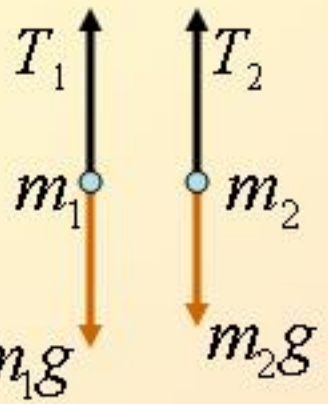


ماشین آتوود



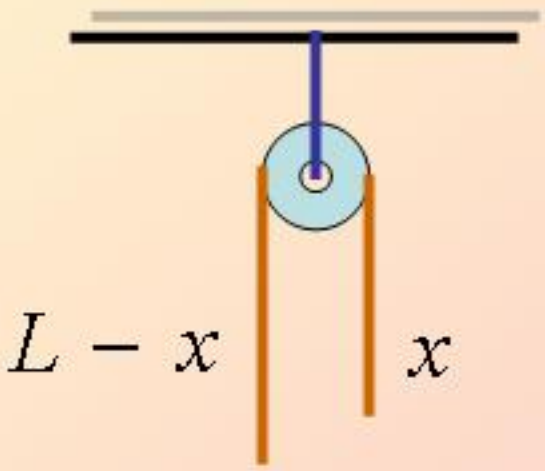
به سیستم متشکل از یک قرقره بدون اصطکاک که دو جسم تحت نیروی جاذبه زمین از دوطرف آن آویزان است گفته می شود

مثال : در شکل داده شده که از حالت سکون رها شده است شتاب حرکت وکشش طنابها را بدست آورید



$$\sum F_i = m_i a \rightarrow \begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \\ T = \dfrac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \end{cases}$$

اگر از جرم قرقره صرفنظر شود کشش در طناب بالایی دو برابر کشش طناب پایینی است

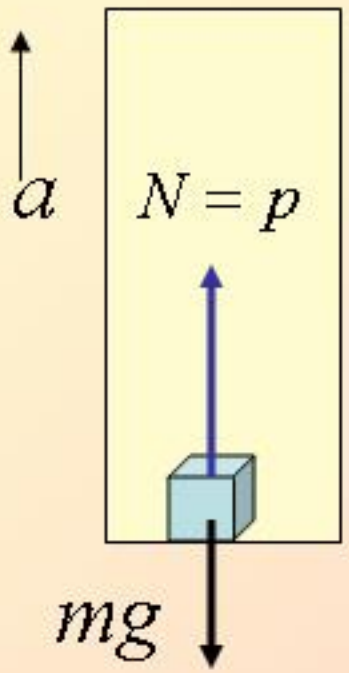


مسئله : زنجیری بطول L قابل انعطافی با توزیع جرم یکنواخت در واحد طول λ از دو طرف یک قرقره بدون اصطکاک وبا جرم قابل صرفنظر آویزان است . در حالیکه طول x آن از یک طرف قرقره آویزان است شتاب زنجیر را بر حسب x پیدا کنید.

وزن ظاهری

وزن واقعی همان نیروی جاذبه وارد بر اجسام mg است. در صورتیکه وزن ظاهری وزنی که خود اجسام احساس می کنند ویا به مولفه در امتداد شعاع زمین عکس العمل نیروی عمود برسطح(تکیه گاه) گفته می شود $a_y = 0 \rightarrow W_r = W_s \rightarrow p = mg$

در شکل داده شده جسمی در درون آسانسوری قرار گرفته که با شتاب a بطرف بالا حرکت می کند



$$N - mg = ma \rightarrow N = p = m(g + a)$$

و اگر آسانسور با شتاب a بطرف پایین حرکت کند

$$mg - N = ma \rightarrow N = p = m(g - a)$$

کوچکترین مقدار وزن واقعی صفر است.که همان حالت بی وزنی است

$$a = g$$

مثال: جسمی به جرم m درروی سطح شیبداری بازاویه θ که نسبت به آسانسوری ثابت قرار گرفته و آسانسور با شتاب a بطرف بالا حرکت می کند از حالت سکون شروع به حرکت می کند . شتاب حرکت آن را پیدا کنید

فصل چهارم – حرکت با شتاب ثابت در دویاسه بعد

یادآوری حرکت با شتاب ثابت در یک بعد

$$a_x = cte \rightarrow \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ x - x_0 = (1/2) a_x t^2 + v_{0x} t \\ v_x^2 - v_{0x}^2 = 2 a_x (x - x_0) \end{cases}$$

بطور مشابه در دو بعد دیگر نیز می توان معادلات با شتاب ثابت را نوشت

$$a_y = cte \rightarrow \begin{cases} v_y = v_{0y} + a_y t \\ y - y_0 = (1/2) a_y t^2 + v_{0y} t \\ v_y^2 - v_{0y}^2 = 2 a_y (y - y_0) \end{cases}$$

$$a_z = cte \rightarrow \begin{cases} v_z = v_{0z} + a_z t \\ z - z_0 = (1/2) a_z t^2 + v_{0z} t \\ v_z^2 - v_{0z}^2 = 2 a_z (z - z_0) \end{cases}$$

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k} \quad , a_x , a_y , a_z = cte \rightarrow \vec{a} = c\vec{te}$$

بنابراین اگر بردار شتاب(سه بعدی) ثابت باشد در کلّ نه معادله اسکالری برای حل کامل حرکت خواهیم داشت .البته به صورت سه دسته معادله سه مجهولی (نه ۹ معادله ۹ مجهولی)

اگر به صورت آنالیز برداری بنویسیم هم در نوشتن صورت معادلات وهم در حلّ کار ساده تر خواهد شد وعملاً به سه معادله سه مجهولی برداری تبدیل خواهد شد.

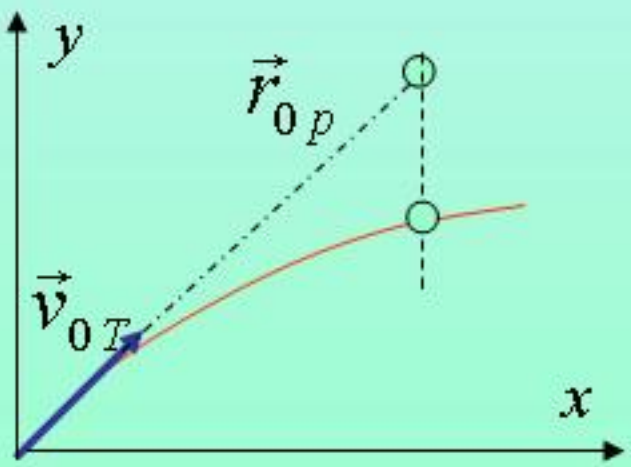
$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \\ v_z = v_{0z} + a_z t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k} \\ = \left(v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} + v_{0z}\hat{k}\right) + \left(a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}\right)t \\ \rightarrow \quad \underline{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - x_0 = (1/2)a_x t^2 + v_{0x}t \\ y - y_0 = (1/2)a_y t^2 + v_{0y}t \\ z - z_0 = (1/2)a_z t^2 + v_{0z}t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{r} - \vec{r}_0 = \\ (x - x_0)\hat{i} + (y - y_0)\hat{j} + (z - z_0)\hat{k} \\ \underline{\vec{r} - \vec{r}_0 = (1/2)\vec{a}\,t^2 + \vec{v}_0 t} \end{cases}$$

اگر طرفین روابط مستقل از زمان برای سه بعد عیناً با هم جمع کنیم

$$\begin{cases} v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x(x - x_0) \\ v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y(y - y_0) \\ v_z^2 - v_{0z}^2 = 2a_z(z - z_0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - (v_{0x}^2 + v_{0y}^2 + v_{0z}^2) = \\ 2[a_x(x - x_0) + a_y(y - y_0) + a_z(z - z_0)] \\ \Rightarrow \underline{v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}.(\vec{r} - \vec{r}_0)} \end{cases}$$

مثال : تفنگی مستقیماً به طرف هدفی (ابتدا ثابت) نشانه گیری کرده است . همزمان با شلیک گلوله هدف نیز شروع به سقوط آزاد می کند. شرط برخورد را پیدا کنید.



$$\vec{r}_T - \vec{r}_{0T} = (1/2)\vec{g}t^2 + \vec{v}_{0T}t$$

$$\vec{r}_p - \vec{r}_{0p} = (1/2)\vec{g}t^2 + \vec{v}_{0p}t$$

هر دو جسم در طول حرکت فقط تحت نیروی جاذبه زمین قرار می گیرند وزمان حرکتشان تا برخورد با هم برابر است

$$\vec{r}_T = (1/2)\vec{g}t^2 + \vec{v}_{0T}t \qquad \vec{r}_p - \vec{r}_{0p} = (1/2)\vec{g}t^2$$

$$\vec{r}_T = \vec{r}_p \Rightarrow (1/2)\vec{g}t^2 + \vec{v}_{0T}t = (1/2)\vec{g}t^2 + \vec{r}_{0p} \Rightarrow \boxed{\vec{r}_{0p} = \vec{v}_{0T}t}$$

