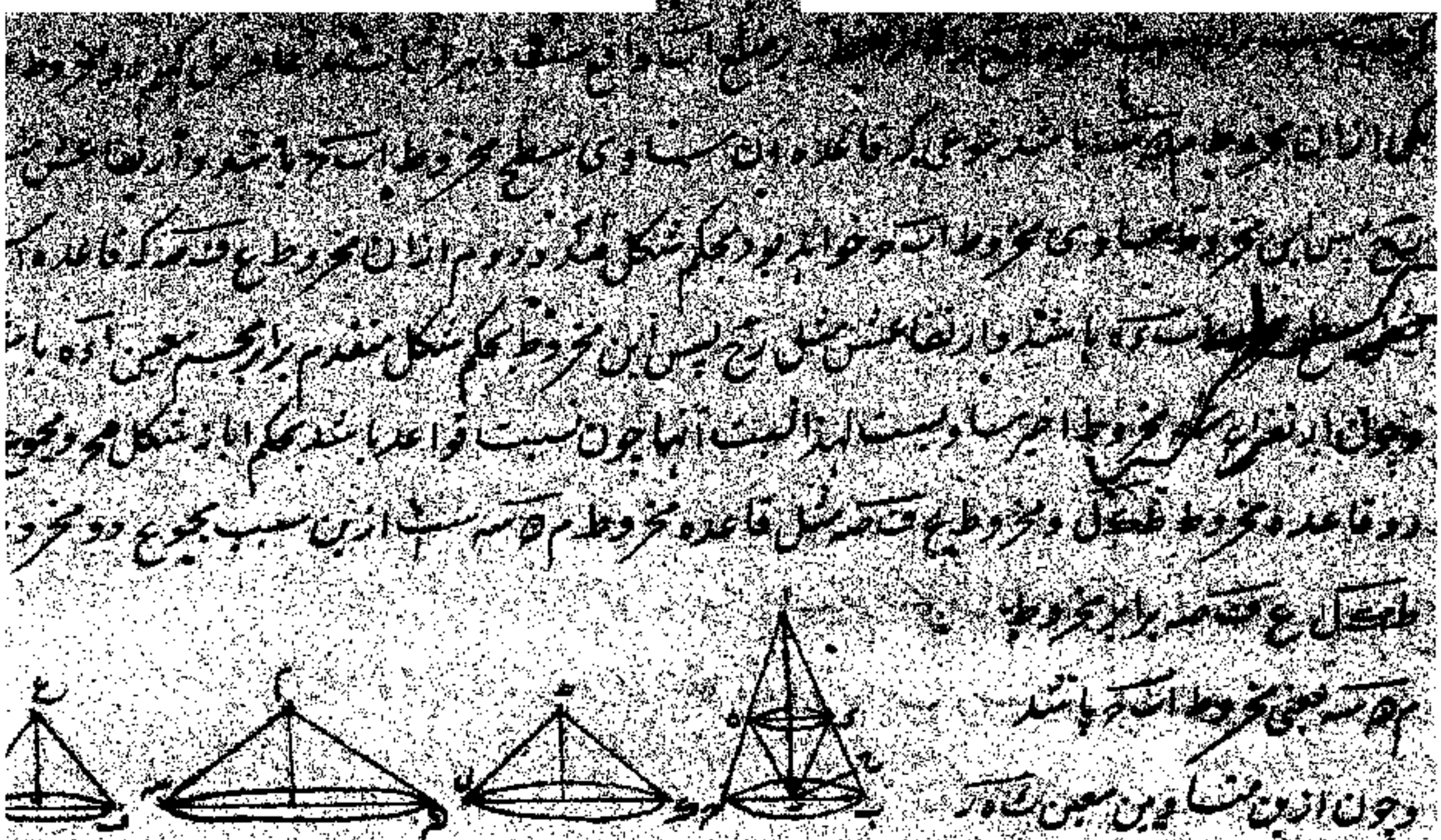
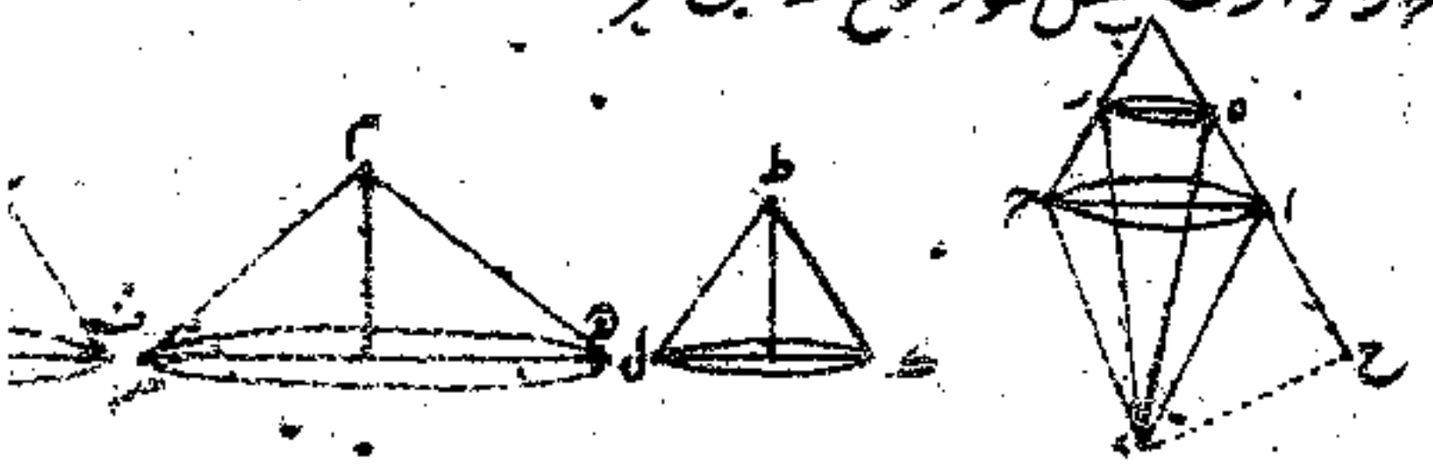
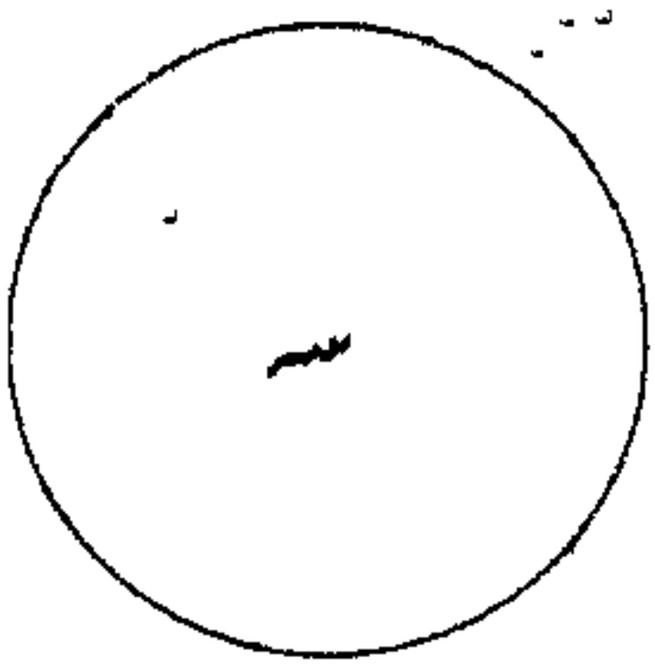


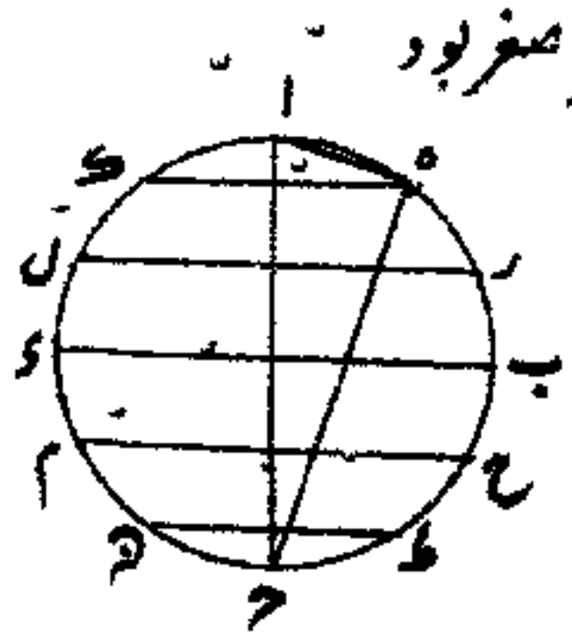
ومخروط ع ف ص را که باهم برابرند اسقاط کنیم قطع عبق مذکور مساوی مخروط ط ک ل باقی ماند و همین
مراد ما ❊ ص ❊ هرگاه قطع کند سطحی مستوی یک مخروط مجسم معین را مع توازی قاعده عل
کرده شود بر دائره حادثه مخروطی که راس آن راس مخروط سالم مجسم معین باشد و حادث گردد مجسم معین
دیگر جزو مجسم اول و ناقص کرده شود این مجسم از مجسم اصل در ینصورت باقی می ماند قطعه مجسم معین مجموع
مساوی آن مخروط که قاعده اش مساوی بود سطح قطع مخروط اول را که واقع است میان دو دائره
وارتفاعش مساوی بود عمودی را که برآمده باشد از راس مخروط دوم و واقع است بر ضلعی از اضلاع مخروط
اول و باید که مجسم معین اب حر باشد و قطع کرد مخروط اب اح را سطحی موازی قاعده اش و حادث
گشت فصل مشترک دائره ه ز و عل کرده شد برین دائره مخروط ه ز نوعی که راس ح مشترک است
این مخروط و مخروط ه اح و پیدا گشت مجسم معین ه ز ب ح و باشد ط ک ل مخروطی که باعانت شکل لطف
اش مساوی بود سطحی را که میان ه ز اح است از قطعه مخروط اب اح و ارتفاعش مساوی بود عمود
را که از نقطه ح بر ضلع مخروط اب اح واقع است گوئیم که این مخروط مساویست قطع مجوف مجسم معین
که بعد اسقاط مجسم ه ز ب ح از مجسم اب حر باقی مانده است و دو مخروط دیگر فرض کنیم یکی م ه ز که
اش مساوی بود سطح مخروط اب اح را و ارتفاعش عمود ح ح را این مخروط مساوی باشد معین ت



