فیزیک پایه هالیدی

مولف : استاد مجتبی گودرزی

گردآونده : حمید مهدوی فر

تهیه در جهاد دانشگاهی اراک

فیزیک پایه ۱

کتاب مرجع :   فیزیک هالیدی   (ویرایش پنجم)

سرفصل درس فیزیک پایه۱ : مکانیک (حرکت شناسی)

یک سئوال کلّی : فیزیک ......؟؟؟..... شناسی است.

راهنمایی ،زمینه های مورد بررسی فیزیک بسیار گسترده است. مانند:

حرکت ، نور ، موج ، اتم و هسته ، ستاره ها و....

گرایشهای تحصیلی دانشگاهی رشته فیزیک عبارتند از:

۱) فیزیک نجوم ۲) فیزیک حالت جامد ۳) فیزیک اتمی مولکولی
٤) فیزیک هسته ای ۵) فیزیک ذرات بنیادی

ورشته های مابین رشته ای مرتبط با فیزیک:

ژئو فیزیک ، هواشناسی ، فیزیک دریا و......

فیزیک یک کلمه با ریشه یونانی به معنای طبیعت است

علم فیزیک : بررسی پدیده های ذاتی موجود در طبیعت

دنبال قوانین حاکم بر اجسام و ذرات موجود در طبیعت که خود انسان در پیدایش آنها نقشی نداشته است.(مثل نیروی الکترومغناطیس)

فیزیک:

یکی از قدیمی ترین (وشاید اولین ومادر علوم) علوم پایه است

وقتی فیزیک بطور مدون وکلاسیک مطرح شد به صورت تجربی بیان می شد وبا تجربه هم رشد می کرد ولی امروزه فیزیک هم بطور تجربی (نیروگاه هسته ای و ساخت لیزرها و....) بررسی می شود وهم بطور نظری (نظریه نسبیت ، ابر ریسمان و......)(تئوری)

امّا نظریه ای در نهایت مورد پذیرش عموم است ودر واقع به اصل تبدیل می شود که در تجربه هم تأئید شده باشد

برای شروع بحث فیزیک از این نقطه استفاده می کنیم که فیزیک یک علم تجربی است

وبرای هر تجربه ای که مستلزم آن اندازه گیری ها ومقایسه ونتیجه گیری هاست نیاز به اعداد داریم وبرای مقایسه بهتر وصحیح تر نیاز به کمیت ها و یکا ها داریم

کمیّات:

به زبان ساده هر چیزی که قابل بیان با عدد باشد .

البته گاهاً کیفیت ها نیز با عدد بیان می شوند

به دو دسته تقسیم می شوند:

۱) کمیات اصلی ۲) کمیات فرعی

کمیاتی که دو شرط زیر رعایت کنند اصلی بوده ودر غیر اینصورت فرعی هستند.

الف) تعداد کلّ آنها حدالامکان کم باشد ب) وهمه آنها از یکدیگر مستقل تعریف شوند

به مجموعه کمّیات اصلی انتخاب شده و واحدهایشان دستگاه (سیستم) اوزان ومقادیر گفته می شود

واحد کمیّات:

به مقداری از هر کمیّت بیان می شود که برابر با یک (واحد) آن کمیّت انتخاب شده باشد

(سنجه ، الگو، یکا ، پیمانه و ...)

در تعریف واحد یک کمیت دقت شود که آن واحد دو شرط را رعایت کند تا بتواند عمومیت پیداکند : الف) غیر قابل تغییر باشند (عمدی وسهوی) ب) ودر دسترس همگان باشد

واحد فقط برای کمیّات اصلی تعریف می شود و واحد کمیّات فرعی وابسته به واحدهای کمیّات اصلی تعریف می شود

مثلاً واحد سرعت متر بر ثانیه است.

دستگاه متریک (MKS - SI)

مزیت این دستگاه نسبت به دیگر دستگاه ها در این است سیستم تقسیم بندی درون واحدی آن ده دهی است (میلی – سانتی – کیلو – مگا ....)

۱) کمیت طول با نماد (L)	با واحد متر با نماد (m)
۲) کمیت جرم با نماد (M)	با واحد کیلو گرم با نماد (kg)
۳) کمیت زمان با نماد (T)	با واحد ثانیه با نماد (s)
۴) کمیت شدت جریان الکتریکی با نماد (I)	با واحد آمپربا نماد (Amp)
۵) کمیت مقدار ماده با نماد (n)	با واحد مول با نماد (mol)
۶) کمیت شدت روشنایی با نماد (C)	با واحد شمع (کاندلا)با نماد (cd)
۷) کمیت دما با نماد (T)	با واحد کلوین با نماد (^{0}K)

متر (واحد طول)

اولین تعریف واحد طول « متر» :

یک ده میلیونیم فاصله خط استوا تا قطب شمال در روی نصف النهار گرینویچ

حسن این تعریف : غیر قابل تغییر بودن آن در ظاهر که شکل کره زمین ثابت است

برای قابل دسترس بودن آن نمونه هایی از جنس آلیاژ ایریدوم پلاتین ساخته شد ودر موزه ها ومراکز استاندارد نگهداری می شوند

نقص این تعریف : تغییرات شکل کره زمین در طول زمان وعدم دقت بالای این تعریف

امروزه با استفاده از سیستمهای دقیق تداخل سنجی ولیزرها طول موج گذار خاصی از اتمها (مثلاً اتم کادمیوم) را در نظر گرفته وبا یک ضریبی متر را تعریف می کنند که دیگر مطمئناً قابل تغییر نیست

یک متر استاندارد = ۱,۵۵۳۱۶۳/۵برابر طول موج نور سرخ گسیلی از اتم کادمیوم ویا

یک متر استاندارد = ۱,۶۵۰,۷۶۳/۷۳طول موج نور سرخ-نارنجی گسیلی از اتم کریپتون

ثانیه (واحدزمان)

هر پدیده تکرار شونده منظم طبیعی را می توان به عنوان زمان در نظر گرفت

مانند حرکت ماه وخورشید

در گفتگوهای عادی حتی گاهاً ناخود آگاه از فرآیندهای تکرار شونده غیر طبیعی نیز به عنوان واحد زمان استفاده می کنیم (البته بطور غیر علمی) مثل قرار گذاشتن در ساعت کلاس

لولین تعریف واحد زمان: یک تقسیم بر ۸۶۴۰۰ برابر طول شبانه روز

نقص این تعریف : طول شبانه روز ثابت نیست وساعتهای اتمی ثابت کرده اندکه طول شبانه روز تغییر می کند . پدیده سونامی نیز طول شبانه روز را تغییر داد .

امروزه با استفاده از سیستمهای دقیق تداخل سنجی ولیزرها فرکانس گذار خاصی از اتمها (مثلاً اتم سزیم) را در نظر گرفته وبا یک ضریبی ثانیه را تعریف می کنند که دیگر مطمئناً قابل تغییر نیست

یک ثانیه استاندارد =زمان لازم برای تعداد ۹,۱۹۲,۶۳۱,۷۷۰ بار ارتعاش یک تابش معین گسیلی توسط ایزوتوپ خاصی از اتم سزیم است.

در دستگاه متریک سیتم درون واحدی زمان نیز ده دهی تعریف شده است وبه مرور زمان نیز در همه مطالب علمی رعایت می شود

ولی عموم مردم به سیستم دقیقه ثانیه ۶۰ در ۶۰ عادت دارند . بر طبق نظر افرادی این نوع تقسیم بندی چه در ساعت وچه در زاویه به ایرانیان نسبت داده می شود

سئوال :الف) به نظر شما می توان برای واحد زمان از یک پاندول دقیق استفاده کرد ؟

ب)معایب استفاده از ساعت شنی به عنوان واحد زمان را بنویسید.

عمر جهان	$3 \times 10^{17}\ s$
عمر متوسط انسان	$2 \times 10^{9}\ s$
یک سال بر حسب ثانیه	$3 \times 10^{7}\ s$

واحد جرم کیلو گرم است . که مبداء اصلی این نمونه خیلی مشخص نیست البته امروزه بر حسب جرم اتمها دقیق تعریف می شود . برای مثال جرم یک مول اتم کربن ضربدر ۱۰۰۰ تقسیم بر ۱۲ همان یک کیلوگرم است

برای قابل تغییر نبودن از جنس آلیاژ ایریدوم پلاتین نمونه سازی شده و حفاظت می شود

واحد جرم اتمی نیز به عنوان واحد جرم تعریف می شود(البته نه در دستگاه MKS) که یک دوازدهم جرم اتم کربن ^{12}C است وبرابراست با:

$$1u = 1.661 \times 10^{-27}\, kg$$

سئوال :اگر شخصی ادعا کند که ابعاد کلّ جهان به نصف مقدار اولیه کاهش یافته است در تأیید ویا رد ادعای او چه می توانید بیان کنید.