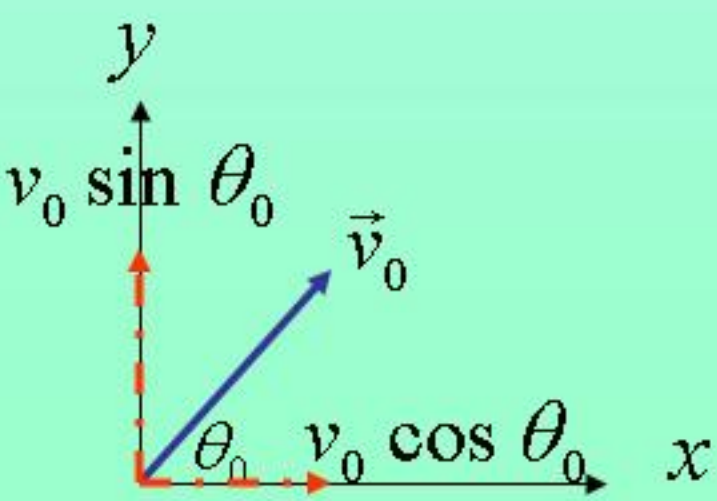
حرکت پرتابی

حرکت دو بعدی در نزدیکی سطح زمین ،تحت اثر فقط جاذبه زمین و با فرض ثابت گرفتن شتاب جاذبه زمین

$$a_x = 0 \ , \ a_y = -g$$

$$a_x = 0 \rightarrow \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ x - x_0 = (1/2) a_x t^2 + v_{0x} t \\ v_x^2 - v_{0x}^2 = 2 a_x (x - x_0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ x - x_0 = v_{0x} t \quad (1) \\ v_x^2 - v_{0x}^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_y = v_{0y} + a_y t \\ y - y_0 = (1/2) a_y t^2 + v_{0y} t \\ v_y^2 - v_{0y}^2 = 2 a_y (y - y_0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_y = v_{0y} - gt & (2) \\ y - y_0 = -(1/2) g t^2 + v_{0y} t & (3) \\ v_y^2 - v_{0y}^2 = -2 g (y - y_0) & (4) \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x - x_0 = v_0 \cos \theta_0 \ t & (1) \\ v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt & (2) \\ y - y_0 = -(1/2) g t^2 + v_0 \sin \theta_0 \ t & (3) \\ v_y^2 - v_0^2 \sin^2 \theta_0 = -2 g (y - y_0) & (4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - x_0 = v_0 \cos\ \theta_0\ t & (1) \\ v_y = v_0 \sin\ \theta_0 - gt & (2) \\ y - y_0 = -(1/2) g\, t^2 + v_0 \sin\ \theta_0\ t & (3) \\ v_y^2 - v_0^2 \sin^{\,2} \theta_0 = -2g(y - y_0) & (4) \end{cases}$$

اگر از معادله (۱) زمان را پیدا کرده در معادله (۲) قرار دهیم معادله مسیر بدست می آید

معادله مسیر

$$t = \frac{x - x_0}{v_0 \cos\theta_0} \Rightarrow y - y_0 = -(1/2) g \left(\frac{x - x_0}{v_0 \cos\theta_0} \right)^2 + v_0 \sin\theta_0 \frac{x - x_0}{v_0 \cos\theta_0}$$

$$\boxed{y - y_0 = -\frac{g(x - x_0)^2}{2v_0^2 \cos^2\theta_0} + \tan\theta_0 (x - x_0)}$$

$$x_0 = y_0 = 0 \Rightarrow y = \tan\theta_0 x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\theta_0} \mapsto : y = ax - bx^2$$

که معادله یک سهمی را نشان میدهد با نقطه ماکزیمم . بنابراین مسیر حرکت پرتابه قسمتی از یک مسیر سهمی شکل است .

برد پرتابه

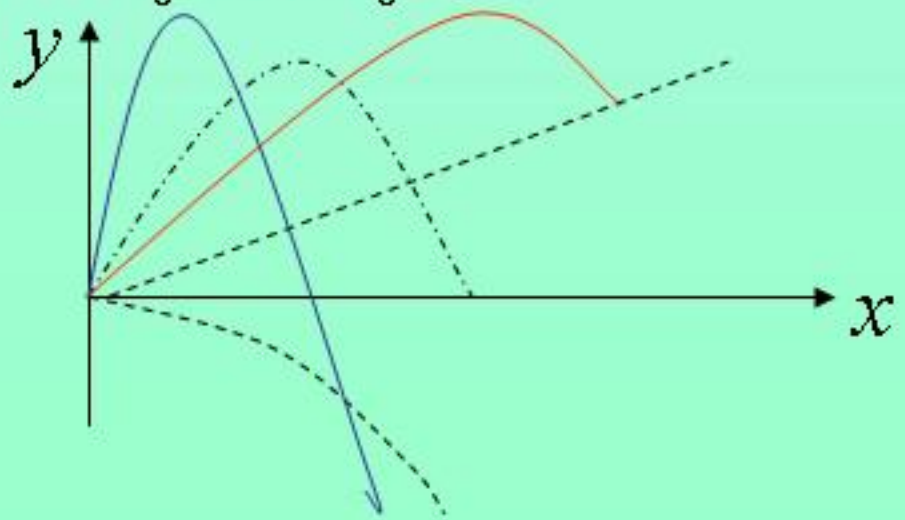
الف) نقطه برد پرتابه به نقطه ای از مسیر حرکت پرتابی ، هم ارتفاع با نقطه پرتاب می گویند با شرط: $y = y_0$: x_R

ب) فاصله برد(برد پرتابه) به فاصله نقطه پرتاب تا نقطه برد می گویند که یک فاصله افقی است $R = (x_R - x_0)$

$$y - y_0 = -\frac{g(x-x_0)^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0} + \tan\theta_0(x-x_0) \Rightarrow 0 = -\frac{gR^2}{2v_0^2\cos^2\theta_0} + R\tan\theta_0$$

$R = 0$,

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$



اوج پرتابه

به بالاترین نقطه (ارتفاع)از مسیر حرکت پرتابی می گویند با شرط:

$$y = y_{\max} \rightarrow dy/dt = 0 \rightarrow v_y = 0$$

$$y = \tan\theta_0 x - \frac{g x^2}{2v_0^2 \cos^2\theta_0} \Rightarrow \frac{d\,y}{d\,x} = 0 = \tan\theta_0 - \frac{2gx}{2v_0^2 \cos^2\theta_0}$$

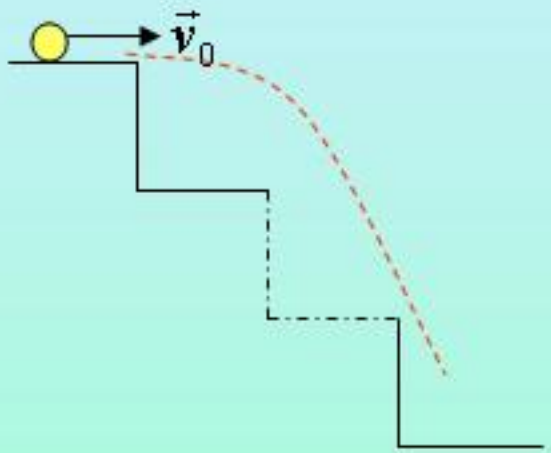
$$y = \tan\theta_0 x - \frac{g x^2}{2v_0^2 \cos^2\theta_0} \Rightarrow \frac{d\,y}{d\,x} = 0 = \tan\theta_0 - \frac{2gx}{2v_0^2 \cos^2\theta_0} \rightarrow x_H = ?$$

$$\begin{cases} v_y = v_0 \sin\theta_0 - gt \;\; , v_y = 0 \rightarrow t = \dfrac{v_0 \sin\theta_0}{g} \\ y = -(1/2) g\, t^2 + v_0 \sin\theta_0 \;\; t \\ \rightarrow \; y_{\max} = -(1/2) g \left(\dfrac{v_0 \sin\theta_0}{g} \right)^2 + v_0 \sin\theta_0 \;\; \dfrac{v_0 \sin\theta_0}{g} \end{cases}$$

$$y_{\max} = H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}$$

مثال ۱: تحت چه شرایط اولیه ای از حرکت پرتابه مسیر حرکت از نقطه پرتاب تا نقطه برد یک مسیر تقریبا نیمدایره ای است

$$R = 2H \Rightarrow \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = 2\frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} \Rightarrow 2\cos\theta = \sin\theta \rightarrow \theta = \tan^{-1} 2 \approx 63^0$$