راپس مثل بیانی که در
شکل متقدم گذشت مجموع
دو مخروط ط ک ل ع ف ص

[illegible] باشد زیرا که فصل دو معین مجسم مذکور که نقطه مجسم مجوف
است مساوی باشد فصل دو مخروط م ج سع تحت قبه را که مخروط طاک است و همین است
مراد ما ❊ ج ❊ هر سطح مجسم ناری که ذکرش در شکل ثم گذشت اصغری باشد از چهار چند
دائره عظیمه که در کره آن مجسم واقع شود پس دائره عظیمه منجمله دوائر قطام کره را که [illegible] مساوی
الاضلاع رسم کرده شده است از شکل چهلم اعاده کنیم و وصل کنیم حه را و سه دائره باشد که نصف قطر مشترک
بود میان ضلع اه و مجموع خطوط متوازیه که رل ستح تم طه و از انجا که نسبت مجموع این دو خطوط
متوازیه سوی قطر اح چون نسبت حه سوی اه است بحکم شکل ما لهذا بحکم شکل لح از هم سطح طرخن یعنی
سطح اه در جمیع خطوط متوازیه مذکوره که بحکم شکل مه از هم مساویست بربع نصف قطر دائره سه را
مساوی باشد مسطح وسطین را یعنی سطح قطر اح در حه و این سطح اصغر است از مربع اح بنابر بودن
حه اقصر از اح پس مربع نصف قطر دائره سه نیز اصغر باشد از مربع قطر اح ازین جهت مربع قطر دائره
سه یعنی چهار چند مربع نصف قطرش نیز اصغر بود





از مربع دو چند اح یعنی چهار چند مربع اح و
چون نسبت دوائر مثل نسبت مربعات
اقطار میباشد ازین جهت دائره
سه اصغر باشد از چهار چند دائره
است حه و بحکم شکل ثم سطح مجسم ناری مساویست سطح دائره سه را ازین هم سطح مجسم نیز اصغر باشد
از چهار چند دائره است حه و هو المراد ❊ مط ❊ هر مجسم ناری مذکور که در کره باشد مساویست
آن مخروط قائم را که قاعده اش مساوی سطح آن مجسم باشد و ارتفاعش مثل عمودی بود که خارج
باشد از مرکز کره و واقع شود بر ضلعی از اضلاع شکل مرسوم اندرون دائره عظیمه آن کره و
اعاده کنیم دائره عظیمه است حه ر مع خطوط متوازیه و مرکز این دائره نقطه سه باشد که بعینها مرکز
کره است و نخ مخروطی که قاعده اش مثل سطح مجسم ناری باشد با عانت شکل ثم و ارتفاعش مثل عمود
سه ف که از مرکز کره بر ضلع اه واقع است گوئیم که مخروط طاح مساوی مجسم مذکور است و قائم کنیم بر دوائر
که اقطار آنها خطوط ه ک رل ح م طه است مخروطاتی که رؤس آنها نقطه سه باشد در نیوقت گوئیم که مجسم
معین اه سه ک مساوی باشد مخروطی را که قاعده آن مثل مخروط اهک بود و ارتفاعش مثل عمودی که
خارج گردد از نقطه سه و واقع شود بر ضلع ره یعنی عمود سه ف بحکم شکل مه و هرگاه خارج کنیم مخروط ه را ک

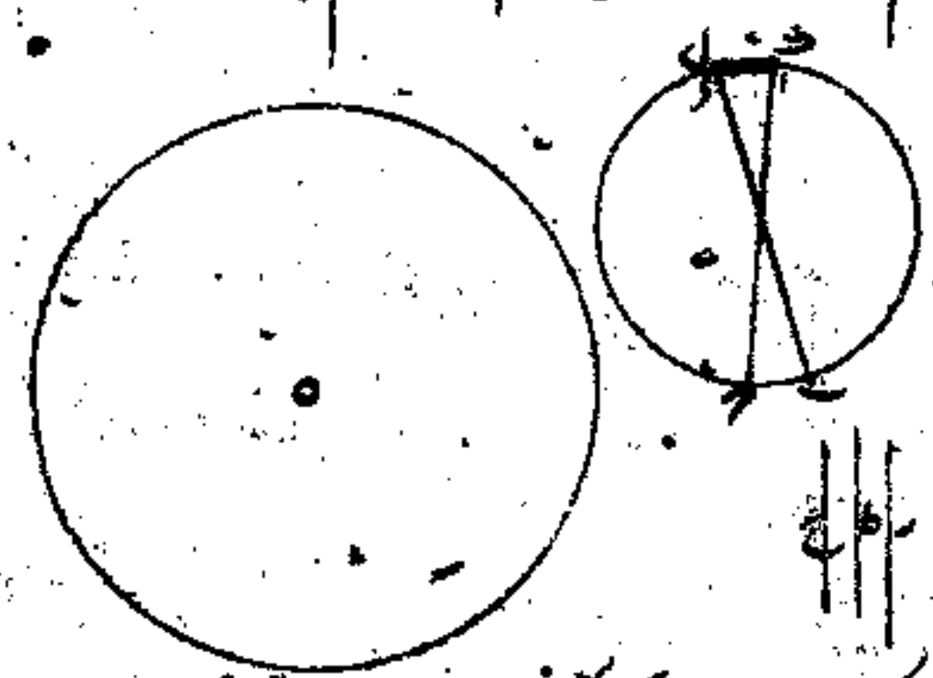
ناقص را منتهی شود بر نقطه ج مساوی گردد بجسم معین سه رسه ل و چون کم کنیم ازین معین معین سه ه سه ک
را بقیه آن که معین ناقص مجوف ه رسه ل ک است مساوی شود بهر آن مخروط که قاعده او برابر باشد سطح
قطعه ر ل ک را و ارتفاعش مثل عمود سه ف باشد بحکم شکل ۴۲ و نیز خارج کنیم مخروط ناقص رسه ل
را تا منتهی شود بنقطه ج و کم کنیم ازین مخروط تام مجسم ق ر سه ل را باقی ماند مجسم ر ب سه ل بحکم شکل
۴۶ مساوی برای مخروطی که قاعده اش مثل سطحی باشد که میان ر ب ل است و ارتفاعش برای عمودی که خارج
شود از نقطه سه و واقع شود بر ضلع ب ر و این عمود بعینه عمود سه ف باشد و بزیادتی قیاس در نصف دوم
کره مجسم معین ح ط ه سه و قطع مجوف ش ح ط سه م ج و قطع مجوف ب ح سه م
مساوی باشند سه مخروط دیگر را که مساوی نظیر اند سه مخروط اول را
پس مجموع مخروطات شش گانه که قواعدش مساویست سطح مجسم ناری را
مساویست نفس مجسم را و چون مجموع قواعد مخروطات سه برابر است
قاعده مخروط ع را و قواعد آنها مثل قاعده اش است اثرا بانه
شکل ۴۳ معلوم است که نسبت مخروطات متساویة الارتفاع
چون نسبت قواعد میباشد پس نسبت مجموع مخروطات سه
سوی مخروط ع چون نسبت مجموع قواعد آنها سوی قاعده مخروط ع باشد و نسبت مجموع قواعد سوی قاعده
نسبت تساویست لهذا نسبت مجموع مخروطات سه سوی مخروط ع نیز نسبت تساوی باشد اکنون مجسم ناری
و مخروط ع که هر واحد برابر اند مجموع مخروطات سه را با خود ما نیز برابر باشند و هو المطلوب ❊ ❊
هر مجسم ناری که در کره واقع شود اصغر باشد از چهار چند مخروطی که قاعده اش برابر دائره عظیمه آن کره باشد
و ارتفاعش برابر نصف قطر کره و باید که ع مخروطی باشد مساوی بهر مجسم ناری بنوعیکه قاعده اش برابر سطح
مجسم باشد و ارتفاعش مثل عمود سه ف که مذکور است در شکل متقدم و باید که ر مخروطی بود که قاعده اش
مثل دائره ا ح ب باشد و ارتفاعش مثل قطر سه ا و چون بحکم شکل ۴۲ سطح مجسم اصغر است از چهار چند دائره ا ح ب
قاعده مخروط ع نیز اصغر باشد از چهار چند قاعده مخروط ر و ارتفاع مخروط ع یعنی عمود سه ف کوتاه تر است از
ارتفاع مخروط ر یعنی نصف قطر سه ا ازین جهت مخروط ع
یعنی مجسم ناری اصغر کثیر باشد از چهار چند مخروط ر
و همین است مراد ما ❊ ❊ و قتیکه رسم کرده
شود شکل کثیر الزوایا متساوی الاضلاع که عددش زوج باشد فوق دائره عظیمه کره و

[illegible]

[illegible] سطح مجسم ثانی که معمول بر کره باشد اعظم می باشد از
چهار چند دائره عظیمه که بران کره واقع شود و باید که دائره عظیمه که بالای آن شکل متساوی الاضلاع
رسم کرده شده است اب حد باشد بر مرکز ه و رح ط ضلعی از اضلاع شکل متساوی الاضلاع که مرسوم
باشد بران و رط ک دائره مرسومه بران شکل که مرکزش نیز ه باشد و ک ط را وصل کرده اول بیان
کنیم که این خط مساوی قطر دائره اب حد است چه هرگاه وصل کنیم ه ح را دو مثلث ک ر ط و ه ر ح
متشابه حاصل شوند بنا بر اشتراک زاویه ر و تساوی دو زاویه ک ط ر و ه ح ر قائمتین و ضلع ک ر
از مثلث اول دو چند ضلع ه ر است از مثلث ثانی ازین جهت ک ط نیز دو چند ه ح باشد که
نصف قطر دائره اب حد است ازین سبب ک ط مثل
قطرش باشد من بعد آن رسم کنیم دائره ل که نصف قطرش وسط
باشد در نسبت میان ضلع ر ط و مجموع خطوط متوازیه واصله
میان زوایای شکل پس این دائره متساوی
باشد سطح مجسم را بحکم شکل م و سطح ط ک د ر
مساویست سطح ر ط را در جمیع خطوط متوازیه مذکوره بحکم شکل ما ازین جهت سطح ط ک د ر مساوی مربع نصف قطر دائره
ل باشد و مربع ط ک یعنی آ ح اصغر است از سطح ط ک د ر ازینجهت از مربع نصف قطر دائره اول نیز اصغر باشد پس مربع قطر
دائره ل اعظم باشد از چهار چند مربع قطر دائره اب حد چون نسبت دوائر مثل نسبت مربعات اقطار است بنا بر علیه دائره ل

[illegible] بنسبت خطوطی که دایره [illegible] بسطح مجسم [illegible] از تقاطع نصف قطر کره [illegible]