دقت وارقام معنی دار

فقط اعدادی با هم مقایسه می شوند ویا برابر گرفته می شوند که هم واحد وبرای هم هم جنس بیان شوند.

مثلاً اعداد مربوط به سرعت با اعداد مربوط به نیرو قابل مقایسه نیستند

ویا به وجود اینکه انرژی و گشتاور نیرو هم واحد هستند ولی جمع بستن آنها خطاست

در ضرب وتقسیم کردن تعداد ارقام معنی دار حاصل نباید از تعداد ارقام معنی دار عددی که کوچکترین رقم معنی دار را در محاسبه داشته ، بیشتر باشد

$$2.3 \times 3.14159 = 7.2$$

در جمع وتفریق کردن تعداد ارقام معنی دار حاصل برابر با تعداد ارقام معنی دار عددی که کوچکترین رقم معنی دار را در محاسبه داشته ، است

$$103.9 + 2.12 + 0.319 = 106.3$$

واحدهای طول نجومی

سال نوری : مقدار مسافتی که نور در یک سال در شرایط خلاء طی می کند

$$d = ct = 3\times10^{8}\times3\times10^{7} = 9\times10^{15}m$$

یکای نجومی: فاصله متوسط زمین تا خورشید را می گویند که در حدود ۱۵۰ میلیون کیلومتر است .

پارسگ : فاصله ناظری از زمین یا خورشید را می گویندبطوریکه یکی نجومی را تحت یک ثانیه گوسی ببیند .

$$s = r\theta \rightarrow r = \frac{u_n}{\theta} = \frac{1.5\times10^{10}}{\frac{1}{3600}\times\frac{\pi}{180}} = 3.09\times10^{15}\,m$$

فصل دوم – حرکت با شتاب ثابت در یک بعد

یادآوری آنالیز برداری

کمیتهای فیزیکی را از یک دیدگاه (در حد فیزیک ۱) به دو دسته می توان تقسیم کرد

۱) اسکالر ها (نرده ای ها) :کمیّاتی که صرفاً با یک عدد تنها کاملاً توصیف می شوند. مثلاً
جرم– زمان – انرژی

۲) بردارها : کمیّاتی که با یک عدد تنها کاملاً توصیف نمی شوند وبرای توصیف کامل نیاز به توضیحاتی در مورد جهت گیری فضایی آنها خواهیم داشت.مثل سرعت – نیرو –تکانه

بردار ها واسکالر ها کمیات کاملاً متفاوت از یکدیگرند ودر جمع وتفریق ومقایسه دقت شود که به هیچ وجه اشتباه نشود.

$$\vec{F} = 3 \quad !!!?$$

فصل دوم – حرکت با شتاب ثابت در یک بعد

یادآوری آنالیز برداری

کمیتهای فیزیکی را از یک دیدگاه (در حد فیزیک ۱) به دو دسته می توان تقسیم کرد

۱) اسکالر ها (نرده ای ها) :کمیّاتی که صرفاً با یک عدد تنها کاملاً توصیف می شوند. مثلاً جرم– زمان – انرژی

۲) بردارها : کمیّاتی که با یک عدد تنها کاملاً توصیف نمی شوند وبرای توصیف کامل نیاز به توضیحاتی در مورد جهت گیری فضایی آنها خواهیم داشت.مثل سرعت – نیرو –تکانه

بردار ها واسکالر ها کمیات کاملاً متفاوت از یکدیگرند ودر جمع وتفریق ومقایسه دقت شود که به هیچ وجه اشتباه نشود.

$$\vec{F} = 3 \quad !!!?$$

هر کمیت بردار ی با دو پارامتر مشخص می شود اندازه وجهت .

در محاسبات مربوط به آنالیز برداری دقت شود که به هیچ وجه جهت فراموش نشود.

نمایش بردارها

الف) بطور نمادیک : حروف انگلیسی با یک علامت پیکان در بالای آنها.

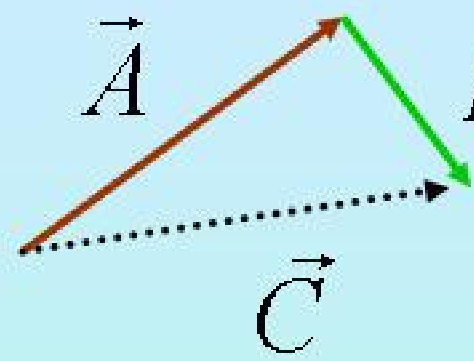
ب) بطور هندسی (ترسیمی) : یک پاره خط با در علامت پیکان در انتهای آن

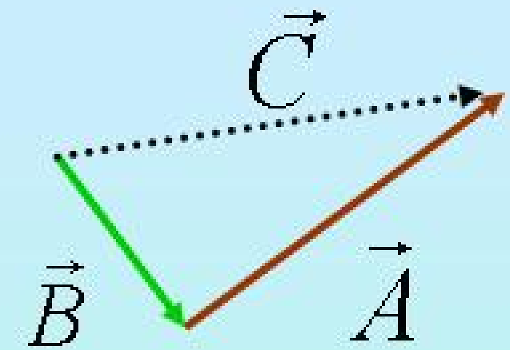
$$\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \ \ldots, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \ldots$$

در نمایش هندسی طول پاره خط متناسب با اندازه بردارها وامتداد پاره خط با علامت پیکان در انتهای آن جهت بردارها را نشان می دهد.

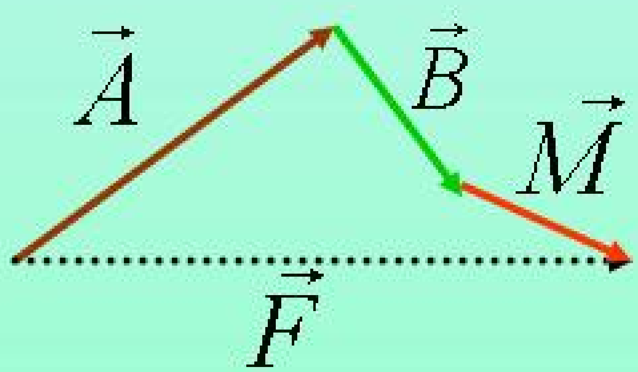
جمع (برآیند) بردارها :

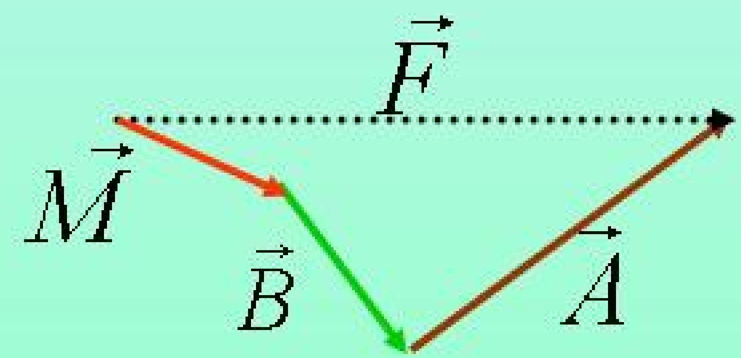
$$\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$$





$$\vec{F}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{M}=\vec{M}+\vec{B}+\vec{A}$$

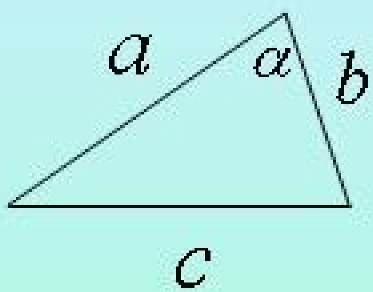




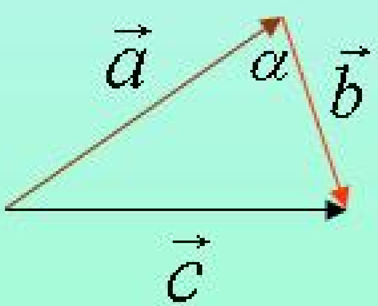
در جمع بردار ها خاصیت جابجایی وجود دارد

روش کسینوسها درجمع بردارها :

در روش هندسی جمع دوبردار، دوبردار با برداربرآیند یک مثلث تشکیل می دهند. بنابراین اگر طول دو ضلع با زاویه مابین شان معلوم باشد با استفاده روش کسینوسها می توان اندازه ضلع سوم را بدست آورد.