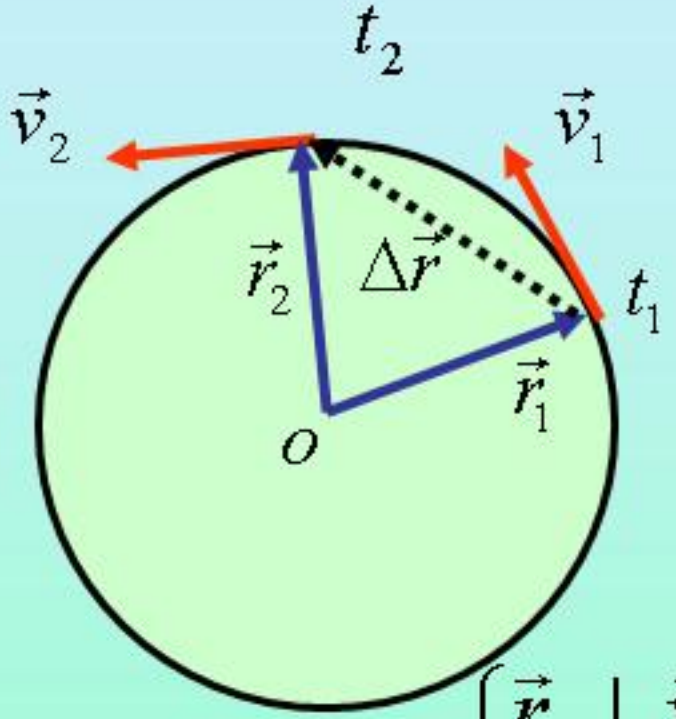
مثال ۲: مطابق شکل گلوله ای که با سرعت اولیه ثابت ۱/۵ متر بر ثانیه از در سطح افقی پله بالایی یک راه پله حرکت می کند ، از لبه آن پرتاب می شود . اگر ارتفاع و طول هر پله ۲۰ سانتی متر باشد این توپ ابتدا با کدام پله برخورد می کند.

مثال ۳: بازیکن فوتبالی توپ را با سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه وتحت زاویه اولیه ۴۵ درجه به طرف دروازه بان شوت می کند . با فرض اینکه فاصله اولیه توپ تا دروازه ۵۴ متر باشد .حداقل سرعت دروازه بان چقدر باشد تا توپ را قبل از برخورد با زمین در هوا بگیرد ؟

حرکت دایره ای یکنواخت

حرکت دو بعدی با اندازه سرعت ثابت(جهت متغیر) برروی مسیر دایره ای (شعاع ثابت)

$$|\vec{v}| = v = cte \quad , \quad |\vec{r}| = r = cte$$



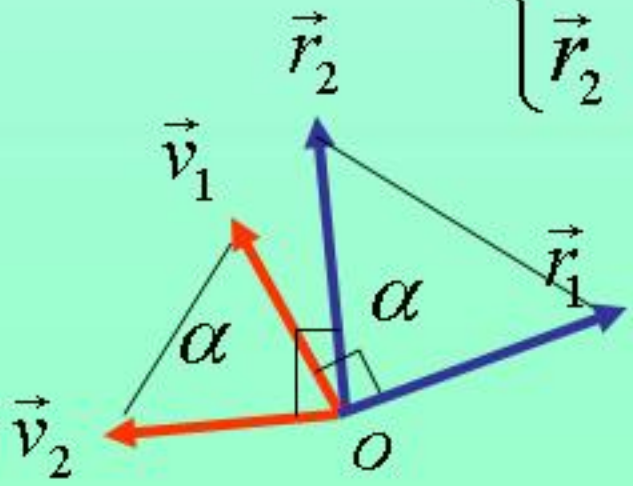
دو مثلث حاصل از بردارهای سرعت واز بردارهای مکان متشابهند(متساوی الساقین با زاویه رأس برابر،زززز)

$$\frac{|\Delta\vec{r}|}{|\vec{r}|} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{|\vec{v}|} \rightarrow \Delta v = \frac{v}{r}\Delta r \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{\Delta r}{\Delta t}$$

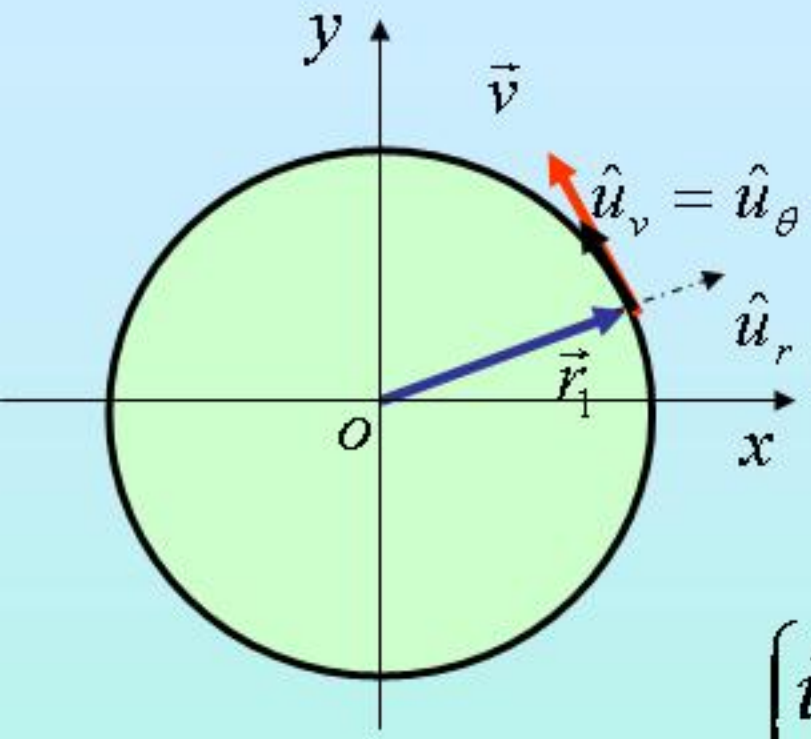
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v}{r}\frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v}{r}\frac{dr}{dt} \Rightarrow \underline{\underline{a = \frac{v^2}{r}}}$$

$$\begin{cases} \vec{r}_1 \perp \vec{v}_1 \\ \vec{r}_2 \perp \vec{v}_2 \end{cases}$$

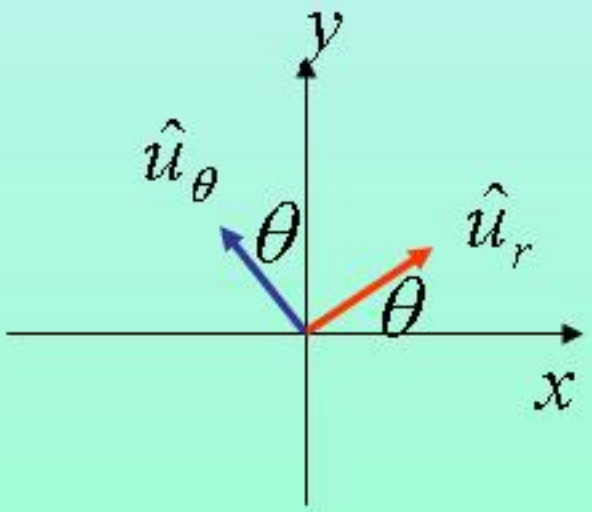


جهت شتاب در حرکت دایره ای یکنواخت



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\left(v\hat{u}_\theta\right)}{dt} = v\frac{d\,\hat{u}_\theta}{dt}$$

$$\begin{cases} \hat{u}_r = \left|\hat{u}_r\right|\cos\theta\,\hat{i} + \left|\hat{u}_r\right|\sin\theta\,\hat{j} = \cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j} \\ \hat{u}_\theta = \left|\hat{u}_\theta\right|(-\sin\theta)\hat{i} + \left|\hat{u}_\theta\right|\cos\theta\,\hat{j} = -\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j} \end{cases}$$



$$\frac{d\,\hat{u}_\theta}{dt} = \frac{d}{d\,t}\left(-\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j}\right) \quad , \quad \underline{\theta = \omega t}$$

$$= -\omega\cos\theta\,\hat{i} - \omega\sin\theta\,\hat{j} = -\omega\,\hat{u}_r$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{d\,t} = v\frac{d\,\hat{u}_\theta}{dt} = -v\,\omega\,\hat{u}_r = \frac{v^2}{r}\left(-\hat{u}_r\right)$$