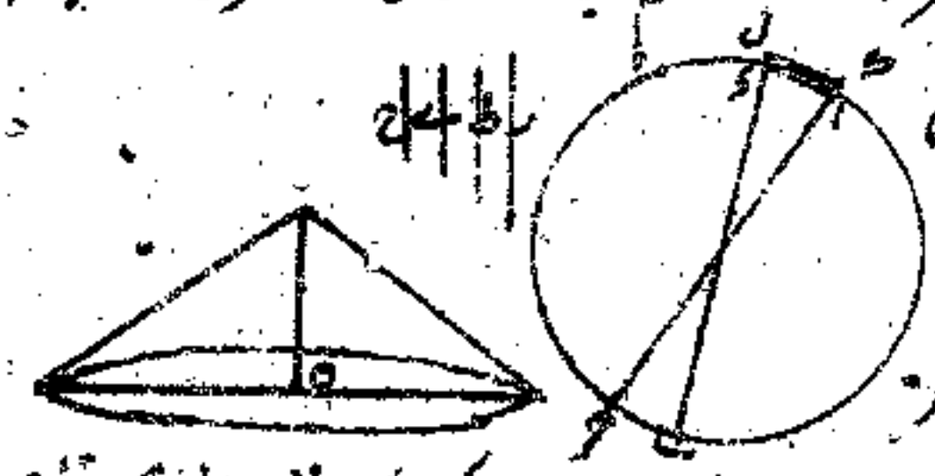
نص یعنی خطوط ج بنسبت دایره [illegible] که از مرکز کره خارج است و بر مثلی از اضلاع شکل
در ابعاد [illegible] واقع گردیده ازین جهت بحکم شکل قطع مدعا ثابت باشد و نیز معلوم باد که هر سطح
مجسم اعظم است از چهار چند دایره عظیمه ازین باعث خود مجسم اعظم باشد از چهار چند مخروطی که قاعده
مثل دایره عظیمه باشد و ارتفاعش مثل نصف قطر کره ** **نف** ** سطح هر کره چهار چند
دایره عظیمه می باشد که در آن کره واقع شود و باید که کره آب باشد و دایره عظیمه آن اب حه و ه
دایره که قطرش دو چند قطر دایره اب حه باشد گوئیم که این دایره که چهار چند دایره اب حه
است برابر سطح کره باشد و اگر چنین نبود پس دایره ه اعظم بود یا اصغر و اول اصغر فرض کنند در تصور
سطح کره و دایره ه دو مقدار مختلف باشند که کلان نزین آنها سطح کره ست اکنون بقوت شکل ۴
دو خط رح پیدا کنیم که نسبت ر ا طول سوی ح اقصر اصغر باشد از نسبت سطح کره سوی دایره ه
و باز برآریم خط وسط میان دو خط رح و آن ط بود و رسم کنیم بقوت شکل ۳۱ در دایره اب
حه و بالای آن دو شکل مشابه کثیر الزوایا متساوی الاضلاع بنوعیکه نسبت ضلع ک ل که منجمله اضلاع
شکل بیرونی ست سوی ضلع آ ه که منجمله اضلاع شکل اندرونی ست اصغر باشد از نسبت خط ر سوی خط
ط و عمل کنیم بگردانیدن هر دو شکل اندرونی و بیرونی بر محور مشترک دو مجسم ناری مشابه که یکی اندرون
کره باشد و دیگری بالای آن پس مطابق ابانه شکل ۵ نسبت سطح مجسم بیرونی سوی سطح مجسم اندرونی چون
نسبت ک ل سوی آ ه خواهد شد و نسبت ر سوی ح چون نسبت ر سوی ط نیز مشابهست از جهت نسبت سطح
هر دو مجسم اصغر باشد از نسبت ر ح بلکه از نسبت سطح کره سوی دایره ه و سطح مجسم که بالای کره ا ست
اعظم ست از سطح کره بنا بر این بحکم شکل ح و ط از هم سطح مجسم که اندرون کره ست اعظم باشد از دایره
ه که چهار چند دایره اب حه ست و حال آنکه سطح مجسم داخلی
اصغر ست از چهار چند دایره عظیمه بحکم شکل ۳۱ این خلف
ست پس دایره ه از سطح کره اصغر نباشد و اگر دایره ه اعظم بود
از سطح کره بگردانیم نسبت ر سوی ح اصغر از نسبت



دایره ه سوی سطح کره و باقی عمل بعینه بجا آریم و مثل بیان مذکور لازم آید که نسبت سطح مجسم
بیرونی که اعظم از دایره ه ست سوی سطح مجسم اندرونی اصغر باشد از نسبت دایره

[illegible]

[illegible] مثل نصف قطر کره و این مخروط [illegible] مخروط
[illegible] مثل دائره [illegible] و ارتفاع عمود بر ارتفاع مذکور اکنون می گوئیم که کره
[illegible] مخروطه باشد و کره کلان باشد یا خرد اول کلان تر قرار دهیم و گردانیم نسبت خط ر سوی ح
[illegible] صغر از نسبت کره سوی مخروطه و باید که باشد دو خط ر ح نسبت عددی یعنی تفاوت ر ب ط مثل تفاوت
[illegible] ب ر سے و تفاوت سے ب ح باشد و طریق تحصیل دو خط ط سے آنست که ثلث تفاضل ر ح را از ر بکاهند
[illegible] ط حاصل آید و ط بتمامی ثلث کم کنند م حاصل شود و همین ثلث را چون از سے بکاهند بعینه ح حاصل آید
[illegible] چنانچه ظاهر است و رسم کنیم در دائره [illegible] و بالای آن دو شکل کثیر الزوایا متساوی الاضلاع متشابه نوعی که
[illegible] نسبت ک ل ضلع شکل بیرونی سوی ا و ضلع شکل اندرونی اصغر باشد از نسبت ر سوی ط و رسم
[illegible] نیم بدور دادن این دو شکل مع ثبات محور مشترک دو مجسم متشابه اندرون کره و بالای آن همچنانکه چند
[illegible] مرات گذشت پس مطابق ابانه شکل ۵ نسبت مجسم بیرونی سوی مجسم اندرونی مثله نسبت ضلع ک ل
[illegible] سوی ا و باشد و چون نسبت ضلع ک ل سوی ا اصغر است از نسبت ر سوی ط ازین جهت نسبت مجسم
[illegible] خارجی سوی مجسم داخلی اصغر باشد از نسبت مثله ر ط و چون ح اصغر کثیر است از خط ط ازین جهت
[illegible] نسبت ر سوی ح اعظم کثیر باشد از نسبتش سوی ط پس ضرور شد که نسبت ر سوی ح که مثله باشد
[illegible] اعظم بود از نسبت ر سوی ط که مثله باشد ازین سبب نسبت مجسم خارجی سوی مجسم داخلی اصغر کثیر
[illegible] از نسبت ر سوی ح بلکه از کره سوی مخروطه و مجسم خارجی از کره کلان تر است لهذا بانضمام
[illegible] حکم شکل ۴ و ۳ لازم می آید که مجسم داخلی نیز اعظم باشد از مخروطه و مطابق حکم شکل مع این
[illegible] مجسم اصغر است از مخروطه این خلف است پس کره از مخروطه اعظم نبود و اگر کره اصغر باشد بگردانیم
نسبت خط ر ا طول سوی ح اقصر اصغر از نسبت مخروط سوی



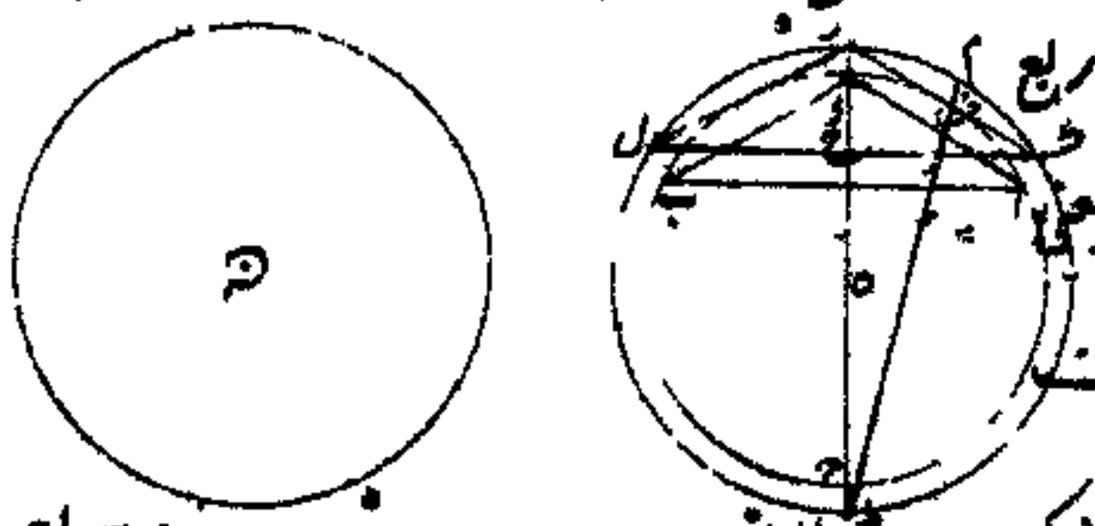
کره و سائر اعمال مذکوره بجا داشته گوئیم که نسبت مجسم
بیرونی سوی مجسم اندرونی بر طبق بیان گذشته اصغر باشد
[illegible] مخروطه سوی کره لیکن مجسمی که بالای کره است اعظم است از مخروطه بحکم شکل ۵ و این معنی مستلزم

[illegible]

[illegible] مستدیره قائمه میباشد که قاعده اش مثل دائره عظیمه وارتفاعش مثل قطر آن
کره باشد مثلا کره ا ب ج د دوثلث اسطوانه ه ح ط است و باید که جسم اسطوانه و قطر کره ا ج
مشترک باشد و بر این قطر نقطه ی مرکز کره است و عمل کنیم بر قاعده ه ح دو مخروط ه ح و ح
بنوعیکه راس اول مرکز کره باشد و راس ثانی طرف قطر که نقطه ا است و بحکم شکل متقدم ظاهر است
که مخروط ه ح ربع کره است و چون ارتفاع مخروط ه ح دو چند ارتفاع مخروط ه ح است مع
اتحاد قاعده ازین جهت بحکم ابانه شکل ۳۰ مخروط ه ح دو چند مخروط
ه ح باشد بدین سبب مخروط ه ح دو چند کره بود و همین مخروط بحکم
شکل ۳۰ ثلث اسطوانه ه ح ط است پس کره که دو چند این مخروط است
دوثلث اسطوانه باشد و هو المراد ❊ **نه** ❊ قطعه مجسم ناری که اندرون