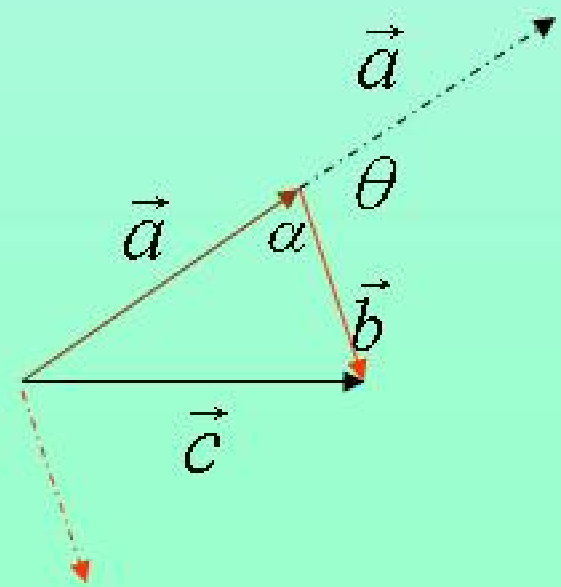


$$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\alpha}$$



$$\begin{cases} |\vec{a}| = a \\ |\vec{b}| = b \\ |\vec{c}| = c \end{cases} \rightarrow \qquad c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\alpha}$$

تعریف زاویه دوبردار طبق قرارداد آنالیز برداری:
زاویه کوچکتر از ۱۸۰ درجه ایکه که دوبردارهم مبدأ با هم تشکیل می دهند.



$$\alpha = \pi - \theta \rightarrow \cos\alpha = -\cos\theta \Rightarrow \quad \boxed{c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}}$$

در زاویه ۹۰ درجه دوبردار این رابطه به رابطه فیثاغورث می رسد

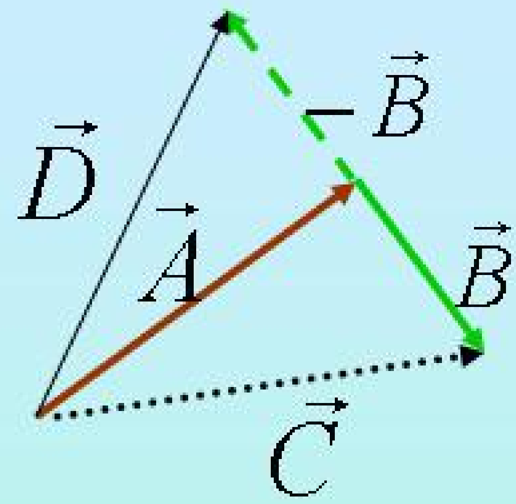
در زاویه صفر درجه دوبردار بیشینه مقدار اندازه برآیندو بردار مورد جمع با اندازه های ثابت ولی با جهت های قابل تنظیم حاصل می شود.

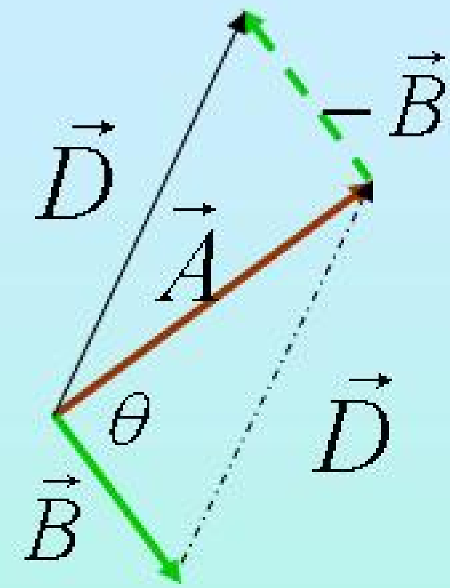
در زاویه ۱۸۰ درجه دوبردار کمینه مقدار اندازه برآیند دو بردار مورد جمع با اندازه های ثابت ولی با جهت های قابل تنظیم حاصل می شود.

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta} \quad , \begin{cases} \theta = \pi/2 \rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = 0 \quad\quad \rightarrow c = a + b \\ \theta = \pi \quad\quad \rightarrow c = |a - b| \end{cases}$$

روش کسینوسها درتفریق بردارها :

$$\vec{D}=\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+\left(-\vec{B}\right)$$





دوبردار متقابل: دو برداریکه دارای اندازه یکسانی بوده ولی در خلاف جهت یکدیگر باشند.

$$\vec{D}=\vec{A}-\vec{B} \quad \rightarrow \quad D=\sqrt{A^2+B^2-2AB\cos\theta}$$

با استفاده از تفاضل برداری می توان جهت بردار برآیند دو بردار مورد جمع را پیدا کرد

$$\vec{C}=\vec{A}+\vec{B} \rightarrow C=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\theta}$$

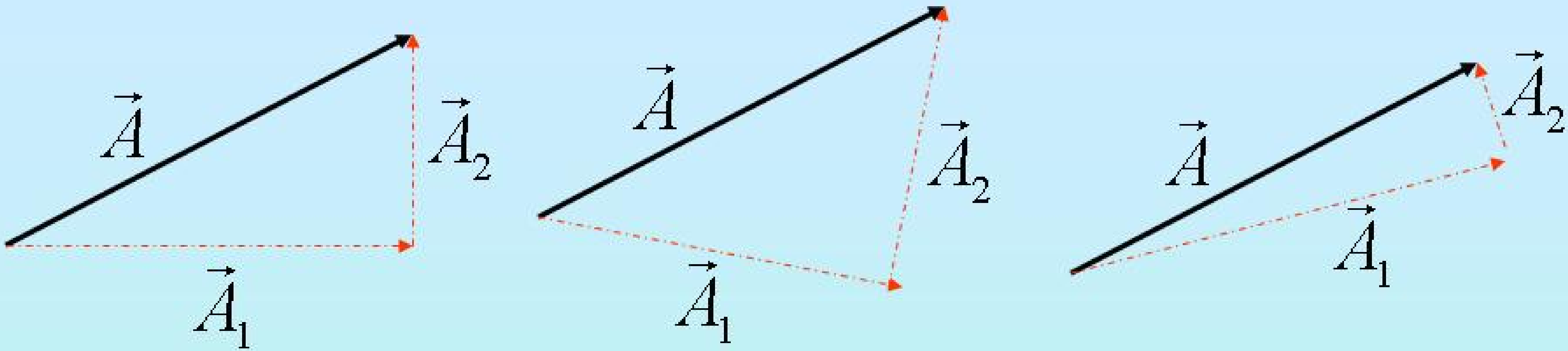
$$\vec{B}=\vec{C}-\vec{A} \rightarrow B=\sqrt{C^2+A^2-2CA\cos\beta} \rightarrow \beta=?$$

روش کسینوسها برای جمع دو بردار شاید بعضی مواقع مناسب باشد ولی بهر حال دارای محاسبات ریاضی طولانی بوده وبرای جمع تعداد بیشتری از بردارها بطور تصاعدی هم تکرار محاسبات بیشتر می شود وچون نتیجه هر محاسبه در قسمت بعدی بکار برده می شود خطای محاسبه نیز بیشتر می شود . در کل برای جمع n بردار $2n-2$ بار استفاده از رابطه کسینوسها لازم است.

روش تحلیلی (مؤلفه ای) جمع بردارها :

اگر بتوان زیر رادیکال را به نحوی از روابط مثلثاتی ساده کرد محاسبات ساده می شود . در واقع اگر بتوان بردارها را به صورتی نوشت که در جهت های عمود بر هم قابل بیان باشند.

هر بردار دلخواهی را می توان به صورت جمع دو بردار عمود بر هم نوشت ، بطوریکه در قاعده جمع ترسیمی رعایت شوند .



انتخاب جهت های عمود بر هم اختیاری است .اما اگر بیش از یک بردار را بررسی می کنیم برای مقایسه وسادگی محاسبات برای همه آنها جهت های عمود بر هم یکسانی فرض می شود

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

و این جهت های عمود بر هم اختیاری را بر حسب عادت همان جهت های دستگاه دکارتی x, y در نظر می گیریم

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

و در تعمیم به سه بعد

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

و برای هر بردار دیگری نیز به همین شکل:

$$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y + \vec{B}_z$$

بردار یکّه :

هر برداری که اندازه آن یک باشد بردار یکه گفته می شود.