که شتاب جانب مرکز (مرکزگرا) نامیده می شود

مثال ۱: شتاب مرکز گرای حاصل از دوران زمین به دور خود(روی خط استوا) وبه دور خورشید را پیدا کنید.

$$r_E = 6400\ \ km \quad , \quad r_{ES} = 1.50 \times 10^{11}\, m \quad , \quad a = v^2 / r$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow \ v_E = \frac{2\pi \times 64 \times 10^5}{86400} \quad , \quad v_{ES} = \frac{2\pi \times 1.5 \times 10^{11}}{86400 \times 365}$$

مثال ۲: یک ماهواره زمینی در مداری به فاصله ٦٤٠ کیلومتر از سطح زمین وبا دوره گردش ۹۸ دقیقه حرکت می کند .شتاب جانب مرکز این ماهواره چقدر است ؟

مثال ۳: پسر بچه ای سنگی را به انتهای طنابی به طول ۸۰ سانتی متر بسته ودر صفحه افقی در ارتفاع ۱/۶ متری از سطح زمین با سرعت ثابت آن را دوران می دهد. در یک لحظه طناب پاره شده و سنگ در فاصله ۱۰ متری از پسر بچه به زمین می خورد. شتاب مرکزگرای سنگ در حال دوران را پیدا کنید.

سرعت نسبی

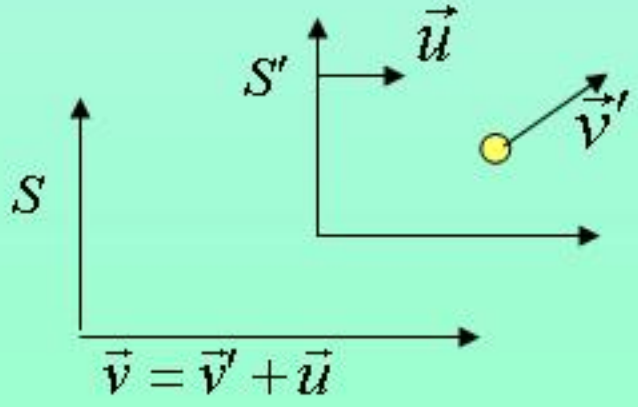
در حالت کلّی سرعت مفهوم نسبی دارد امّا برحسب عادت وبرای ساده کردن سرعت نسبت به زمین فقط با کلمه سرعت (تنها) بیان می کنیم ودرست گفتن سرعت جسم نسبت به ...(زمین) است

طرز نمایش صحیح سرعت $\vec{v}_{AB}$

بامفهوم سرعت جسم A نسبت به جسم B است

این دو سرعت با هم برابر ودر خلاف جهت همدیگر هستند $\vec{v}_{AB} = -\vec{v}_{BA}$

سرعت نسبی یک متحرک از دید دستگاه های متفاوت



$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CB}$$

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CF} + \vec{v}_{FE} + \ldots + \vec{v}_{PB}$$

پرسش۱: بعضی مواقع مثلاً وقتی که در چهارراه درون یک سواری متوقف نشسته ایم احساس می کنیم بطرف اتوبوسی نزدیک می شویم در صورتیکه در واقع اتوبوس بطرف ما می آید دلیل این امر چیست؟

پرسش۲: الف)سرعت بارش برف وباران از دید ناظران درون وسایل نقلیه متحرک بیشتر به نظر می رسد. چرا؟ ب)معمولاً شیشه جلو اتومبیل نیاز به برف روبی دارد در صورتیکه در همان حال در شیشه عقبی نیاز به این کار نیست. چرا؟

تمرین۱: اتومبیلی با سرعت ثابت ۲۰ متر بر ثانیه در جاده افقی حرکت می کند . قطرات باران با سرعت ٤ متر بر ثانیه وبطور قائم سقوط می کنند. سرعت قطرات باران از دید ناظر درون اتومبیل را پیدا کنید.

تمرین۲: شخصی بوسیله قایقی با سرعت ثابت ۴ متر بر ثانیه نسبت به آب یک رودخانه به عرض ۱۰۰ متر پارو می زند . جریان آب رودخانه نیز یکنواخت ۲ متر بر ثانیه است . الف) قایق را در چه جهتی هدایت کند تا به نقطه مقابل برسد ب) در چه جهتی قایق را براند تا در کمترین زمان ممکن به طرف دیگر رودخانه برسد؟

فصل پنجم – مکانیک دینامیک ۲ (اصطکاک ونیروی جانب مرکز)

نیروها : تماسی ، غیر تماسی

نیروهای تماسی ، مانند کشش طناب که عامل تماس مابین منشاء نیرو وجسم مورد حرکت وجود دارد

نیروهای غیرتماسی ، مانند نیروی مغناطیسی که عامل تماس میان منشاء نیرو وجسم مورد حرکت وجود ندارد

همه نیروها در حدّ میکروسکپیک غیر تماسی هستند مانند جاذبه مابین مولکولهای تشکیل دهنده طناب واکثراً در حدّ ماکروسپیک تماسی(کشش طناب)

دو نیروی بسیار معروف تماسی (در حدّ ماکروسکپیک) **اصطکاک** و **عمود بر سطح**

اصطکاک نیروی تماسی در جهت مماس بر سطح بین دو جسم که در واقع از جاذبه الکتریکی (ازجنس الکترومغناطیسی) مولکولهای در محل تماس دو جسم ظاهر شده ودر خلاف جهت حرکت جسم ظاهر می شود

اصطکاک ، مابین دو جسم به چه عواملی بستگی دارد؟

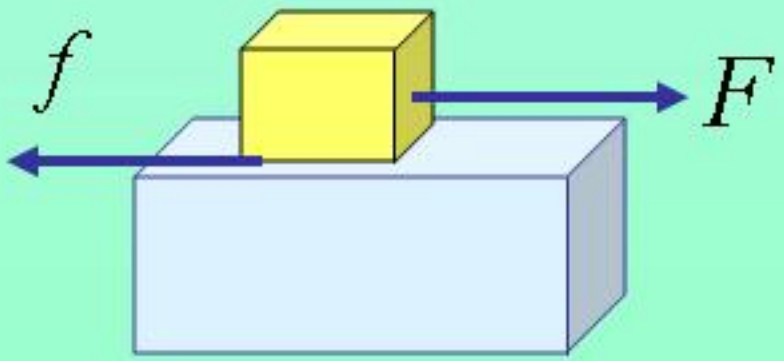
اصطکاک ، مابین دو جسم به
۱)به جنس دو جسم
۲) میزان نیروی فشاری میان دو جسم
۳) سطح واقعی تماس میان دو جسم
٤) دما
۵) سرعت نسبی دو جسم بستگی دارد

در سرعتهای پایین ودر دمای پایین وثابت اصطکاک میان دو جسم با جنس معلوم به نیروی فشاری که آن هم مستقیماً به سطح واقعی تماس ارتباط دارد بستگی خواهد داشت

اصطکاک میان دو جسم فقط در چهار حالت متفاوت قابل بحث است:

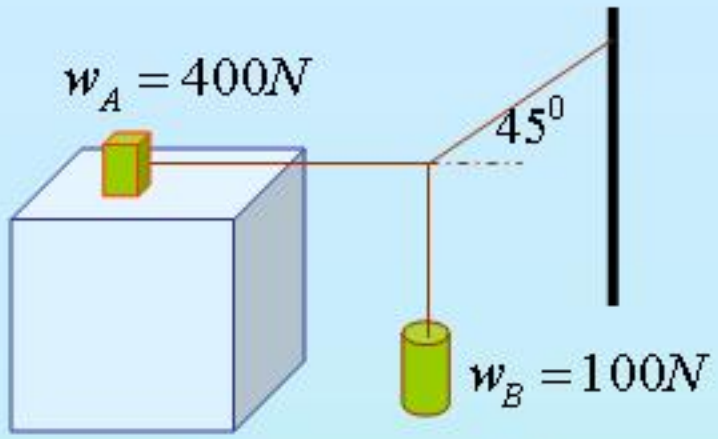
الف)اصطکاک میان دو جسم که نسبت به هم ساکن هستند (قبل از آستانه)

در واقع دو جسم نسبت به هم ساکن بوده وبا تغییر نیروهای وارد بر هر دو جسم باز هم حالت سکون خود را حفظ می کنند.



$$v=0 \Rightarrow \sum \vec{F}_{ext}=0 \rightarrow f=F$$

$$f=\mu N \ , \quad F(0\rightarrow F_{\max(S)}) \rightarrow \mu(0\rightarrow \mu_S)$$