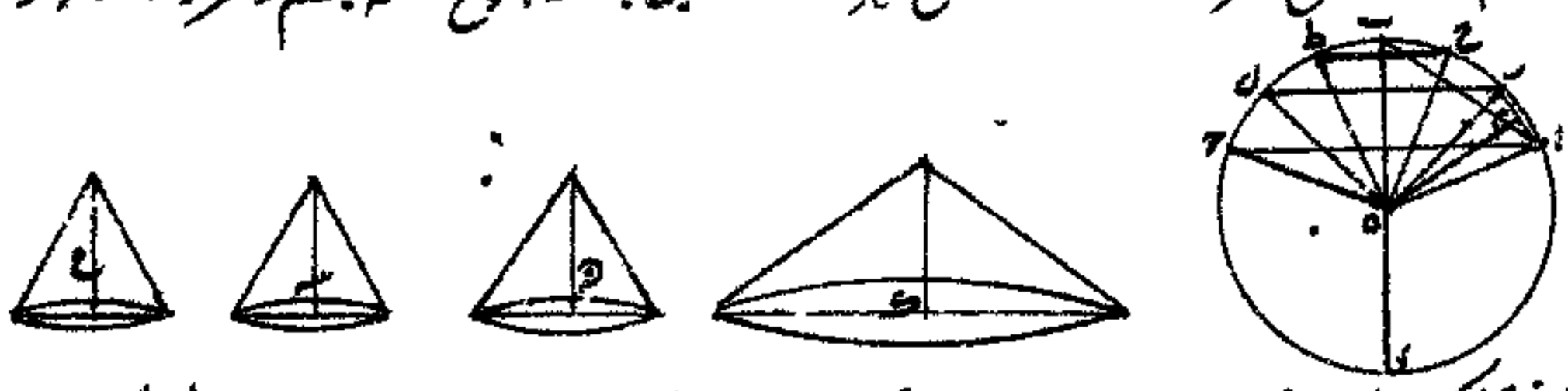
قطعه کره باشتراک قاعده واقع شود پس سطح قطع مجسم اصغر میباشد از آن دائره که نصف قطرش مساوی
بود خطی را که از راس قطعه سوی محیط قاعده خارج باشد و باید که دائره عظیمه آن کره که در آن مجسم ناری
واقع است ا ب ج د باشد و خط ب د قطر دائره که قاعده مشترک است میان قطعه مجسم و قطعه دائره و خط
ا ب واصل میان راس قطعه و نقطه ب از محیط قاعده و ج ه دائره که نصف قطرش مثل ا ب
است گوئیم که سطح قطعه مجسم اصغر از دائره ج ه باشد زیرا که مطابق بیانی که در شکل ۳۰
گذشت سطح قطعه مجسم مساویست دائره ل را که نصف قطرش وسط باشد ضلع ا ه و مجموع خطوط
متوازیه ه ح ر ط ب د را و از بیان شکل ۳۱ مستفاد است که نسبت ه ح سوی ه ا چون نسبت مجموع
خطوط متوازیه مذکوره سوی ا ک است ازین جهت سطح ح ه در ا ک مساوی سطح ا ه در جمیع خطوط
متوازیه بلکه مساوی مربع نصف قطر دائره
ل باشد و مربع ا ب اعظم است از سطح ب
ه ح در ا ک از جهت آنکه سطح قطر
ا ح در ا ک مساوی مربع ا ب است و ح ه
اصغر است از قطر ا ح پس سطح ه ح در ا ک اصغر باشد از سطح ا ح در ا ک یعنی از مربع ا ب ازین جهت
مربع نصف قطر دائره ل ما اصغر باشد از مربع نصف قطر دائره ج ازین باعث دائره ل یعنی سطح قطعه

[illegible] سطح قطعه مجسم ناری که فوق قطعه دائره واقع شود
نسبت بدان قطعه مجسم که [illegible] اعظم میباشد از دائره که نصف قطر آن مساوی باشد
خطی را که خارج شود از نصف قطعه دائره [illegible] قاعده آن وجهت بیان مدعا گوئیم که دائره
عظیمه را که فوق آن قطعه مجسم مذکور معمول است آج ب باشد بر مرکز و [illegible] مساوی لاضلاع
سواتی قاعده که از دوران قطعه مجسم بالای کره حادث می گردانیم [illegible] دائره دیگر عظیمه از
کره عظمی که بالای این قطعه مجسم گذشته است باتحاد مرکز دائره ی ر ل ط باشد و [illegible] نقطه تماس
ضلع قطع دائره ا ب ج د را وصل کنیم ط ف را و خارج کنیم آنرا تا محیط دائره ی ر ل ط بر نقطه م پس گوئیم
که سطح قطعه ی ر ل اعظم است از دائره ا ب نصف قطر آن مساوی ی آ باشد و ه دائره باشد
که نصف قطر آن وسط است میان ضلعی از اضلاع قطعه مجسم و مجموع خطوط متوازیه و این دائره
مساوی سطح قطعه خواهد بود بلکه سطح ط م را در ر ح نیز برابر است مطابق بیانی که در شکل متقدم گذشت
و نیز مربع نصف قطر دائره ه مساوی خواهد بود سطح ر ط را در ر ح و سطح ر ط در ر ح مساویست مربع ر ک را چنانچه در شکل
متقدم معلوم گشت و ی آ اصغر است از ر ک پس مربع



ی آ اصغر خواهد بود از سطح ر ط در ر ح یعنی
مربع نصف قطر دائره ازین جهت دائره که نصف
قطرش برابر ی آ باشد اصغر بود از دائره ه یعنی قطع مجسم مذکور و همین مطلوبست * * ن * * سطح ح
قطعه کره مساویست دائره را که نصف قطرش مساوی باشد خطی را که میان راس قطعه و نقطه از محیط
قاعده واصل باشد چه از انجا که در دو شکل متقدم ثابت است که سطح این دائره همیشه اعظم است از سطح
مجسمی که اندرون قطعه معمول باشد و اصغر است از سطح مجسمی که فوق قطعه بود ازین جهت این دائره از
سطح قطعه اصل مختلف نمی تواند شد و الا مطابق بیان شکل نب لازم آید که سطح مجسم داخلی اعظم باشد از دائره
مذکوره یا از سطح قطعه مستدیره این هر دو خلف است پس مدعا ثابت باشد و بنا بر اعانت ایضاح حاجت
برسم شکل نیست * * ح * * هرگاه بر قطعه مجسم ناری که در قطعه کره باشد مخروطی زیاده کنند که قاعده
آن بعینه قاعده قطعه باشد و راس آن مرکز کره پس مجموع مجسم شبیه بمعین که حاصل آید مساوی باشد آن
مخروط را که قاعده آن مساوی باشد با قطعه بر همی سطح مجسم را [illegible] تماس بر اقل عمودی که واقع شود از مرکز کره
بر یکی از اضلاع شکلی که در قطعه دائره است و باید که [illegible] قطعه باشد از دائره عظیمه که بقطعه کره
گذشته است و ه مرکز کره و شکلی که در قطعه دائره است ا ر ح ط ل ه و بسازیم بر دائره

[illegible] قاعده مخروط [illegible] مساوی باشد [illegible] آن [illegible] گوییم که مخروط [illegible] بر [illegible] مجموع مجسم و مخروط
[illegible] که قطر [illegible] و خط [illegible] است دو مخروط [illegible] پس مجسم معین [illegible]
[illegible] است مخروط [illegible] که [illegible] سطح مخروط [illegible] باشد و ارتفاعش مثل عمود مخرج اره بر
[illegible] بحکم شکل [illegible] بعد حذف مجسم معین مذکور از مجسم معین که مرکب است از دو مخروط [illegible]
باقی می ماند قطعه مجوف [illegible] مساوی برای مخروط [illegible] که قاعده اش مثل سطح قطعه مخروطی است
که میان دو متوازی [illegible] واقع است و ارتفاعش مثل عمود [illegible] بحکم شکل [illegible] و همچنین مجسم مجوف [illegible]
مساویست مخروط [illegible] را که قاعده اش مثل سطح مستدیر محصور میان دو متوازی [illegible] است
و ارتفاعش مثل عمود [illegible] و ظاهر است که مجموع [illegible] مخروط [illegible] مساویست جمیع قطعه مجسم و مخروط
[illegible] را و نیز مجموع همین [illegible] مخروط مساویست مخروط [illegible] را زیرا که مجموع قواعد آنها مثل قاعده مخروط
[illegible] است و ارتفاع هر [illegible] مساوی ارتفاع مخروط [illegible] ازین جهت مجموع قطعه مجسم و مخروط [illegible] و مخروط



[illegible] فقط که مساوی مجموع [illegible] مخروطات اند متساوی باشند و هو المطلوب ** **ابانه** **
و ازین بیان واضح گشت که هر مخروطی که نصف قطر قاعده اش مساوی باشد برای خطیکه از راس قطعه کره سوی
محیط قاعده آن مخرج باشد و ارتفاعش مثل نصف قطر کره اعظم است از جمیع مجسم مذکور و مخروط [illegible] بلکه از مخروط
[illegible] زیرا که سطح مجسم یعنی قاعده مخروط [illegible] اصغر است از دائره که نصف قطر آن [illegible] باشد بحکم شکل [illegible] و ارتفاع مخروط
[illegible] اصغر از نصف قطر کره است و نیز واضح باد که هرگاه مجسم مذکور بالای قطعه باشد آن مجسم مع مخروط خود اعظم باشد از مخروط
نصف قطر آن مثل آب باشد و ارتفاعش مثل نصف قطر کره [illegible] هر قطاع کره که قطر آن اصغر از نصف کره باشد مساویست
برای مخروطیکه قاعده اش مساوی باشد سطح قطعه را و ارتفاعش نصف قطر کره را و باید که آن دائره عظیمه از کره باشد که بر آن
قطاع گذشته است و مرکزش [illegible] و مخروطی که قاعده اش مثل سطح قطعه است و ارتفاعش مثل نصف قطر کره [illegible] باشد گوییم که قطاع مساوی
مخروط است و الا مختلف باشند و باید که قطاع [illegible] اعظم بود و بگردانیم نسبت خط [illegible] اطول سوی [illegible] اقصر اصغر از نسبت قطاع و مخروط [illegible] بقوت شکل [illegible]
و باشند خط [illegible] میان دو خط [illegible] بنوعیکه فصل [illegible] بر [illegible] و فصل [illegible] بر [illegible] بکمقدار باشد چنانچه در شکل [illegible] گذشت و عمل کنیم بالای قطاع
و [illegible] آن شکل [illegible] مساوی [illegible] که نسبت [illegible] شکل [illegible] سوی [illegible] اندرونی اصغر باشد از نسبت [illegible] سوی [illegible] و بدو [illegible]