بردار یکه $\hat{u}_A$ برداری با اندازه یک ودر جهت بردار $\vec{A}$ است

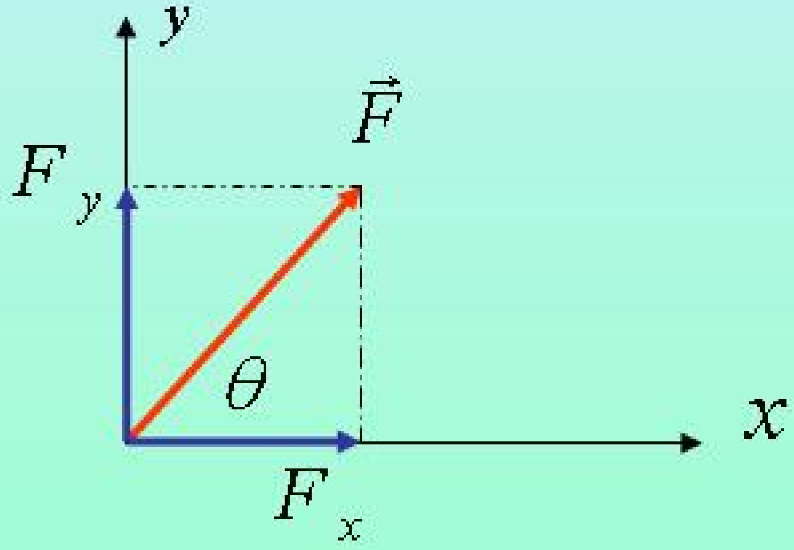
می توان ثابت کرد که هر بردار دلخواه را می توان به شکل $\vec{A} = A\hat{u}$ نوشت:

$$\begin{cases} \vec{A}_x = A_x\hat{u}_x \\ \vec{A}_y = A_y\hat{u}_y \\ \vec{A}_z = A_z\hat{u}_z \end{cases} \Rightarrow \underline{\vec{A} = A_x\hat{u}_x + A_y\hat{u}_y + A_z\hat{u}_z}$$

$$\begin{cases} \hat{u}_x = \hat{i} \quad \hat{u}_y = \hat{j} \quad \hat{u}_z = \hat{k} \\ \underline{\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}} \end{cases}$$

در جمع بردار ها در روش تحلیلی مؤلفه های همنام همه بردارهای مورد جمع با هم بطور مستقل جمع شده تا همان مؤلفه بردار برآیند را به ما بدهد

$$\vec{F}=\vec{A}+\vec{B}-\vec{C}+\ldots \rightarrow \begin{cases} F_x = A_x + B_x - C_x + \ldots \\ F_y = A_y + B_y - C_y + \ldots \\ F_z = A_z + B_z - C_z + \ldots \end{cases} \qquad F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2} + F_z^{\,2}}$$



در دو بعد

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \rightarrow \begin{cases} F = \sqrt{F_x^{\,2} + F_y^{\,2}} \\ \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{F_y}{F_x}\right) \end{cases}$$

مسئله۱: اتاقی به ابعاد ٤در ٥ وبا ارتفاع ٣ متر را در نظر بگیرید . حشره ای می خواهد از یک کنج آن به کنج مقابل آن راه برود

الف) بردار جابجایی آن را بنویسید

ب) کوتاهترین مسیر ممکن را پیدا کنید

مسئله۲: دو نیرو ی داده شده زیر بر جسمی به جرم ۲ کیلو گرم وارد می شوند زاویه بردار شتاب آن با محور های مختصات را پیدا کنید.

$$\vec{F}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j} \qquad , \vec{F}_2 = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

مسئله۳: جسمی با بردارهای جابجایی داده شده زیر بطور ادامه هم حرکت می کند ومی خواهد به جابجایی سوم به محل اولیه قبل از شروع حرکت بر گردد . بردار جابجایی سوم را پیدا کنید.

$$\vec{R}_1 = 2\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k} \qquad , \qquad \vec{R}_2 = \hat{i} - 4\hat{j}$$

ضرب وتقسم بردارها :

نقطه: تقسیم بر بردار تعریف نشده است بنابراین به هیچ وجهی در آنالیز برداری بردار در مخرج کسری قرار نمگیرد

ضرب بردارها :

ضرب بردار ها به سه شکل مختلف تعریف می شود

۱) **ضرب اسکالر در بردار** : که شامل بردار تقسیم بر اسکالر را هم می شود

۲) **ضرب درونی دو بردار** : (ضرب نقطه ای – اسکالری – نرده ای – عددی)

۳) **ضرب خارجی دو بردار** : (ضرب برداری)

توجه :به علامت های قرار دادی در تعریف ضرب بردار ها باید خیلی دقت کرد وعدم دقت معنای دیگری به جمله خواهد داد .

ضرب اسکالر در بردار :

اگر α یک اسکالر و $\vec{A}$ یک بردار فرض شوند حاصل ضرب آنها با هم به شکل زیر تعریف می شود

$$\vec{B}=\alpha\vec{A} \rightarrow B=\alpha A \; , \begin{cases} \vec{B}\parallel\vec{A} & if:\alpha>0 \\ angle\;\; \vec{B},\vec{A}=180^0 & if:\alpha<0 \end{cases}$$

برای مثال :

$$\alpha=0.2 \quad , \quad \vec{A}=4\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k} \quad \Rightarrow \vec{B}=0.8\hat{i}+0.4\hat{j}-0.2\hat{k}$$

اگر α یک عدد کسری باشد در واقع تقسیم یک بردار بر یک اسکالر را نیز نشان می دهد

$$\alpha=\frac{1}{2} \quad , \quad \vec{A}=3\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k} \quad \Rightarrow \vec{B}=1.5\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$$

در کل در این ضرب تمام مؤلفه های یک بردار تک به تک به آن اسکالر ضرب می شود

ضرب درونی دو بردار :

ضرب درونی دو بردار با هم به شکل زیر تعریف می شود:

$$\vec{a}.\vec{b} = a\,b\cos\theta$$

که حاصل ضرب درونی دو بردار یک عدد است .به همین به اسامی دیگری مانند ضرب عددی ،اسکالری ونرده ای نیز دیده می شود

حاصل ضرب درونی دو بردار عمود بر هم همواره صفر و حاصل ضرب درونی هر برداری با خودش برابر با مربع اندازه اش خواهد بود

$$\vec{a}.\vec{a} = a^2 \rightarrow a = \sqrt{\vec{a}.\vec{a}}$$

ضرب درونی بردارهای یکه در دستگاه دکارتی :

$$\hat{i}.\hat{i} = \left|\hat{i}\right| \times \left|\hat{i}\right| \times 1 = 1 = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k}$$

$$\hat{i}.\hat{j} = \left|\hat{i}\right| \times \left|\hat{j}\right| \times \cos 90 = 0 = \hat{i}.\hat{k} = \hat{j}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = \hat{k}.\hat{j}$$

حاصل ضرب درونی دو بردار بر حسب مؤلفه های آن:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \quad , \quad \vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

$$\begin{aligned}\vec{A}.\vec{B} &= A_x B_x \underline{\hat{i}.\hat{i}} + A_x B_y \hat{i}.\hat{j} + A_x B_z \hat{i}.\hat{k}\\ &+ A_y B_x \hat{j}.\hat{i} + A_y B_y \underline{\hat{j}.\hat{j}} + A_y B_z \hat{j}.\hat{k}\\ &+ A_z B_x \hat{k}.\hat{i} + A_z B_y \hat{k}.\hat{j} + A_z B_z \underline{\hat{k}.\hat{k}}\end{aligned}$$

$$\boxed{\Rightarrow \quad \vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}$$

مثال: مقدار m را چنان تعیین کنید که دو بردار داده شده بر هم عمود باشند

$$\vec{A} = 5\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k} \quad , \quad \vec{B} = 2\hat{i} + m\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = 5\times 2 + (-2)m + 4\times(-3) = 0 \quad \rightarrow m = -1$$

پیدا کردن زاویه بین دو بردار با استفاده از تعریف ضرب درونی :

$$\vec{a}.\vec{b} = a\,b\cos\theta \qquad \Rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{a\,b} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

مثال: زاویه بردار دلخواه $\vec{A}$ را با محور مختصات (x) پیدا کنید

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \qquad , \qquad \vec{B} = B\hat{i}$$

$$\cos\theta = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}} = \frac{A_x B_x}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}\,B_x} = \frac{A_x}{A}$$

کسینوس های هادی : کسینوس زاویه هر امتدادی نسبت به محورهای مختصات (هدایت جهت در فضا)

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A}\,, \quad \cos\beta = \frac{A_y}{A}\,, \quad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$

$$\boxed{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1}$$

$$\boxed{\hat{u}_A = \cos\alpha\,\hat{i} + \cos\beta\,\hat{j} + \cos\gamma\,\hat{k}}$$

ضرب خارجی دو بردار :

ضرب خارجی دو بردار با هم به شکل زیر تعریف می شود:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c} \;\rightarrow\; \begin{cases} c=a\,b\sin\theta \\ \vec{c}\perp\vec{a},\vec{b} \end{cases}$$

که حاصل ضرب خارجی دو بردار یک بردار است به همین علّت ضرب برداری نیز نامیده می شود وبر هر دو بردار مورد ضرب عمود است وجهت آن از قاعده دست راست تبعیت می کند