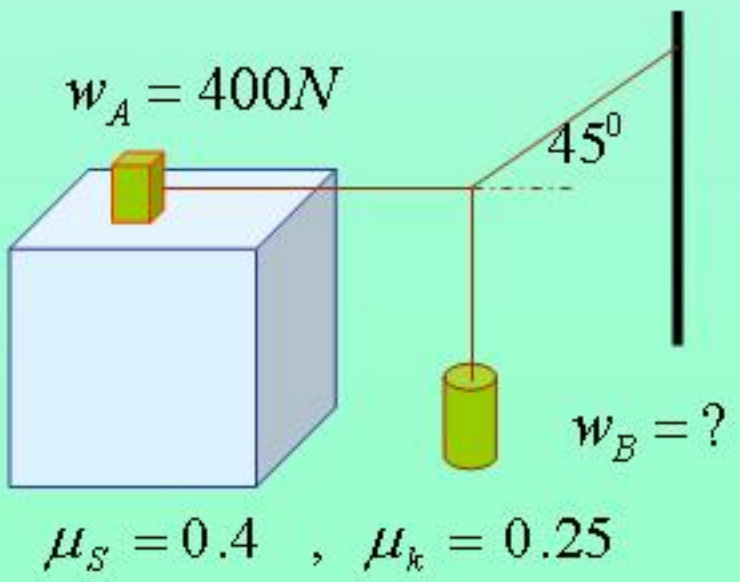
$\mu_S = 0.4$, $\mu_k = 0.25$

مثال ۱)در شکل مقابل اصطکاک میان جسم A و سطح مورد تماسش را پیدا کنید .

ب) اصطکاک میان دو جسم در آستانه حرکت

در واقع دو جسم نسبت به هم ساکن بوده وبا کوچکترین افزایش نیروهای وارد بر هر دو جسم نسبت به هم حرکت می کنند (حد نهایی حالت قبل از آستانه)

$$v=0 \Rightarrow \sum \vec{F}_{ext}=0 \rightarrow f=F_{\max S} \Rightarrow f=\mu N \ , \quad F=F_{\max(S)} \rightarrow \mu=\mu_S \rightarrow \underline{f_S=\mu_S N}=\left(F_{\max}\right)_S$$

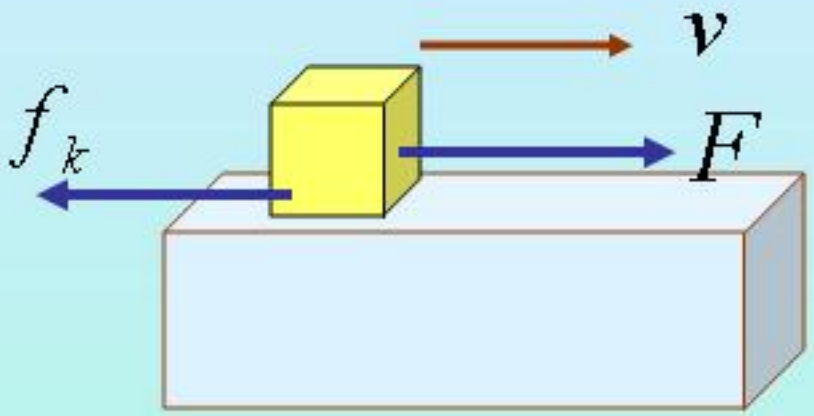


$\mu_S = 0.4$, $\mu_k = 0.25$

مثال۲)در شکل مقابل وزن جسم B چقدر باشد تا جسم A در آستانه لغزش قرار گیرد ؟

ج) اصطکاک میان دو جسم که نسبت به هم حرکت لغزشی دارند

در واقع دو جسم به روی هم کشیده می شوند(با شتاب وبدون شتاب)



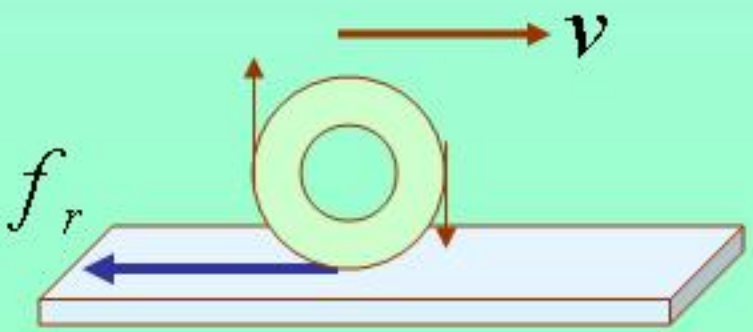
$$f_k = \mu_k N$$

$$\sum \vec{F} - \vec{f}_k = m\vec{a}$$

معمولاً $\mu_k < \mu_S$ است . به نظر شما چرا؟

د) اصطکاک میان دو جسم که نسبت به هم حرکت غلتشی دارند

در واقع دو جسم به روی می غلتند (دوران می کنند.)



$$f_r = \mu_r N$$

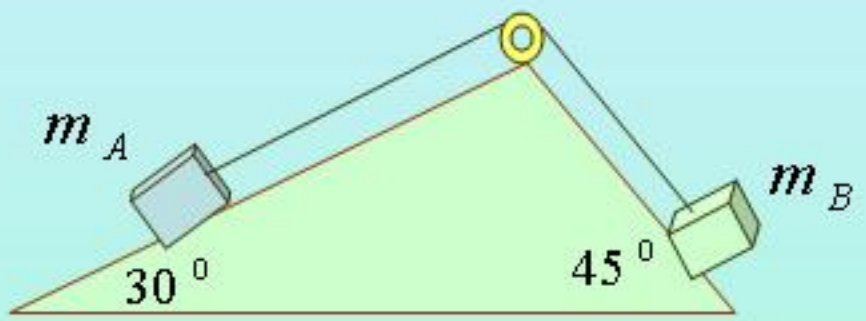
$$\sum \vec{F} - \vec{f}_r = m\vec{a}$$

معمولاً $\mu_r < \mu_k$ است . به نظر شما چرا؟

پرسش۱) اگر ادعا شود اصطکاک ها حذف خواهند شد .زندگی را چگونه پیش بینی می کنید

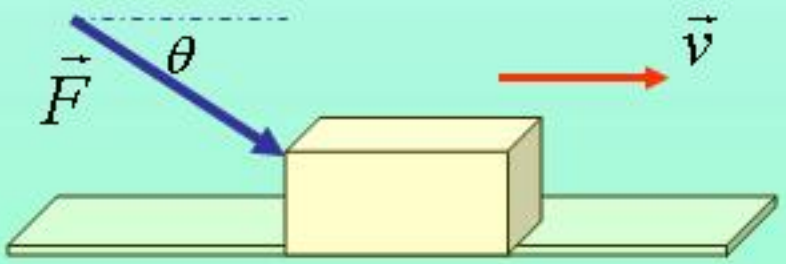
پرسش۲) برای کاهش اصطکاک معمولاً سطوح را صاف وصیقلی می کنند اما اگر از حدی بیشتر سطوح را صیقلی کنند اصطکاک شدیداً افزایش می یابد . چرا؟

تمرین۱) اگردر شکل داده شده سیستم از حالت سکون رها می شود . شتاب حرکت را پیدا کنید