[illegible]

[illegible] مع مخروط خود اصغر است از نسبت مخروط [illegible]

اشتباه سائر اعمال نموده بیان سازیم

که نسبت مجسمی که بالای قطاع است

مع مخروط خود سوی مجسم که اندرون اوست مع مخروطش اصغر باشد از نسبت مخروط سوی قطاع مجسمی که بالای

قطع است مع مخروط خود اعظم است از مخروط چنانچه دانا به شکل متقدم گذشت لهذا مجسمی که اندرون قطاع

است اعظم باشد از قطاع این خلف است پس مخروط مساوی قطاع باشد وهو المراد * ایانه *

وهمچنین اگر سطح قطاع اعظم از سطح نصف کره باشد حکم نیز ثابت است زیرا که از شکل نجم ثابت است

که هر کره که مساویست آن مخروط را که قاعده اش مثل سطح کره باشد و ارتفاعش برابر نصف قطر کره پس

قطاع اعظم که بعد حذف قطاع اصغر از کره باقی می ماند ضرور است که مساوی باشد آن مخروط را که قاعده اش

مثل سطح قطعه قطاع باشد و ارتفاعش مثل نصف قطر کره وهم ازین بیان واضح است که نسبت قطاعات از کرات

متساویه مانند نسبت سطوح قطعات قطاعات می باشد * سه * قطعه هر کره برابر است برای مخروطی

که قاعده اش برابر قاعده قطعه باشد و ارتفاعش خطی که نسبتش سوی ارتفاع آن قطعه چون نسبت

مجموع نصف قطر کره و ارتفاع قطعه باقیه باشد سوی ارتفاع قطعه باقیه تنها و باید که دائره عظیمه کره

که بر سهم قطعه گذشته است ا ب ج د باشد بر قطر ا ج و قطعه مفروض ب ح د و قطر قاعده اش خط ب د

قاطع قطر ا ج بر نقطه ه و ز مرکز کره و برازیم قطر ح ا را از جهت ا سوی ح تا ا ج مثل ا ز شود و در نهگام

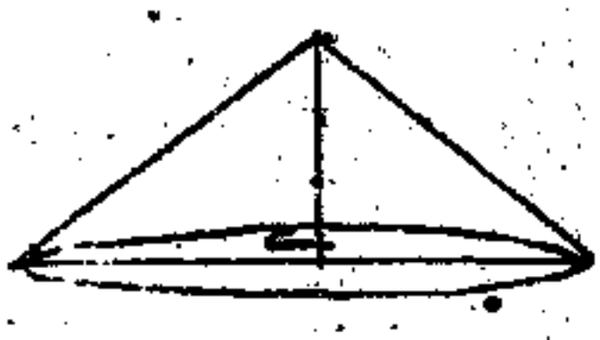
ه ح مثل مجموع نصف قطر کره و ه ا ارتفاع قطعه باقیه حاصل شود و بگردانیم نسبت خط ط ه سوی ح ه

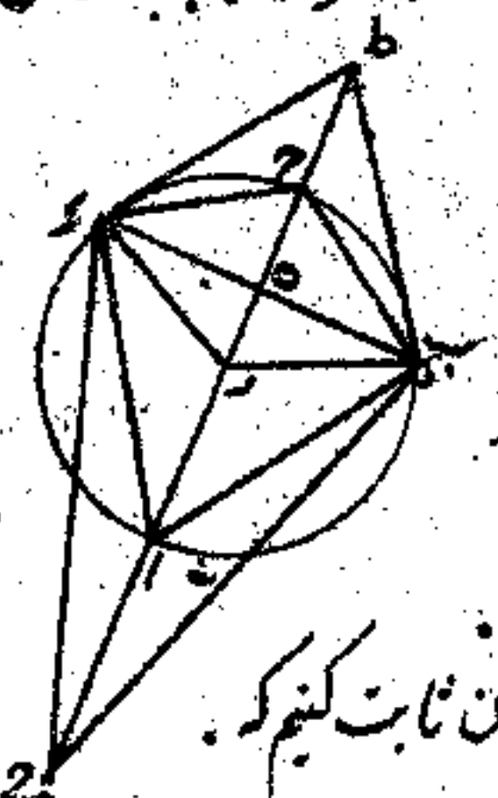
ارتفاع قطعه مثل نسبت ه ح سوی ه ا و بازیم بر دائره که قطر آن ب د است و مخروط ط ب د

و ح ب د گوئیم که مخروط ط ب د برابر است قطعه ب ح د را و مخروط ط ب ح د مساویست قطعه ب ا د را

[illegible]

[illegible] چون نسبت [illegible] سوی [illegible] باشد [illegible] شکل [illegible] بعد از آن نسبت [illegible]
سوی [illegible] چون نسبت [illegible] سوی [illegible] باشد و بعد ترکیب نسبت [illegible] سوی [illegible] چون نسبت [illegible] سوی [illegible] باشد
[illegible] سوی [illegible] شکل نسبت مربع [illegible] سوی مربع [illegible] است زیرا که بنا بر تناسب مربعات مثلث [illegible]
[illegible] نسبت [illegible] سوی [illegible] چون نسبت [illegible] سوی [illegible] باشد و همین نسبت بعینها میان [illegible]
و چون [illegible] مقدار [illegible] علی الولاء متناسب اند ازین جهت نسبت [illegible] اول سوی [illegible] ثالث مثلث
باشد و نسبت مربع سوی مربع نیز مثلث میباشد از نسبت ضلع سوی ضلع پس نسبت [illegible] سوی [illegible]
نیز مانند نسبت مربع [illegible] باشد و [illegible] مساوی نصف قطر قاعده مخروطی است و [illegible]
نصف قطر آن دائره است که قطرش [illegible] است ازین سبب نسبت قاعده مخروطی سوی
دائره که قطرش [illegible] است چون نسبت [illegible] سوی [illegible] باشد و [illegible] ارتفاع مجسم معین [illegible]
و [illegible] که نصف قطر کره است ارتفاع مخروطی است پس درین هنگام نسبت ارتفاع مجسم معین [illegible]
[illegible] سوی ارتفاع مخروطی چون نسبت قاعده سوی دائره باشد که قطرش [illegible] است و قاعده
دو مخروط مجسم معین مذکور واقع شده است و اکنون سبب تکافی نسبت قاعده و ارتفاع مخروطات
و مجسم [illegible] مساوی باشند و بود مخروطی





مساوی قطاع [illegible] و از ازین سبب قطاع
[illegible] و مجسم معین [illegible] مساوی باشند
و بعد القای مخروط [illegible] مشترک قطعه [illegible]
مساوی ماند مخروط [illegible] را و مطابق این بیان ثابت کنیم که
مخروط [illegible] مساوی قطعه [illegible] است مگر آنکه درینجا تکافی نسبت قاعده و ارتفاع میان قطاع [illegible]
و مخروط مجوف [illegible] میشود لهذا این قطاع و مخروط مجوف مذکور متساوی باشند و هرگاه
مخروط [illegible] را مشترک زاید گردانند قطعه [illegible] و مخروط [illegible] تمام متساوی حاصل آیند چه مجسم معین
مخروط قطاع قطعه میشود و مخروط مجوف مخروط تام و هو المطلوب ** فایده ** هرگاه بوضوح
پیوست که هر واحد از کره و قطاع و قطعه مساوی مخروط میشود پس نقل هر یک سوی دیگر

[illegible]

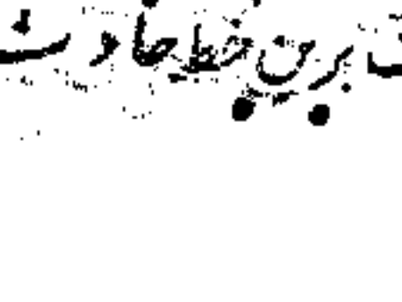
[illegible] که سهم زوایا [illegible] مثلث [illegible] قائم [illegible] قاعده [illegible]
[illegible] مثلث [illegible] مثلث [illegible] بیان گوئیم که فصل مشترک دو دایره باشد و خارج
[illegible] عمود [illegible] بر سطح مثلث [illegible] بعد [illegible] ظاهر است که عمود وافع نخواهد شد مگر خط
[illegible] باید که سطح [illegible] موازی قاعده قاطع مخروط باشد در حالیکه بدو نقطه [illegible] گذرد پس فصل
مشترک این قاطع با مخروط که [illegible] است دایره باشد بحکم شکل [illegible] [illegible] موازی [illegible] باشد بحکم شکل
[illegible] ازین جهت دو مثلث [illegible] متشابه باشند و چون در دو مثلث [illegible] دو متقابله
[illegible] متساوی اند و همچنین دو زاویه [illegible] زیرا که این دو زاویه نظیر اند از دو مثلث متشابه
اول ازین هر این دو مثلث نیز متشابه باشند ازین سبب نسبت [illegible] سوی [illegible] چون نسبت
[illegible] سوی [illegible] باشد و بحکم شکل [illegible] از [illegible] سطح [illegible] در [illegible] مساوی سطح [illegible] در [illegible] بود
و بضم حکم شکل [illegible] والرا از [illegible] سطح اول برابر مربع [illegible] است پس سطح ثانی نیز برابر مربع [illegible] باشد
و برین قیاس هر عمودی که خارج کرده از نقاطیکه بر محیط [illegible] اند سوی خط

[illegible] بعض همه مساوی سطح دو قسم [illegible] خواهد بود پس بحکم عکس شکل الرا از [illegible] سطحی که آنرا
خط [illegible] محیط است دایره خواهد بود و همین مراد است تمام شد جزء پنجم * جزء ششم *
در احکام دوائر و قسی و زوایا که بر سطح کره واقع شوند و شکل بیضی شصت و یک شکل * صدر *
محور کره خطی مستقیم است که کره بروی می گردد و خود ثابت می باشد و دو طرف محور را که تا سطح کره منتهی اند قطب
آخر که گویند قطب دائره که بر سطح کره باشد نقطه ایست بر سطح کره بنوعیکه جمیع خطوط مستقیمه خارجه از آن نقطه
سوی محیط آن دائره متساوی باشند دوائر متماسه در کره آنست که فصول مشترکه آن بر یک نقطه از محیطات
دوائر را مماس باشند و باید دانست که دوائر یکه بر سطح کره غیر متوازی باشند لامحاله میان آنها تقاطع باشد اگر
در سطح کره متقاطع شوند آنها را دوائر متقاطعه خوانند و اگر بر سطح کره متقاطع گردند آنها را مماسه گویند و اگر
خارج کره بعد اخراج سطوح دوائر تقاطع اتفاق افتد آنها را دوائر غیر متقاطعه نامند بنا بر عدم