حاصل ضرب خارجی دو بردار موازی با هم همواره صفر است

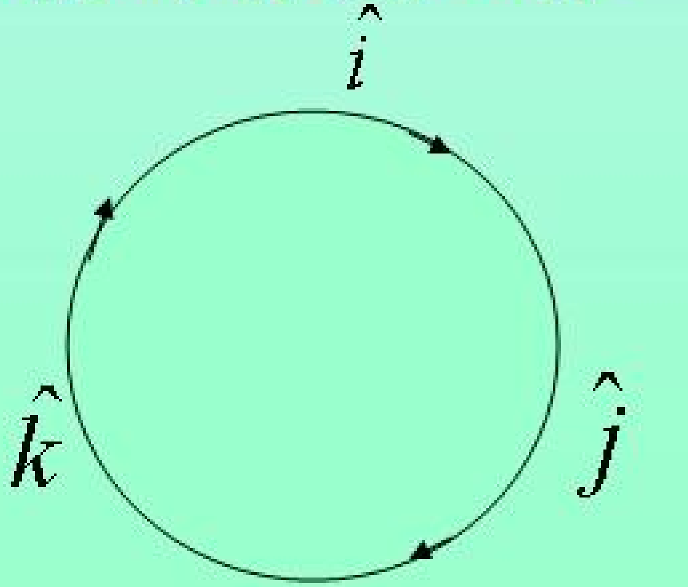
$$\vec{a}\times\vec{a}=\vec{0}$$

ضرب خارجی بردارهای یکه در دستگاه دکارتی :

$$\left|\hat{i}\times\hat{i}\right|=\left|\hat{i}\right|\left|\hat{i}\right|\times 0=0=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}$$

$$\left|\hat{i}\times\hat{j}\right|=\left|\hat{i}\right|\left|\hat{j}\right|\sin 90=1=-\left|\hat{i}\times\hat{k}\right|$$

$$=-\left|\hat{j}\times\hat{i}\right|=\left|\hat{j}\times\hat{k}\right|=\left|\hat{k}\times\hat{i}\right|=-\left|\hat{k}\times\hat{j}\right|$$



حاصل ضرب خارجی دو بردار بر حسب مؤلفه های آن:

$$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k} \quad , \quad \vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$$

$$\vec{A}\times\vec{B}=A_xB_x\underline{\hat{i}\times\hat{i}}+A_xB_y\hat{i}\times\hat{j}+A_xB_z\hat{i}\times\hat{k}$$
$$+A_yB_x\hat{j}\times\hat{i}+A_yB_y\underline{\hat{j}\times\hat{j}}+A_yB_z\hat{j}\times\hat{k}$$
$$+A_zB_x\hat{k}\times\hat{i}+A_zB_y\hat{k}\times\hat{j}+A_zB_z\underline{\hat{k}\times\hat{k}}$$

$$\boxed{\Rightarrow \quad \vec{A}\times\vec{B}=\hat{i}\left(A_yB_z-A_zB_y\right)+\hat{j}\left(A_zB_x-A_xB_z\right)+\hat{k}\left(A_xB_y-A_yB_x\right)}$$

$$\boxed{C_i=A_jB_k-A_kB_j}$$

مثال: بردار یکّه ای را پیدا کنید که بر هر دو بردار داده شده زیر عمود باشد

$$\vec{A}=5\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$$
$$\vec{B}=2\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}$$

$$\hat{u}_{\vec{A}\times\vec{B}}=\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|}=\ ?$$

ضرب های چند گانه بردار ها :

ضرب بیش از یک بار بردارها در هم در عبارت نیز قابل تعریف است البته بایستی دقّت شود عبارت تعاریف ضرب برداری را رعایت کند .

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) \quad , \quad \vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c}) \quad , \quad \vec{a}(\vec{b}.\vec{c})$$

عبارات نادرست مانند :

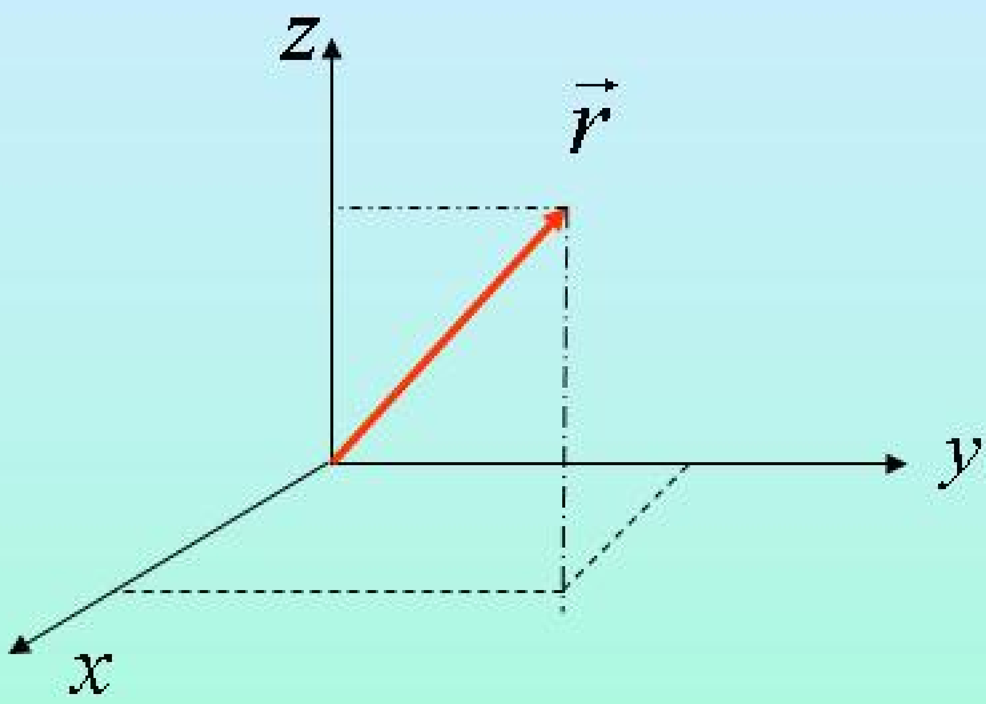
$$\vec{a}(\vec{b}\times\vec{c}) \quad , \quad \vec{a}.(\vec{b}.\vec{c}) \quad , \quad \vec{a}\times(\vec{b}.\vec{c})$$

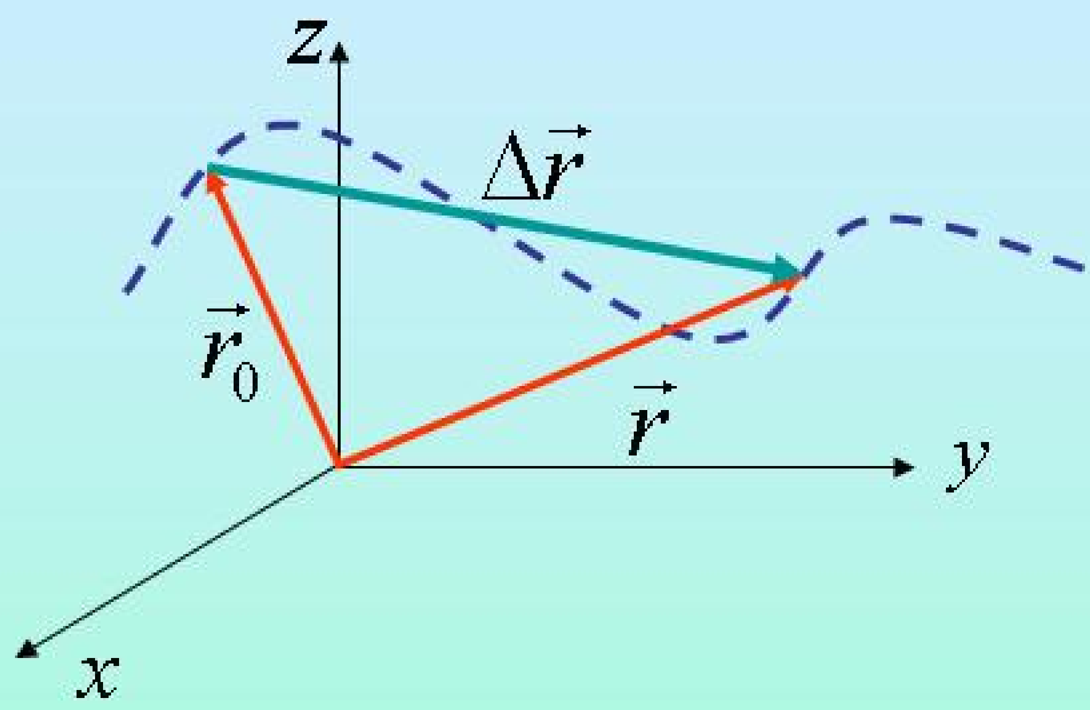
حاصل عبارات زیر بدون محاسبه بیان کنید $\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{a}) \quad , \quad \vec{a}.(\vec{c}\times\vec{c})$