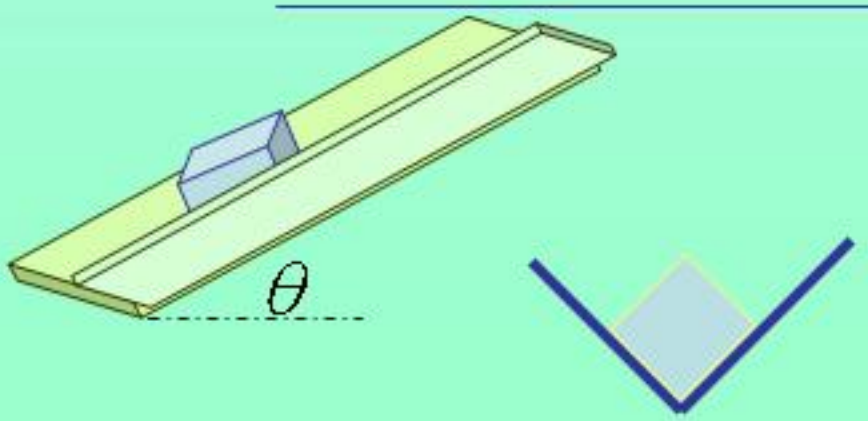


$m_A = 7kg$ ، $m_B = 5kg$ $\mu_s = 0.5 = 2\mu_k$

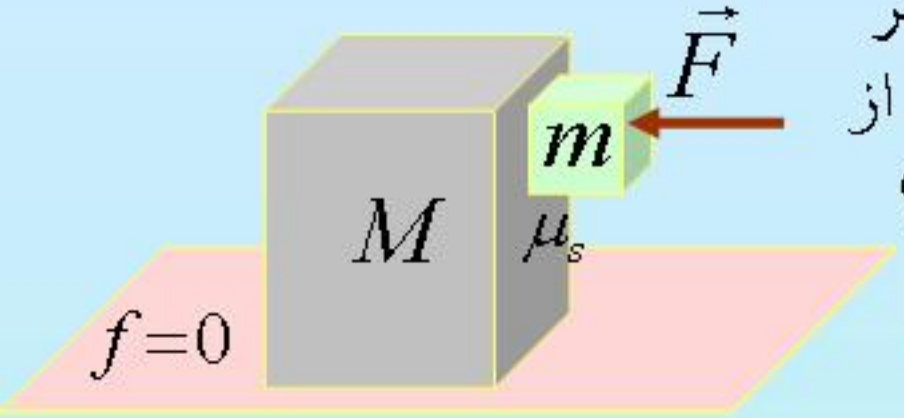
تمرین۲) جسمی به جرم m در سطح افقی با نیروی $\vec{F}$ که با افق زاویه θ می سازد هل داده شده وبا سرعت ثابت $\vec{v}$ حرکت می کند. نیروی $\vec{F}$ را پیدا کنید. $\mu_s = 0.5 = 2\mu_k$



تمرین۳) در شکل داده شده صندوقی در درون یک ناودان راستگوشه که یال آن با افق زاویه θ می سازد به طرف پایین می لغزد. شتاب حرکت صندوق را بر حسب μ_k ، θ و g پیدا کنید.



تمرین۴) دو قطعه ای که در شکل نشان داده شده به یکدیگر متصل نشده اند . حداقل نیروی افقی لازم $\vec{F}$ برای جلوگیری از فرو لغزیدن قطعه کوچکتر از سطح قائم بزرگتر چقدر است؟

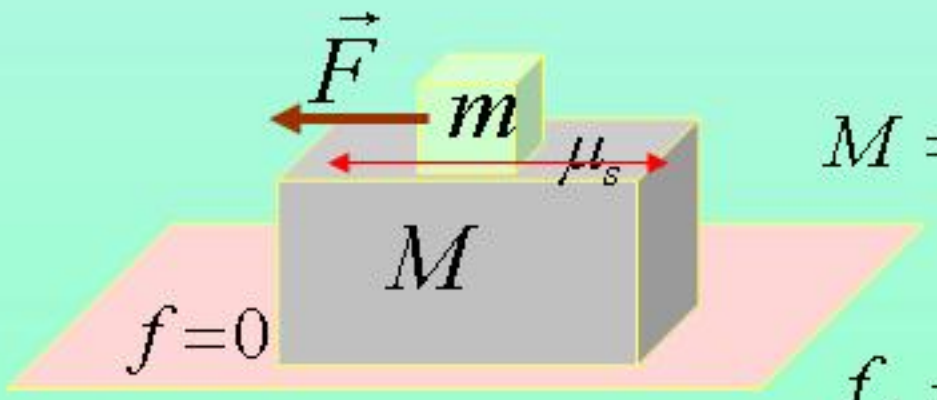


$$M=15\,,m=3kg\ ,\mu_s=0.4$$

$$F-F'=ma\ \ ,F'=Ma\rightarrow F'=F\Big/(1+\frac{m}{M})$$

شرط نلغزیدن به طرف پایین $$mg=\mu_S F'\rightarrow F'=30/0.4=75\,nt\rightarrow F=90$$

تمرین۵) جسم به جرم m درروی جسم بزرگتر M مطابق شکل قرار داده شده وبا نیروی $\vec{F}$ کشیده می شود.
شتابهای حاصل را برای هر دو جسم پیدا کنید (مقدار وجهت)



$$M=40\,,m=10kg\ ,\mu_s=0.6\ \ ,\mu_k=0.4\ ,\vec{F}=100N$$

$$f_S=\mu_S N=0.6\times mg=0.6\times10\times9.8=58.4<100$$

$$F-\mu_k N=ma\rightarrow a_m=(100-0.4\times10\times9.8)/10=6.08\,m/s^2$$

$$\mu_k N=Ma\rightarrow a_M=(0.4\times10\times9.8)/40\approx1\,m/s^2$$

نیروی جانب مرکز

اگر جسمی تحت اثر نیروهایی چنان حرکت کند که همواره با اندازه سرعت ثابت بر روی مسیر دایروی باشد شتاب حرکت آن بطرف مرکز دایره بوده بنابراین برآیند نیروی وارد(نیروی خالص) بر آن نیروی جانب مرکز نامیده می شود

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r}(-\hat{u}_r) \Rightarrow \sum \vec{F} = m\frac{v^2}{r}(-\hat{u}_r)$$

رعایت کردن چند نقطه در مسائلی که در آنها نیروی جانب مرکز وجود دارد مهم خواهد بود

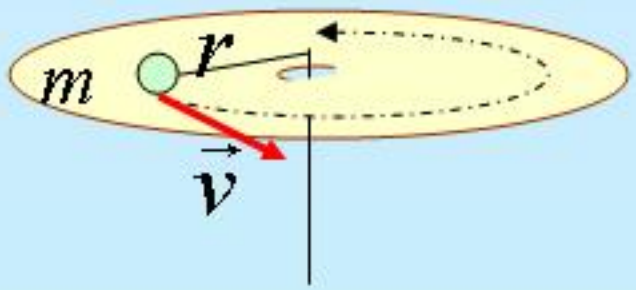
۱) از کلمه نیروی گریز از مرکز استفاده نکنید

۲) از قانون دوم استفاده کنید . چرا که حرکت دایره ای یکنواخت شتابدار است

۳) نیروی جانب مرکز نیروی واقعی نیست یک نیروی مجازی است بنابراین در درون برآیند نیروهای خارجی $\sum \vec{F}$ قرار نمی گیرد.

۴) برای انتخاب محور مختصات مناسب در این نوع مسائل بهتر است یکی از محور ها بطرف مرکز دوران باشد.

تمرین۱) مطابق شکل جسمی به جرم m بر روی صفحه افقی بر مسیر دایروی به شعاع r با سرعت ثابت v دوران می کند. کشش طناب را پیدا کنید.



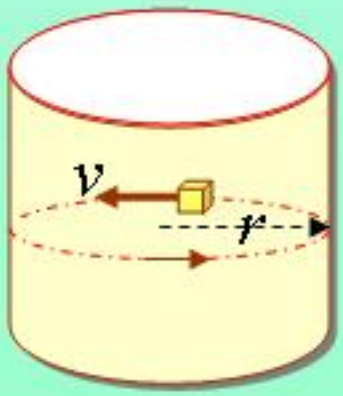
$$\sum F=0 \rightarrow T-m\frac{v^2}{r}=0 \rightarrow T=m\frac{v^2}{r}$$

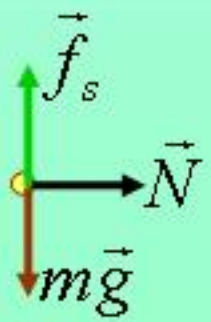
استفاده از قانون اول با وجود اینکه به جواب درست می رسد ولی راه حلّ نادرستی است.