[illegible]

نقطه ح است که از نقطه ح بر سطح دایره ا ب عمودی کشیم بعون شکل ۱۲ از ۱ و این عمود را از هر دو جانب
خارج کنیم تا بر سطح کره برد و نقطه ح منتهی شود پس خط ح ط را بر نقطه ح تنصیف کنیم که بر مرکز کره باشد و الا
ح مرکز بود و خارج کنیم از ح عمودی بر سطح دایره ا ب و آن از دو حال خالی نخواهد بود یا بر نقطه ح واقع
شود یا بر غیر ح مانند نقطه ط اگر بر ط واقع شود بحکم شکل ۱۲ از ۱ لازم آید که ط مرکز دایره ا ب باشد و حال
آنکه مرکز ح بود این خلف است و اگر بر ح واقع شود لازم آید که از یک نقطه
بر سطح واحد دو عمود قائم باشند این نیز خلف است لهذا غیر مرکز باشد

سب سطح مستوی هر سطح کره را بر نقطه واحد مماس میشود
و اگر امکان ملاقات سطحین زیاده بر یک نقطه باشد پس گوئیم که ملاقی شود
سطحی مستوی سطح کره را بر دو نقطه ا ب و باید که مرکز کره نقطه ح باشد و وصل کنیم ح ا ح ب را بسطحی که
بر دو خط ح ا ح ب گذشته است خارج کنیم تا در کره دایره ا ب عظیمه حادث گردد و در سطح ملاقی
خط ا ب فصل مشترک پدید آید و این خط البته غیر قاطع دایره ا ب عظیمه خواهد بود بلکه بر محیطش انطباق
خواهد داشت پس خط مستقیم واصل میان دو نقطه از محیط دایره داخل دایره واقع شد این خلف
است بحکم شکل ۱۲ از ۳ لهذا سطح مستوی سطح کره را فقط بر یک نقطه مماس باشد



و هو المراد **ح** هر خطیکه خارج کرده شود از مرکز کره سوی نقطه تماس سطحی که
کره را مماس است لامحاله آن خط بر سطح مذکور عمود خواهد بود و گوئیم که باشد ح مرکز کره و ا نقطه تماس و ا ب خط
واصل میان مرکز و نقطه تماس و سطحی فرض کنیم که بر خط ا ب هر چه نکه باشد بگذرد تا در کره عظیمه ا ح ب پیدا نماید
و در سطح مماس خط ه ا ز که لامحاله این خط حادث دایره حادثه را مماس خواهد بود بر نقطه ا و چون وتر ا ح
بر مرکز کره گذشته است ازین جهت مرکز نیز بعینه مرکز کره خواهد بود و خط ا ب که واصل میان مرکز دایره و آنکه
محل تماس خط ه ا ز است بر خط ه ا ز عمود خواهد بود بحکم شکل ۱۸ از ۳ و هم سطحی دیگر فرض کنیم که با ا ب گذشته
تا آن سطح نیز در کره دایره ا ط پیدا کند و در سطح مماس خط ا ل و مثل بیان مذکور ا ب بر این خط حادث

[illegible]

[illegible] نقطه [illegible] شکل [illegible]

[illegible] بسطح [illegible] نقطه [illegible] بسطح واحد در جهت واحد

[illegible] پس مدعا ثابت باشد ۵ شکل ان

ترین دوائر که در کره واقع اند آنست که بمرکز کره گذشته باشند و دوائری که ابعاد آنها از مرکز کره متساوی

متساوی اند و دوائری که بعد آنها اکثر است اصغر اند از دوائری که بعد آنها اقل است و از برای اثبات

دعاوی در کره سه دائره فرض کنیم که دوائر آب جده باشند و آنکه ازین هر سه بمرکز گذشته است دائره جده

است و دو باقی نگذشته اند اولا این دو باقیه را متساوی البعد قرار دهیم و نقطه ح مرکز مشترک میان کره

و دائره جده باشد بعده از نقطه ح بر سطح دو دائره آب ه د و عمود ح ط ح ک بکشیم بقوت شکل ۲ از ۱۲ پس دو نقطه

ط ک که موقع دو عمود اند مرکز دو دائره آب ه د باشند چنانچه در شکل الزاره گذشت من بعد آن از

مراکز ثلثه سوی محیطات هر چونکه اتفاق افتد سه خط ح م ط ل ک ه بکشیم و وصل کنیم دو خط ح ل ح ه را و از انجا

ح ط و ح ک بر سطح دو دائره آب ه د عمود اند هر دو زاویه ح ط ل ح ک ه قائمه باشند و خطوط ح ل ح م ح ه

برابر اند زیرا که هر سه از مرکز کره تا سطح محیط آن خارج اند و ظاهر است که ح ل وتر قائمه اطول است از ط ل

وتر حاده در مثلث ح ط ل پس ح م که مساوی ح ل است نیز اطول باشد از ط ل و چون ثابت شد که نصف قطر

دائره جده اطول است از نصف قطر دائره آب اعظم بودن دائره جده که بمرکز گذشته است نیز ثابت باشد

و همین بیان ثابت می شود که دائره جده از دائره ه د نیز اعظم است و همچنین هر دائره که بمرکز نگذشته باشد

از دائره جده اصغر خواهد بودن بعد آن چون دو دائره آب ه د از مرکز کره متساوی البعد مفروض اند

ح ط ح ک متساوی باشند و در دو مثلث ح ط ل ح ط ک ه دو زاویه ط ک قائمه اند ازین جهت دو

مربع ح ط ط ل مساوی مربع ح ل اند اعنی مربع ح ه بلکه دو مربع ح ک ک ه و هرگاه دو مربع

ح ط ح ک متساوین را بیندازیم دو مربع ط ل ک ه متساوی باقی مانند و تساوی دو مربع مستلزم تساوی دو

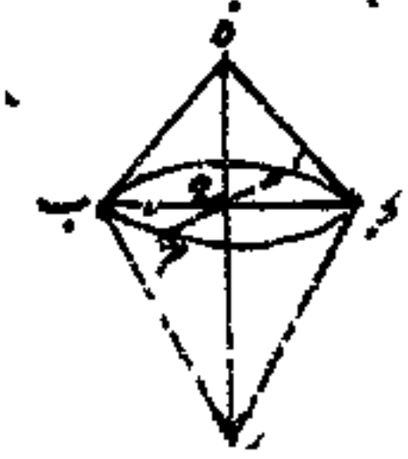
ضلع ط ل ک ه است و تساوی اینها مستلزم تساوی دو دائره آب ه د است بعده فرض کنیم که بعد دائره

[illegible] و هر عمودی که خارج کرده شود از مرکز کره بر سطح دائره که در آن
کره واقع است پس آن عمود بر هر دو قطب آن دائره گذرد اگر خارج کرده شود چنانچه از نقطه ح که
مرکز کره است عمود ده بر سطح دائره اب ج کشیده شود و آنرا از هر دو طرف خارج کردیم تا
بسطح کره بر دو نقطه ز ح منتهی شد گوئیم که ز ح دو قطب دائره اب ج و برای اثبات این مدعا در دائره
اب ج دو قطر اج ب د بهر کیف که باشد خارج کنیم و خطوط را از ح ز ب ز د را وصل کنیم پس در مثلثات
زاه زحه زبه زده زاه ز نسبت ده قائمه اند و ضلع زه مشترک و اضلاع اه حه به ده اربعه
متساوی اند زیرا که نصف قطر دائره اب ج بحکم شکل الرازه از جهت اضلاع باقیه متناظره این دو
مثلث متساوی باشند پس اضلاع زا زب زح زد نظائر متساوی اند
و برین قیاس سائر خطوط خارجه از نقطه ز سوی محیط دائره اب ج متساوی
باشند لهذا ز قطب آن باشد و بعد وصل خطوط ح ا ح ط ح ب ح ج اربعه مثل بیان مذکور ثابت
می شود که ح قطب دوم دائره اب ج است و هو المراد * ح * خط واصل میان مرکز و قطب دائره
عمودی باشد بر سطحش مثلا خط ده که واصل است میان ح که قطب دائره اب ج است و ه که

[illegible]

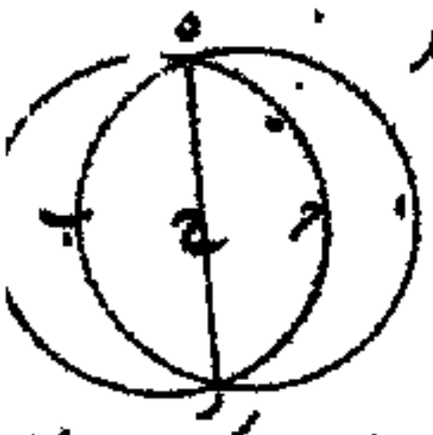
[illegible] هر عمودی که از قطب دائره بر سطح آن
دائره کشیده آید مرکز قطب دیگر نیز گذرد چنانچه نقطه ا قطبی از دائره ا ب ج است و از ا خود دو
بر سطح آن کشیدیم گوئیم که مرکز آن دائره است و د ه را خارج گردیم تا بسطح کره بر نقطه ز منتهی گشت
پس ز قطب دوم دائره ا ب ج باشد و برای اثبات مدعی بر محیط دائره دو نقطه ا ب معین کنیم هر چونکه باشد
و ا ه ب ز ا و ب ز را وصل کنیم تا دو مثلث ز ه ا ز ه ب قائم الزاویه حادث شود و چون ز ا و ب ز قائمه
از جهت خروج خود از قطب و منتهی شدن تا محیط متساوی اند لهذا مجموع دو مربع ز ه ه ا مساوی مربع
ز ا یعنی مربع ب ز بلکه دو مربع ز ه ه ب باشند و چون مربع ز ه مشترک را اسقاط کنیم دو مربع ا ه ه ب متساوی
باقی مانند و ا ه ه ب متساوی باشند و همچنین جمیع خطوط خارجه از نقطه ا سوی محیط ا ب ج متساوی باشند
لهذا ا مرکز دائره ا ب ج باشد من بعد آن وصل کنیم ز ا ز ب را پس در دو مثلث ا ز ب ا ه ز دو ضلع ا ه ه ز و
زاویه ه مساویست دو ضلع ب ا ه ز و زاویه ه را ازین جهت ز ب مساوی ب ز باشد