می توان ثابت کرد که مساحت یک مثلث که دو ضلع آن از دوبردار هم مبدأ $\vec{a},\vec{b}$ تشکیل یافته از رابطه زیر بدست می آید وهمچنین حجم یک متوازی السطوح که از سه بردار داده شده $\vec{a}\,,\vec{b}\,,\vec{c}$ نیز از رابطه داده شده محاسبه می شود:

$$s=\frac{1}{2}\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| \qquad V=\vec{a}.\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$$

بردار مکان : هر برداری که مبدأ آن منطبق بر مبدأ مختصات باشد را می گویند
در واقع برداری است که فضا را مستقیماً از دید ناظر نشان می دهد





بردار جابجایی :

هر برداری که مبدأ آن منطبق بر نقطه شروع (بررسی) حرکت وانتهای آن
نیز منطبق بر نقطه انتهای (بررسی) حرکت باشد

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$$

هر بردارجابجایی حاصل تفاضل بردار مکان انتها با بردار مکان ابتدای حرکت است

مقدمه ای بر مکانیک :

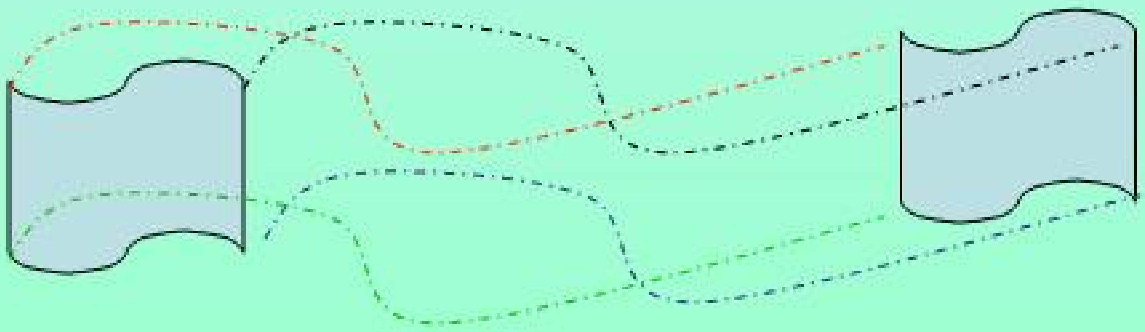
مکانیک به معنای حرکت شناسی ویا بررسی قوانین حاکم بر حرکت اجسام است.

انواع حرکت در فیزیک :

الف) حرکت انتقالی محض :

حرکتی که در آن محورهای مختصات متصل به جسم با محورهای مختصات ثابت بیرون زاویه ثابتی تشکیل می دهد

ویا حرکتی که در آن جسم به موازات خودش جابجا شود به این معنی که خط سیر ذرات متعلق به جسم کاملا مشابه همدیگر باشد

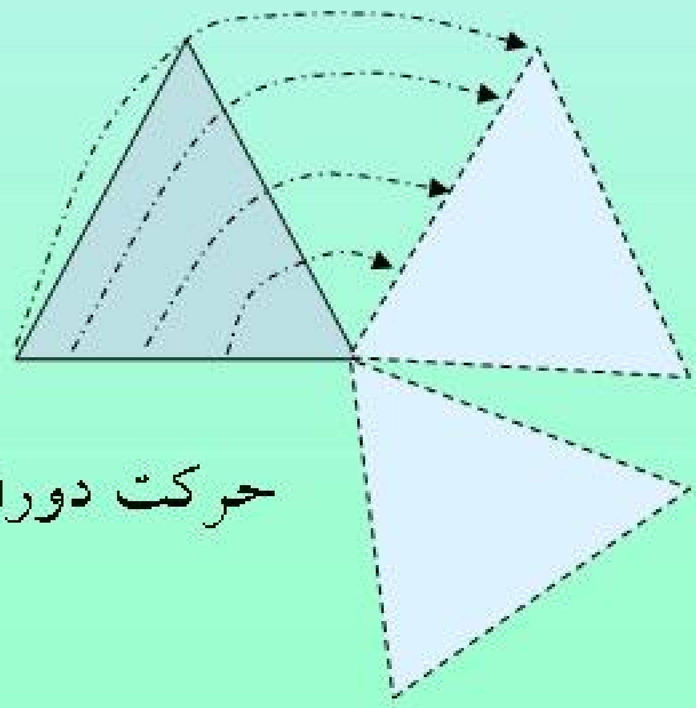


ب) حرکت دورانی محض:

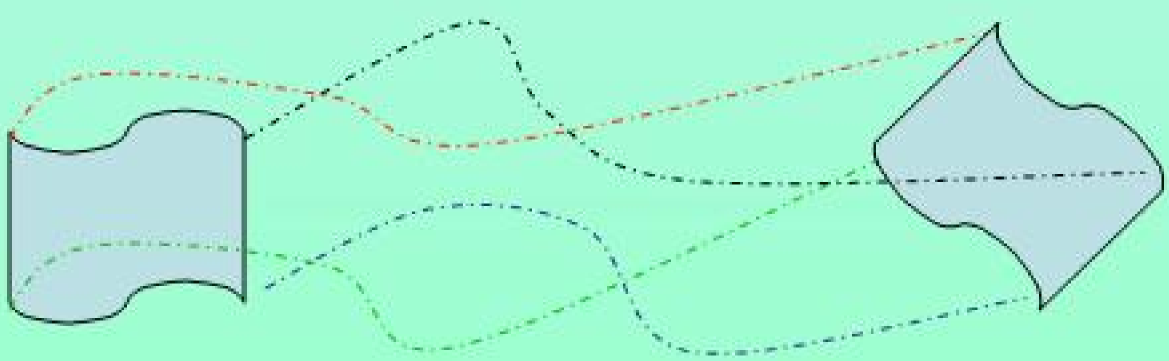
حرکتی که در آن محورهای مختصات متصل به جسم نسبت به محورهای مختصات ثابت بیرون زاویه ثابتی تشکیل نمی دهد ومتغیر است

ویا حرکتی که در آن جسم به موازات خودش جابجا نمی شود به این معنی که خط سیر ذرات متعلق به جسم متفاوت از همدیگر است ویا دایره های هم مرکز را تشکیل می دهند

در حرکتی انتقالی محض سرعت تمام نقاط جسم دقیقاً یکی است ولی در حرکت دورانی محض حداقل دو نقطه در جسم پیدا می شود که سرعت متفاوت از هم دارند



حرکت دورانی محض:



حرکت انتقالی ودورانی :

ج) حرکت ارتعاشی:

حرکتی که در آن جسم در زمانهای مساوی مسیرهای ثابتی طی می کند

که هم می توان با حرکت انتقالی بررسی کرد وهم تصویر حرکت یک حرکت دورانی ساده ای را در نظر گرفت

مثا جسم متصل به انتهای فنری در حال ارتعاش ویا پاندول

بنا به فرآیندهای زیادی که در طبیعت از این نوع حرکت در طبیعت وجود دارد گاهاً به عنوان حرکت نوع سوم اهمیت پیدا می کند

مفهوم ذره در مکانیک :

ذره جسمی است که دارای جرم بوده ولی ابعاد آن به طرف صفر میل می کند در واقع یک نقطه بیشتر نیست

بنابراین نمی توان برای آن حرکت دورانی در نظر گرفت . هدف از تعریف ذره شروع بررسی حرکت با کنار گذاشتن حرکت دورانی های ممکن

سرعت متوسط:

نسبت بردار جابجایی یک متحرک به مدت زمان همان جابجایی

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \left(\frac{m}{s}\right) \rightarrow \vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\hat{i} + \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1}\hat{i} + \frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1}\hat{k}$$

مثال ۱:

متحرکی با بردار مکان $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 4t\hat{j} + 5\hat{k}$ حرکت می کند.
سرعت متوسط آنرا از زمان $t = 1$ الی $t = 3$ ثانیه پیدا کنید

مثال ۲:

دونده ای ابتدا در روی مسیر مستقیمی مسافت ۳۰۰ متر را در ۵ دقیقه ودر ادامه مسافت ۳۰۰ دیگر را با سرعت ۲ متر بر ثانیه می دود. سرعت میانگین آن در کلّ جابجایی را پیدا کنید

مثال ۳:

متحرکی در روی مسیردایروی با اندازه سرعت ثابتی دوران می کند سرعت متوسط آن را در یک دور کامل ونیم دور دایروی بر حسب اندازه سرعت وشعاع دایره پیدا کنید

حلّ مثال ۱:

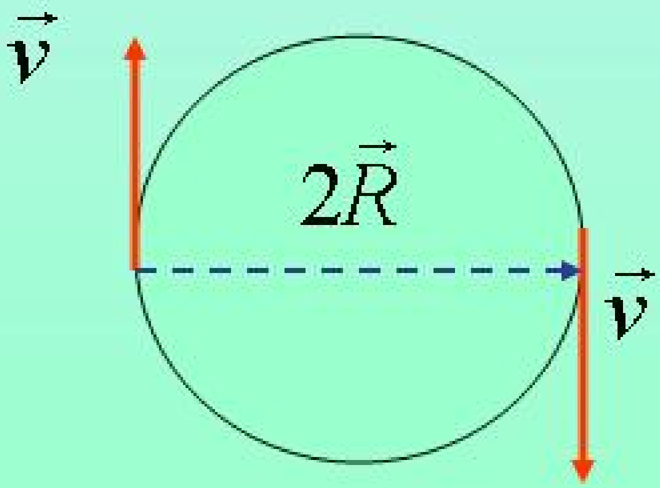
$$\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 4t\,\hat{j} + 5\hat{k} \rightarrow \begin{cases} \vec{r}_{t=1} = 3\hat{i} + 4\,\hat{j} + 5\hat{k} \\ \vec{r}_{t=3} = 27\,\hat{i} + 12\,\hat{j} + 5\hat{k} \end{cases}$$

$$\Delta\vec{r} = (27-3)\hat{i} + (12-4)\hat{j} + (5-5)\hat{k} = 24\hat{i} + 8\hat{j} \rightarrow \bar{\vec{v}} = \frac{24\hat{i} + 8\hat{j}}{3-1} = 12\hat{i} + 4\hat{j}$$

حلّ مثال ۲:

$$\begin{cases} \Delta x = 300 + 300 = 600 \\ \Delta t = 5 \times 60 + 300/2 = 450 \end{cases} \rightarrow \bar{v} = \frac{600}{450} = \frac{4}{3}\,m/s$$

حلّ مثال ۳:



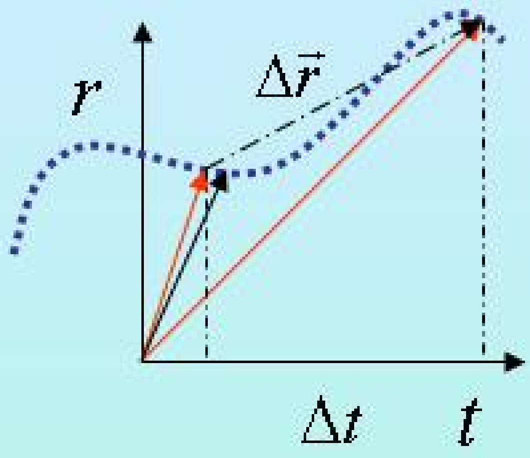
$$\Delta\vec{r} = 2\vec{R} \quad , \quad \Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2}\,\frac{2\pi R}{v} = \frac{\pi R}{v}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{2R}{\pi R/v} = \frac{2v}{\pi}$$

سرعت لحظه ای:

سرعت در هر لحظه یک متحرک (سرعت متوسط یک متحرک در بازه زمانی $\Delta t \to 0$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\vec{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r(t+\Delta t) - r(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$



جهت سرعت لحظه ای همواره مماس بر مسیر است

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \to \vec{v} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right) \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt}, \; v_y = \frac{dy}{dt}, \; v_z = \frac{dz}{dt}$$

مثال ۱: متحرکی با بردار مکان $\vec{r} = 3t^3\hat{i} - 2t^2\hat{j} + 4\hat{k}$ حرکت می کند .
سرعت لحظه ای آنرا در $t = 2$ ثانیه پیدا کنید

مثال ۲: متحرکی با بردار مکان $x = R\cos(\omega t)$, $y = R\sin(\omega t)$ حرکت می کند .
زاویه بردار مکان را با سرعت لحظه ای آن پیدا کنید

حلّ مثال ۱:

$$\vec{r} = 3t^3\hat{i} - 2t^2\,\hat{j} + 4\hat{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\,\vec{r}}{d\,t} \quad \rightarrow \vec{v} = \frac{d}{d\,t}(3t^3\hat{i} - 2t^2\,\hat{j} + 4\hat{k}) = 9t^2\,\hat{i} - 4t\,\hat{j} + 0\hat{k}\Big|_{t=2} = 36\,\hat{i} - 8\,\hat{j}$$

حلّ مثال ۲:

$$x = R\cos(\omega t) \quad , \quad y = R\sin(\omega t)$$

$$\vec{r} = R\cos(\omega\,t)\hat{i} + R\sin(\omega\,t)\hat{j}$$

$$\rightarrow \vec{v} = -R\sin(\omega\,t)\hat{i} + R\cos(\omega\,t)\hat{j}$$

$$\cos\theta = \frac{-R^2\sin(\omega\,t)\cos(\omega\,t) + R^2\cos(\omega\,t)\sin(\omega\,t)}{R^2} = 0 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

شتاب متوسط:

نسبت بردار تغییرات سرعت یک متحرک به مدت زمان همان تغییرات

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right) \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}\hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t}\hat{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t}\hat{k}$$

$$= \frac{v_x - v_{0x}}{t_2 - t_1}\hat{i} + \frac{v_y - v_{0y}}{t_2 - t_1}\hat{i} + \frac{v_z - v_{0z}}{t_2 - t_1}\hat{k}$$

$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ جهت بردار شتاب متوسط با تفاضل دو بردار سرعت بدست می آید

مثال ۱: متحرکی با بردار مکان $\vec{r} = 3t^2\hat{i} + 4\hat{j} + t^3\hat{k}$ حرکت می کند. شتاب متوسط آنرا از زمان $t = 0$ الی $t = 2$ ثانیه پیدا کنید

مثال ۲: متحرکی در روی مسیردایروی با اندازه سرعت ثابتی دوران می کند شتاب متوسط آن را در یک نیم دور وربع دور دایروی بر حسب اندازه سرعت وشعاع دایره پیدا کنید

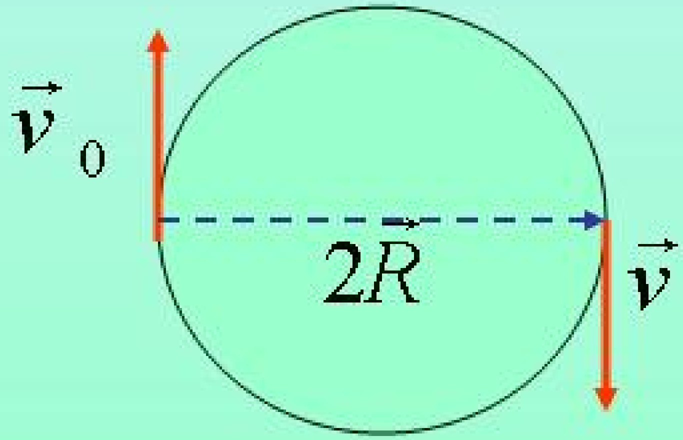
حلّ مثال ۱:

$$\begin{cases} \vec{r} = 3t^2\hat{i} + 4\hat{j} + t^3\hat{k} \\ \vec{v} = 6t\hat{i} + 3t^2\hat{k} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{v}_{t=0} = 0\hat{i} + 0\hat{k} \\ \vec{v}_{t=2} = 12\hat{i} + 12\hat{k} \end{cases}$$

$$\Delta\vec{v} = (12-0)\hat{i} + (12-0)\hat{k} = 12\hat{i} + 12\hat{k} \rightarrow \vec{\bar{a}} = \frac{12\hat{i} + 12\hat{k}}{2-0} = 6\hat{i} + 6\hat{k}$$

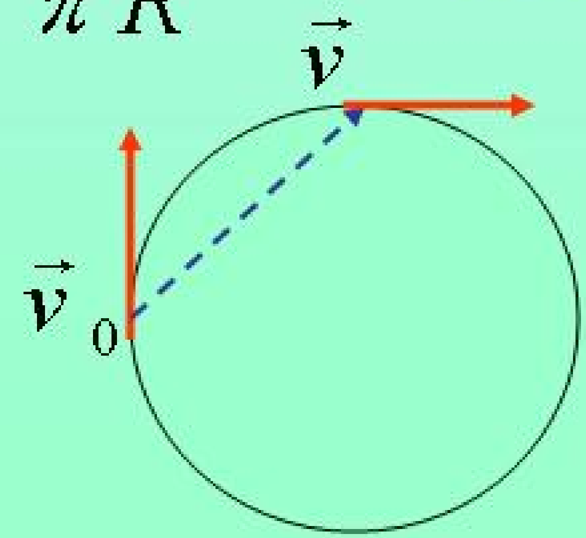
حلّ مثال ۲:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0 = 2\vec{v} \quad , \quad \Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2}\frac{2\pi R}{v} = \frac{\pi R}{v}$$



$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2v}{\pi R/v} = \frac{2v^2}{\pi R}$$

جهت موازی با
سرعت در انتها



شتاب لحظه ای:

شتاب در هر لحظه یک متحرک (شتاب متوسط یک متحرک در بازه زمانی $\Delta t \to 0$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\vec{a}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

جهت شتاب لحظه ای با استفاده از آنالیز برداری بدست می آید

$$\vec{a} = \frac{d\,\vec{v}}{d\,t} \quad \to \vec{a} = \frac{d}{d\,t}\left(v_x \hat{i} + v_y\,\hat{j} + v_z\,\hat{k}\right)$$

$$\Rightarrow \; a_x = \frac{d\,v_x}{d\,t} = \frac{d^2 x}{d\,x^2}\,,\; a_y = \frac{d\,v_y}{d\,t} = \frac{d^2 y}{d\,x^2}\;,\; a_z = \frac{d\,v_z}{d\,t} = \frac{d^2 z}{d\,x^2}$$

مثال ۱: متحرکی با بردار مکان $\vec{r} = 3t^3\hat{i} - 2t^2\,\hat{j} + 4\hat{k}$ حرکت می کند .
شتاب لحظه ای آنرا در الی $t = 2$ ثانیه پیدا کنید.