امّا راه حلّ درست:

$$\sum \vec{F}=m\vec{a} \rightarrow \vec{T}=m\frac{v^2}{r}\left(-\hat{u}_r\right) \rightarrow T=m\frac{v^2}{r}$$

تمرین۲) دیوار مرگ . موتورسواری در درون یک دیواره استوانه ای شکل در یک صفحه افقی به شعاع r با سرعت ثابت دوران می کند . حداقل سرعت لازم برای اینکه به طرف پایین نلغزد چقدر است؟

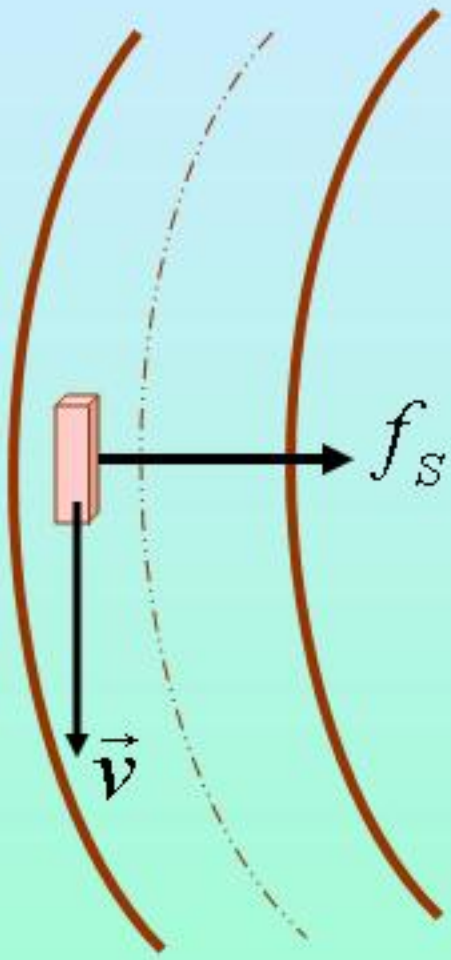


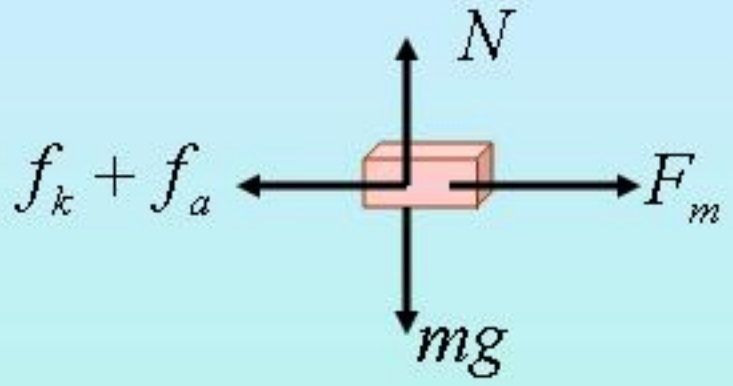


$$\begin{cases}\sum F_y=ma_y \rightarrow f_s-mg=0 \rightarrow \mu_S N=mg \\ \sum F_x=ma_x \rightarrow \vec{N}=m\frac{v^2}{r}\left(-\hat{u}_r\right) \rightarrow N=m\frac{v^2}{r}\end{cases} \rightarrow v=\sqrt{\frac{rg}{\mu_S}}$$

حرکت اتومبیل در پیچ جاده

الف) فرض می کنیم جاده شیب عرضی ندارد ولی اصطکاک دارد





$$v = cte \rightarrow F_m = f_k + f_a$$

$$\theta = 0 \rightarrow N = mg$$

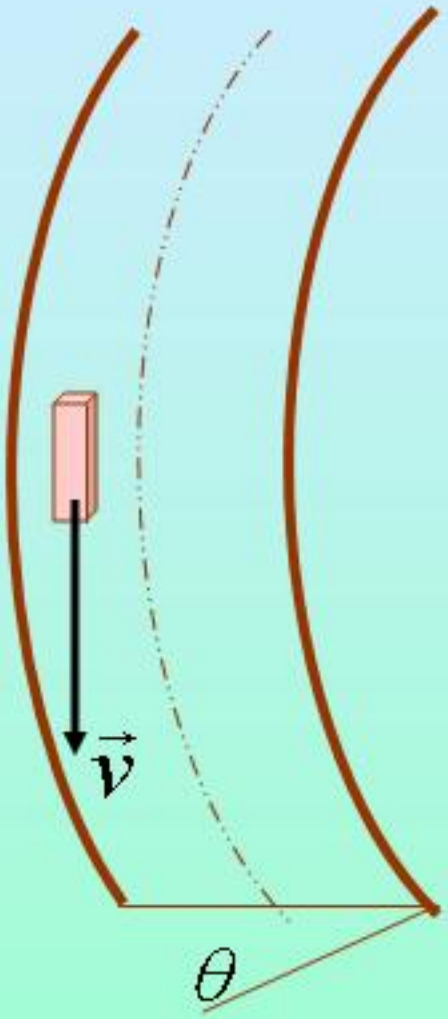
$$\sum F_x = ma_x \rightarrow \vec{f}_S = m\frac{v^2}{r}(-\hat{u}_r) \rightarrow f_S = m\frac{v^2}{r} = \mu_S N = \mu_S mg$$

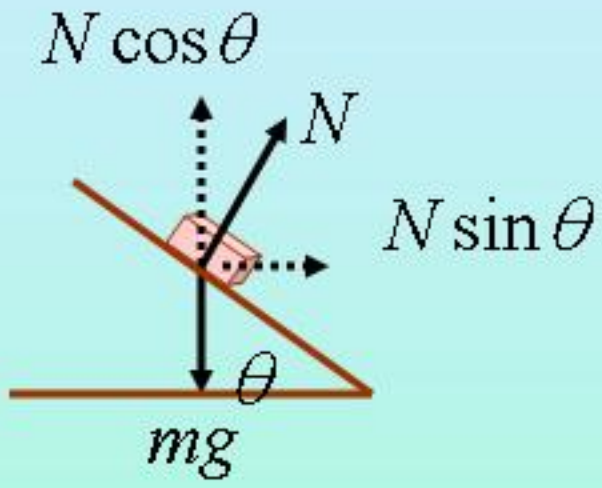
$$\boxed{v = \sqrt{r\,g\,\mu_S}}$$

حداکثر سرعتی که اتومبیل می تواند در شرایط جاده فوق بدون انحراف از جاده حرکت داشته باشد

حرکت اتومبیل در پیچ جاده

ب) فرض می کنیم جاده شیب عرضی دارد ولی اصطکاک ندارد





$$v = cte \rightarrow F_m = f_k + f_a$$

$$\begin{cases} N\cos\theta = mg \\ N\sin\theta = m\dfrac{v^2}{r} \end{cases}$$

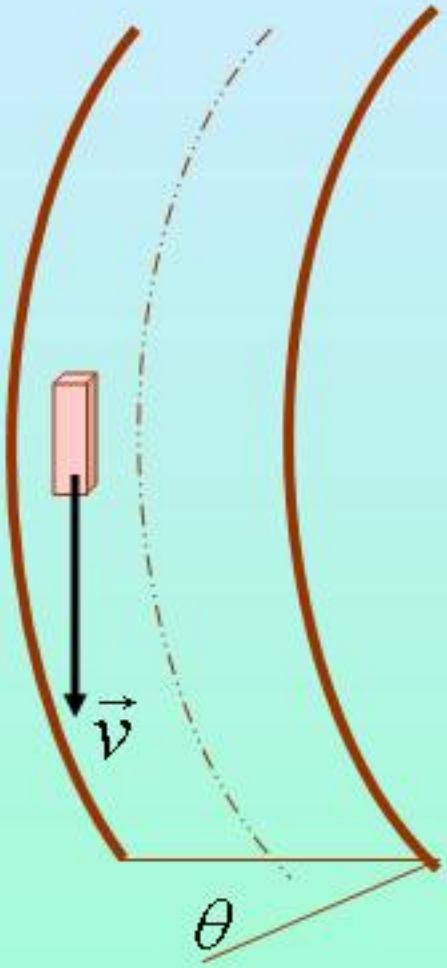
$$v = \sqrt{r\,g\tan\theta}$$

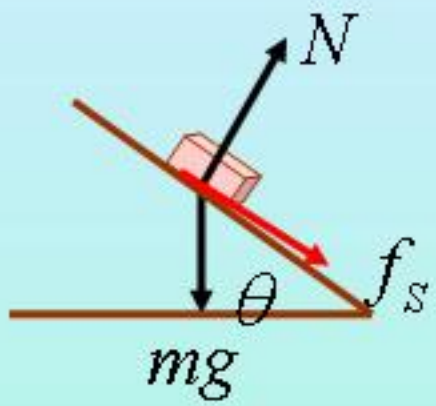
حداکثر سرعتی که اتومبیل می تواند در شرایط جاده فوق بدون انحراف از جاده حرکت داشته باشد