و بر قیاس هر خطیکه از نقطه ز سوی محیط دائره ا ب ج کشیده شود متساوی ز ا باشد
ازین جهت ز قطب دوم دائره ا ب ج باشد و همین مطلوبست * یے *
هر خطیکه وصل کرده شود میان دو قطب دائره آن خط عمود باشد بر سطح دائره
و بدو مرکز کره و دائره گذرد چنانچه خط ه ز که واصل است میان ه ز که دو قطب دائره ا ب ج اند و از سطح
دائره بر نقطه ح مرور کرده و دو خط ا ح ب ح در سطح دائره اخراج کنیم که بنقطه ح گذرند و هر چونکه اتفاق
افتد و وصل کنیم ه ب ه ح ز ب ز ح را پس بنا بر اشتراک ه ز و تساوی دو ضلع ه ب ب ز
هر دو ضلع ه ح ح ز را در دو مثلث ه ب ز ه ح ز دو زاویه ب ه ز ح ه ز متساوی باشند
و از جهت مساوات این دو زاویه و تساوی دو ضلع ب ه ه ح که از قطب تا محیط رسیده
اند و اشتراک ضلع ه ح دو زاویه ه ح ب ه ح ز در دو مثلث ه ب ح ه ز ح متساوی بلکه
قائمه باشند و همچنین ثابت کنیم که دو زاویه ز ح ا ب ح ح قائمه اند پس ه ح عمود باشد بر دو خط ا ح ب ح
که در سطح دائره ا ب ج اند لهذا بر سطح دائره نیز عمود باشد و



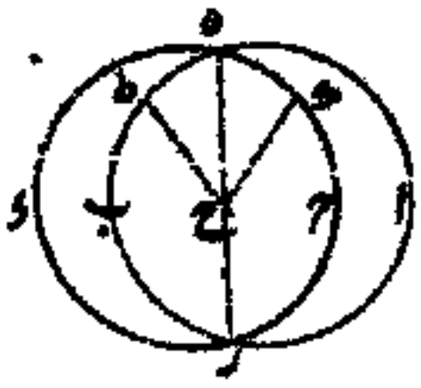
ازانجا که ه ح از قطب دائره ا ب ج بر سطح آن عمود است لهذا بحکم شکل
متقدم ح مرکز دائره باشد و چون خط ه ح خارج از مرکز دائره [illegible] بر سطح [illegible] است

بحکم شکل اول بر مرکز کره نیز گذرد و قطب آنها ادعیناه ❊ یا ❊ دوائر عظام که در
سطح واقع اند متناصف باشند مانند دوائر آب حد و چون از عظام اند بحکم شکل ۵ هر دو آنها بر مرکز
لازم است و این مر و ز موجب تقاطع آنها است بر دو نقطه ه ز از سطح کره و باید که مرکز کره ح باشد و وصل
کنیم ح ه ح ز را و چون ح مرکز کره است مرکز این دوائر هم بعینه خواهد بود پس تقاطع ه ح ز ه بر سطح هر دو
دائره باشند بلکه بر فصل مشترک که خط مستقیم است پس ه ح ز خط مستقیم باشد



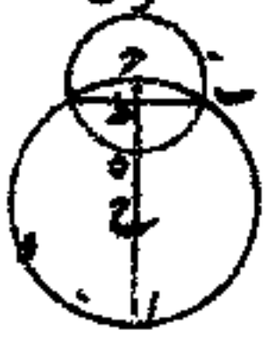
و چون نقطه ز ح گذشته است قطر هر دو دائره باشد و تنصیف هر دو دائره بر دو
نقطه ز و ح نماید که بعینه دو موضع تقاطع دو دائره است و مدعا ثابت باشد ❊

یب ❊ دوائری که بر سطح کره متناصف باشند عظام اند مانند دو دائره آ ب ح د که بر دو نقطه
ه ز متناصف اند و خط ه ز را وصل کنیم که فصل مشترک و هم قطر آنها خواهد بود و ه ز را بر نقطه ح تنصیف
نمائیم پس ح خواه نخواه مرکز هر دو دائره خواهد بود و از نقطه ح بر سطح هر دو دائره عمود ح ط ح ک
بقوت شکل ۱۲ از ه بکشیم این هر دو عمود بحکم شکل ۱ بر مرکز کره گذرند پس فصل مشترک



این دو عمود مرکز کره باشد و آن نقطه ح است پس ظاهر شد که آن هر دو دائره
متناصفه بمرکز کره گذشته اند لهذا بحکم شکل ۵ عظیمه باشند ❊ ❊

هر دائره که قطع کند آنرا دائره عظیمه بزوایای قائمه پس عظیمه تنصیف آن می کند و بر هر دو
قطبش می گذرد و باید که قطع کند عظیمه آ ب ح د دائره ه ب ز د را بر قوائم و ب د محل تقاطع
باشد و وصل کنیم ب د فصل مشترک را و ح مرکز عظیمه باشد که بعینه مرکز کره است و بر آریم از ح عمود ح ط بر ب د
و خارج کنیم این عمود را در هر دو جنب تا بد و نقطه آ ح از سطح کره و محیط عظیمه منتهی شود از آنجا که سطح
دائره آ ب ح د قایم است بر سطح دائره ه ب ز د عمود ح ط نیز بر سطح عمود خواهد بود و چون از مرکز کره خارج
شده است بحکم شکل ۱۲ ه بر مرکز دائره ه ب ز د گذرد پس ط مرکز آن باشد و ب د که بر مرکزش گذشته است
قطر و منصف باشد بر ب د که بعینه محل تقاطع دائرتین است و چون ح ط از مرکز کره

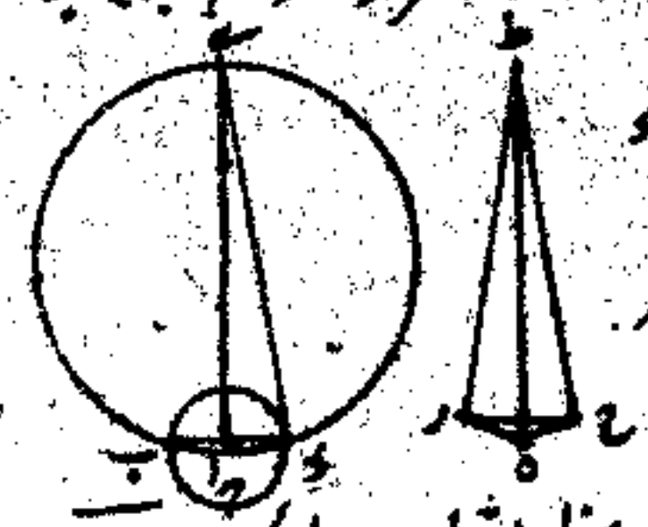


خارج است و بر سطح دائره ه ب ز د عمود است ازین سبب بحکم شکل ۵ بر هر دو قطب
آن گذشته باشد لهذا آ و ح دو قطب دائره ه ب ز د باشند که عظیمه آ ب ح د نیز بر آنها گذشته است و هو المراد ❊ یه ❊
هر دائره غیر عظیمه که ذر کره باشد و تنصیف کند آنرا عظیمه دیگر پس قطع خواهد کرد آنرا بر قوایم چنانچه آ ب ح د عظیمه
تنصیف کرد دائره ه ب ز د را بر دو نقطه ب د و وصل کنیم ب د فصل مشترک را که قطر دائره ه ب ز د است و تنصیف کنیم آنرا بر نقطه
ط که مرکز دائره ه ب ز د باشد و باید که مرکز کره بنقطه ح باشد و وصل کنیم ط ح را که لا محاله بحکم شکل ۱۲ بر سطح دائره ب ز د

[illegible] دایره عظیمه [illegible] قطب آن [illegible] دو وصل کنیم [illegible]
بسطح دایره [illegible] بحکم شکل [illegible] و چون دایره ا ب ج بر خط ا ج که [illegible] سطح
دایره [illegible] قائم باشد ٭ و ٭ هر خط واصل میان قطب و محیط دایره عظیمه مثل
ضلع مربعی باشد که در آن عظیمه واقع شود مثلا خط ا ز که واصل است میان نقطه ا که بر محیط عظیمه
است و نقطه ز که قطب آنست و بر اثبات مدعا دو قطر ا ج ب د متقاطع بزوایای قائمه خارج کنیم
مرکز دایره مذکوره باشد و وصل کنیم ز ر را که بحکم شکل ح بر سطح عظیمه عمود خواهد بود بلکه بر هر دو قطر ا ج ب د
باشد و وصل کنیم ا ب را پس در دو مثلث ب ا ه ضلع ا ه مشترک است و دو ضلع ب ه ر متساوی اند
زیرا که هر واحد نصف قطر کره اند و دو زاویه ا ب ا ه ر قائمه اند لهذا ا ب ا ر متساوی باشند و شک نیست که ا ب
ضلع مربع است پس ا ر نیز ضلع مربع خواهد بود و برین قیاس جمیع خطوط خارجه از
ز تا محیط دایره ا ب ج ز مثل ضلع مربع باشد و هو المراد ٭ س ٭ هر دایره
که در کره باشد و خط واصل ما بین قطب و محیط او مثل ضلع مربعی باشد که در عظیم دوائر آن کره واقع شود
پس آن دایره نیز عظیمه باشد مثل خط ز ح که از قطب دایره ا ب ج تا محیطش خارج است مساویست ضلع مربعی را
که در دایره عظیمه واقع شوند و باید که سطحی خارج کنیم که بر خط ز ح و مرکز کره گذرد تا بحکم شکل الزاویه
و شکل ۵ در سطح کره دایره ب ح ه عظیمه پیدا کند و فصل مشترک میان این دایره و دایره ا ب ج
خط ب ح باشد و وصل کنیم ز ب را و آن البته مساوی ز ح باشد و چون قوس ز ح
بنا بر بودن خط ز ح مثل ضلع مربع ربع دایره عظیمه است قوس ب ز بحکم شکل الجه ار ۳
نیز ربع دایره عظیمه باشد از جهت مجموع قوس ب ز ح نصف دایره ب ز ح ه باشد
و ب ح قطر آن بود و چون دایره ب ز ح ه بر قطب دایره ا ب ج گذشته است بحکم شکل له
لامحاله منصف آن بر دو نقطه ب ح خواهد گردید پس دایره ا ب ج که با دایره ب ز ح ه متناصف است
بحکم شکل یب عظیمه خواهد بود و همین مطلوبست ٭ ح ٭ میخواهیم که مقدار قطر دایره که در کره باشد
معلوم کنیم مثل دایره ا ب ج و بر محیط آن نقاط ا ب ج هر چونکه باشد نشان کنیم و میان این هر سه نقاط

[illegible]