مثال ۲: متحرکی با بردار مکان $x = R\cos(\omega t)$, $y = R\sin(\omega t)$ حرکت می کند .
زاویه بردار شتاب آنرا را با سرعت لحظه ای آن پیدا کنید

حلّ مثال ۱:

$$\vec{r}=3t^3\hat{i}-2t^2\hat{j}+4\hat{k}$$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\rightarrow\vec{v}=\frac{d}{dt}(3t^3\hat{i}-2t^2\hat{j}+4\hat{k})=9t^2\hat{i}-4t\hat{j}$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}\rightarrow\vec{a}=\frac{d}{dt}(9t^2\hat{i}-4t\hat{j})=18t\hat{i}-4\hat{j}\Big|_{t=2}=36\hat{i}-4\hat{j}$$

حلّ مثال ۲:

$$x=R\cos(\omega t)\quad,\quad y=R\sin(\omega t)$$

$$\vec{r}=R\cos(\omega t)\hat{i}+R\sin(\omega t)\hat{j}$$

$$\rightarrow\vec{v}=-R\omega\sin(\omega t)\hat{i}+R\omega\cos(\omega t)\hat{j}$$

$$\rightarrow\vec{a}=-R\omega^2\cos(\omega t)\hat{i}+-R\omega^2\sin(\omega t)\hat{j}$$

$$\cos\theta=\frac{-R^2\omega^2\sin(\omega t)\cos(\omega t)+R^2\omega^2\cos(\omega t)\sin(\omega t)}{R^2}=0\rightarrow\theta=\frac{\pi}{2}$$

معادلات حرکت سینماتیک:

سینماتیک به شاخه ای از مکانیک گفته می شود که حرکت را بدون ذکر دلایل وبیان مفاهیم آن بیان می کند. روابط سینماتیکی فقط شامل پارامترهای حرکت است $\vec{r}\ ,\ \vec{v}\ ,\ \vec{a}\ ,\ t$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}\ \rightarrow \vec{v}-\vec{v}_0=\int_{t_0}^{t}\vec{a}(t)\,dt \qquad \vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}\ \rightarrow \vec{r}-\vec{r}_0=\int_{t_0}^{t}\vec{v}(t)\,dt$$

این معادلات کلّی بوده در سه بعد وبرای انواع تغییرات شتاب نسبت به زمان می توانند بکار برده شوند . در ادامه حالت های خاص آن را در نظر می گیریم .

در یک بعد (مستقیم الخط):

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}\ \rightarrow v-v_0=\int_{t_0}^{t}a_x(t)\,dt$$

$$v_x=\frac{dx}{dt}\ \rightarrow x-x_0=\int_{t_0}^{t}v_x(t)\,dt$$

حرکت یک بعدی با شتاب ثابت :

کمیتی که ثابت است وتغییر نمی کند مقدار
متوسط ولحظه ای یکسانی دارد

$$a_x = cte \rightarrow \bar{a}_x = a_x \rightarrow \quad a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - t_0} \Rightarrow \underline{v_x = v_{0x} + a_x (t - t_0)}$$

کمیتی که تغییرات آن ثابت باشد (سرعت) مقدار متوسط آن برابر با نصف
حاصل جمع نقدار اولیه ومقدار نهایی آن است

$$a = cte \rightarrow \bar{v}_x = \frac{1}{2}(v_x + v_{0x}) \qquad \Rightarrow \quad \frac{x - x_0}{t - t_0} = \frac{1}{2}(v_x + v_{0x})$$

$$\boxed{x - x_0 = \frac{1}{2} a_x (t - t_0)^2 + v_{0x}(t - t_0)}$$

با محاسبه زمان از معادله اول وجاگذاری در معادله دوم ، معادله مستقل از زمان بدست می آید

$$\boxed{v_x^2 - v_{0x}^2 = 2 a_x (x - x_0)}$$

مثال ۱:

قطاری از حال سکون با شتاب ثابت حرکت می کند . در یک لحظه قطار با سرعت ۳۲ متر بر ثانیه ودر فاصله ۱۶۰ متر بعد با سرعت ۵٤ متر بر ثانیه حرکت می کند الف) شتاب حرکت ب)مدت زمان لازم برای طی ۱۶۰ متر ج)زمان لازم برای رسیدن به سرعت ۳۲ متر بر ثانیه د) مسافت طی شده قبل از آن سرعت (۳۲) را پیدا کنید

مثال ۲:

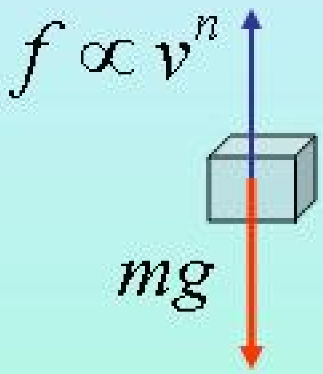
اتومبیلی در پشت چراغ قرمز متوقف شده است در لحظه ای که چراغ سبز می شود این اتومبیل با شتاب ۱ متر بر ثانیه شروع به حرکت می کند ودر همین لحظه اتومبیل دیگری که با سرعت ثابت ۱۰ متر بر ثانیه در فاصله ۲۰ متری به چراغ قرمز نزدیک می شود بدون توقف به حرکت خود ادامه می دهد . این دو اتومبیل در چه نقطه ویا نقاطی به هم می رسند؟

سقوط آزاد اجسام :

به حرکتی که در نزدیکی سطح زمین ، در امتداد شعاع کره زمین وتحت اثر فقط نیروی جاذبه زمین باشد گفته می شود

آیا شتاب جاذبه زمین ثابت است؟

شتاب جاذبه زمین تحت تقریبهایی ثابت در نظر گرفته می شود.



الف) اگر از مقاومت هوا صرفنظر کنیم . با حضور مقاومت هوا اجسام با سرعت حدّ که سرعت ثابتی است سقوط می کنند(مثل قطرات باران، چتر باز)

ب) حرکت در نزدیکی سطح زمین باشد تا از اثرات ارتفاع بتوان صرفنظر کرد

$$F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.671 \times 10^{-11} \frac{10^{25} \times m}{(R_E + h)^2} \;, \; h << R_E = 6400\,km \Rightarrow F_g = 9.8 \times m$$

$$g = \gamma \frac{m_E}{R_E^2} \approx 6.671 \times 10^{-11} \frac{10^{24}}{\left(6.4 \times 10^6\right)^2} \approx 9.8$$

ج) از اثر حرکت دورانی زمین که شتاب جانب مرکزآن بر حرکت اجسام پیرامونش تآثیر می گذارد. بتوان صرفنظر کرد

اگر بتوان شتاب جاذبه زمین را ثابت گرفت از معادلات با شتاب ثابت در بعد y می توان استفاده کرد.

$$v_y = v_{0y} + a_y(t - t_0)$$

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y(y - y_0)$$

$$y - y_0 = \frac{1}{2}a_y(t - t_0)^2 + v_{0y}(t - t_0)$$

اگر بطرف بالا را مثبت بگیریم $a_y = -g$, $t_0 = 0$

$$v_y = v_{0y} - gt \qquad y - y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t \qquad v_y^2 - v_{0y}^2 = -2g(y - y_0)$$

در این سه معادله علامت سرعت به طرف بالا مثبت وسرعت بطرف پایین منفی گرفته می شود

اگر بطرف پایین را مثبت بگیریم $a_y = +g$

$$v_y = v_{0y} + gt \qquad y - y_0 = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t \qquad v_y^2 - v_{0y}^2 = 2g(y - y_0)$$

در این سه معادله علامت سرعت به طرف بالا منفی وسرعت بطرف پایین مثبت گرفته می شود