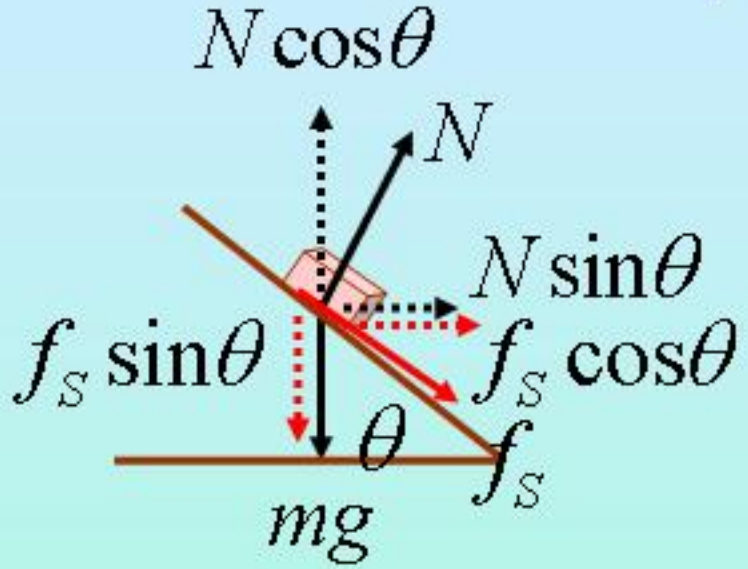
$$v = cte \rightarrow F_m = f_k + f_a$$

حرکت اتومبیل در پیچ جاده

ج) فرض می کنیم جاده شیب عرضی دارد وهم اصطکاک دارد





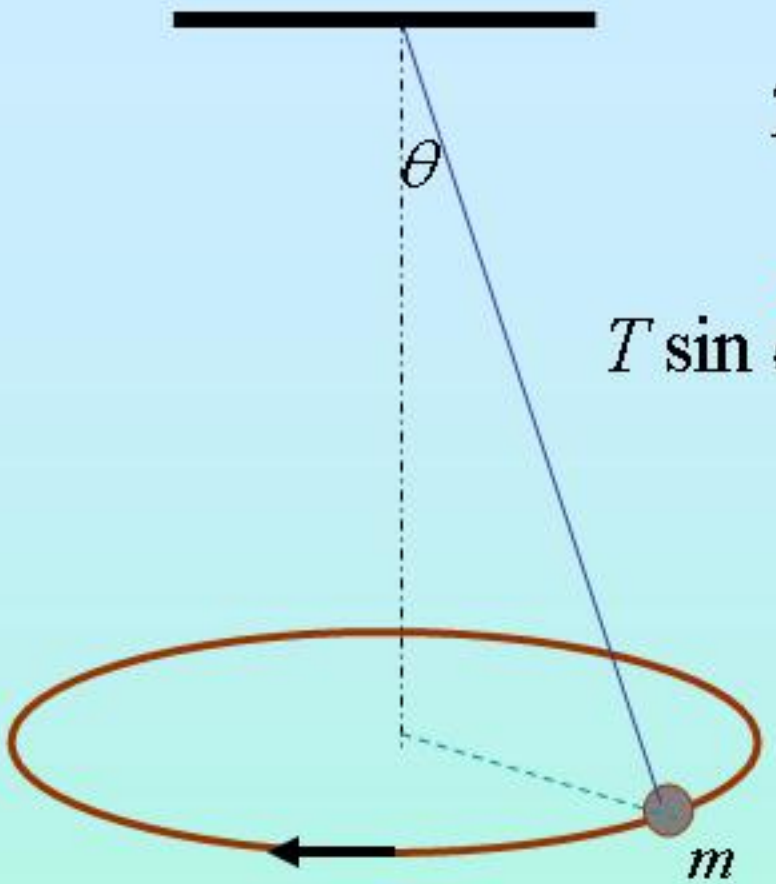


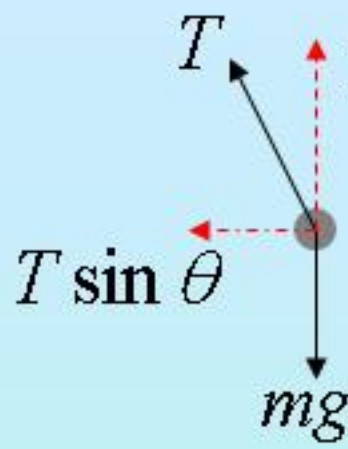
$$\begin{cases} N\cos\theta - f_S\sin\theta = mg \\ N\sin\theta + f_S\cos\theta = m\dfrac{v^2}{r} \end{cases} , \; f_S = \mu_S N$$

حداکثر سرعتی که اتومبیل می تواند در شرایط جاده فوق بدون انحراف از جاده حرکت داشته باشد

$$v = \sqrt{r\,g\,\frac{\sin\theta + \mu_S\cos\theta}{\cos\theta - \mu_S\sin\theta}}$$

آونگ مخروطی





$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \\ \sum \vec{F}_x = m\left(-\dfrac{v^2}{r}\hat{u}_r\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T\cos\theta - mg = 0 \\ T\sin\theta = m\dfrac{v^2}{r} \end{cases} \qquad \rightarrow v = \sqrt{r\,g\tan\theta}$$

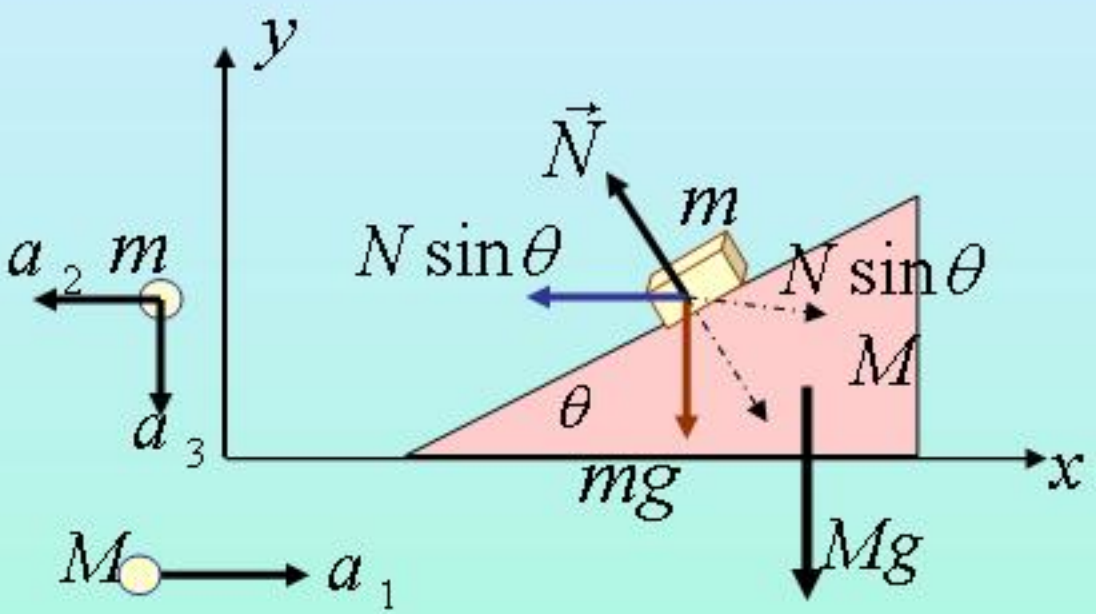
$$\theta \rightarrow 0 \Rightarrow v \rightarrow 0 \qquad \theta \rightarrow \pi/2 \ \Rightarrow v \rightarrow \infty$$

زمان تناوب

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{r^2}{r\,g\tan\theta}} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g\tan\theta}} = 2\pi\sqrt{\frac{l\sin\theta}{g\tan\theta}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\cos\theta}$$

$$\theta \rightarrow 0 \Rightarrow T \rightarrow 2\pi\sqrt{l/g} \qquad \theta \rightarrow \pi/2 \ \Rightarrow T \rightarrow 0$$

مسئله : سطح شیبداری به شکل گوه مثلثی شکل به جرم M با زاویه θ بر روی سطح افقی بدون اصطکاک به حالت سکون قرار دارد. جسم کوچکی به جرم m در روی سطح شیبدار بدون اصطکاک از حالت سکون شروع به حرکت می کند . شتاب حرکت سطح شیبدار چقدر است .



$$\begin{cases} N\sin\theta = Ma_1 \\ mg - N\cos\theta = ma_3 \\ N\sin\theta = ma_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \tan\theta(x - x_1) \\ dy/dt = \tan\theta(dx/dt - dx_1/dt) \\ d^2y/dt^2 = \tan\theta(d^2x/dt^2 - d^2x_1/dt^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = d^2x_1/dt^2 \\ a_2 = -d^2x/dt^2 \\ a_3 = -d^2y/dt^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a_3 = \tan\theta(a_1 - a_2) \\ a_3 = (mg - N\cos\theta)/m \end{cases} \quad \begin{cases} N = Ma_1/\sin\theta \\ a_2 = N\sin\theta/m \end{cases}$$

$$a_3 = (mg - N\cos\theta)/m = \tan\theta(a_1 + (Ma_1/\sin\theta)\sin\theta/m)$$

$$a_3 = (mg - (Ma_1/\sin\theta)\cos\theta)/m = \tan\theta(a_1 + Ma_1/m)$$

$$g - M\cot\theta\, a_1/m = a_1\tan\theta(1 + M/m) \rightarrow \boxed{a_1 = mg\sin 2\theta\ /2(M + m\sin^2\theta)}$$