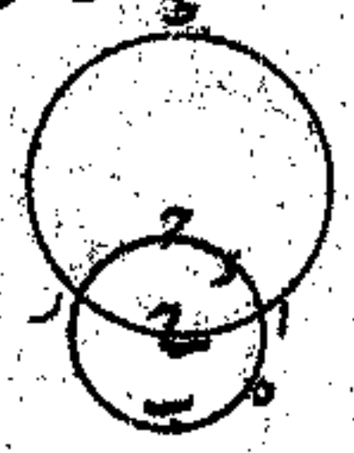
مثل قطر دائره اب ح باشد و هو المراد ❊ **نظ** ❊ میخواهیم که خطی پیدا کنیم که مساوی قطر کره معلومه باشد
پس معین کنیم بر سطح کره دو نقطه اب غیر آنکه بر دو طرف قطر افتد و رسم کنیم بر قطر اب بعد اب دائره ح ه ی
و خطی مساوی قطر این دائره بحکم شکل متقدم رسم کنیم و آن خط زح باشد و بسازیم بر زح مثلث زح
بوجهی که هر یک از ه ز ه ح مثل اب باشد و از دو نقطه زح دو عمود زط ح ط بر خط ه ز و ه ح بخلاف
جهت مثلث کشیم و بیرون کنیم تا بر ط ملاقی شوند و ه ط را وصل کنیم که مساوی قطر کره خواهد بود زیرا که
هرگاه سطحی فرض کنیم که بر خط اب و مرکز کره گذرد و لامحاله دائره اب ی ه
عظیمه در کره حادث گرداند و در آن دائره قطر اب ی خارج کنیم که بعینه قطر



کره هم باشد و وصل کنیم ا ی ی ب ی ب را پس اب ا ی که از قطب
تا محیط خارج اند متساوی باشند و از اینجا که دائره اب ی ه عظیمه بقطب دائره ب ح ه ی
گذشته است منصف آن خواهد بود بحکم شکل ۱۱ ازین سبب ب ی قطر دائره ب ح ه ی خواهد بود مساوی
مر خط ح ز را پس دز دو مثلث اب ی ه زح اضلاع نظائر متساوی خواهند بود و بعد تطبیق مثل بیانکه در
شکل متقدم گذشت ه ط بر اب ی منطبق شود و برابر قطر کره باشد و همین مطلوبست ❊ **کی** ❊
میخواهیم که در دائره عظیمه رسم کنیم که بر دو نقطه معلومه از سطح کره بگذرد مثلا بر دو نقطه اب پس اگر این
دو نقطه بر دو طرف قطر واقع شوند ظاهر است که بر آن دو نقطه رسم دوائر عظام غیر متناهیه
امکان دارد و اگر بر سبیل مقاطره واقع نشوند رسم کنیم بر قطب اب بعد ضلع مز ح ا ه ظم دوائر که در آن

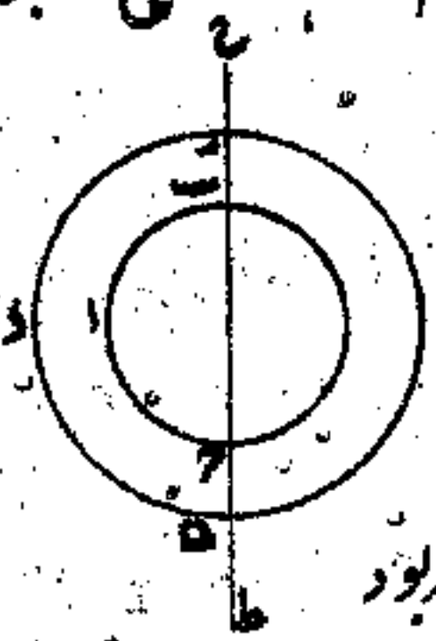
[illegible]

[illegible] دایره عظیمه باشد و بر دایره [illegible] کا [illegible] قطب
دایره مفروضه بر گرد [illegible] معلوم نمائیم مانند قطب دایره [illegible] و باید کرد آن کنیم بر محیط آن بنقطه
هر چه که اتفاق افتد از هر دو جانب [illegible] و بعد از آن بنقطه دیگر بعد کنیم و بدو نیم کنیم قوس محدوده
بنقطه پس اگر دایره [illegible] عظیمه باشد بحکم شکل متقدم دایره عظیمه رسم کنیم که بر دو نقطه [illegible] گذرد و این دایره
منصف دایره [illegible] غیر عظیمه است پس بحکم شکل [illegible] و بر قاطع آن بر زوایا قائم باشد و بهر دو قطب آن گذرد و از
عظیمه قوس آن را بر ح منصف کنیم که ح قطب دایره [illegible] خواهد بود و اگر دایره [illegible] از عظام باشد قوس
را بر ح منصف کنیم و بر نقطه ح بعد ح [illegible] دایره از عظیمه رسم کنیم که لامحاله بنقطه ح خواهد گذشت زیرا چه هر دو
از ح [illegible] ربع دایره عظیمه است و از آنجا که دایره [illegible] بر قطب دایره از ط گذشته است منصف و قاطع آن خ



بود بزوایای قائمه بحکم شکل [illegible] و چون دایره از ط منصف است دایره [illegible] آنهم
عظیمه خواهد بود بحکم شکل [illegible] و مطابق حکم شکل [illegible] دایره از ط بر قطب دایره [illegible]
نیز گذشته باشد و چون قوس آن را بر ح منصف کنیم ح قطب آن باشد
و اگر قوس [illegible] را از جانب دیگر بر ط منصف کنیم ط قطب دوم دایره [illegible] باشد و هو المطلوب

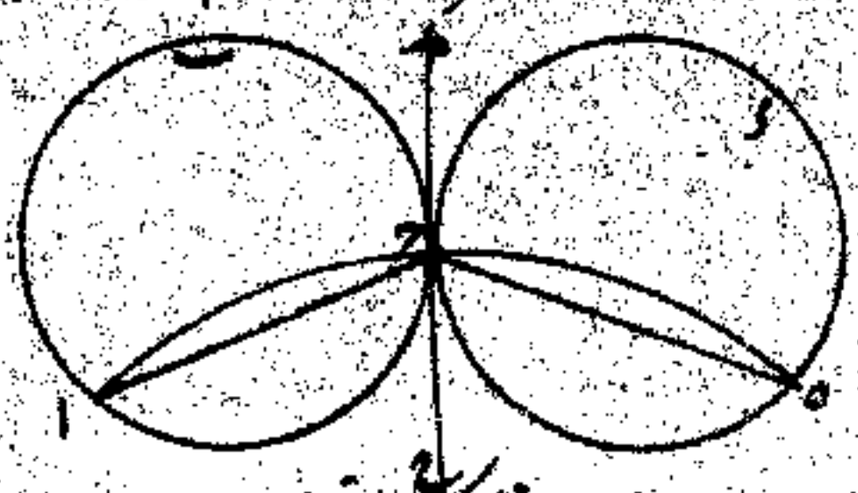
* الباب * دایره های متوازیه که در کره واقع باشند هر دو قطب آنها متحد بود چنانچه د
دایره [illegible] را متوازی اند گوئیم که دو قطب دایره اول با دو قطب دایره دوم متحد باشند و دو قطب
دایره [illegible] دو نقطه ح ط اند و وصل کنیم ح ط را پس این خط بحکم شکل [illegible] بر سطح دایره [illegible] عمود باشد
بدو مرکز کره و دایره [illegible] گذرد و از آنجا که دایره [illegible] متوازی دایره [illegible] است لهذا خط ح ط بر سطح



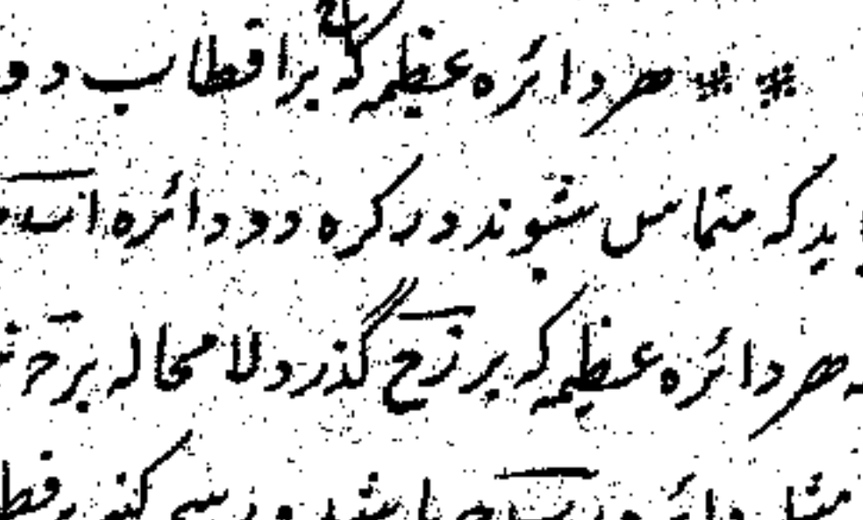
نیز عمود باشد و چون ح ط خارج است از مرکز کره و عمود است
بر سطح دایره [illegible] از این سبب بحکم شکل [illegible] بر دو قطب آن نیز گذرد و مرکز
بر سطح کره بر غیر دو نقطه ح و ط نیست پس ح ط دو قطب دایره [illegible] نیز
باشد و هم از این بیان مستفاد است که دوائری که اقطاب آنها متحد باشند متوازی خواهند بود
زیرا که محور بر سطوح هر یک از دوائر متحد الاقطاب عمود خواهد بود و شکل [illegible] از [illegible] مقتضی

[illegible]

[illegible] دو دائره است ج د دائره اج عظیمه بر نقطه ج و اقطاب آنها بر دائره اج واقع شوند و دو دائره
اب ج و ب د ج متماس باشند و باید که خط اج فصل مشترک باشد میان عظیمه و دائره اب ج و خط ج د
میان عظیمه و دائره ب د ج و خط ز ح ح میان دو دائره اب ج و ب د ج هرگاه سطح آنها را خارج
متوهم کنیم و از انجا که دائره اج عظیمه بالفرض باقطاب دو دائره اب ج و ب د ج گذشته است
از این هر بحکم شکل ۱۱ منصف هر واحد خواهد بود بر قوائم پس خط اج قطر دائره اب ج باشد
و خط ج د قطر دائره ب د ج و چونکه دو دائره اب ج و ب د ج قائم اند بر دائره اج د
بزوایای قائمه لهذا فصل مشترک آنها که ز ح ح است عمود خواهد بود بر سطح دائره اج د
بحکم شکل ۱۸ ازد پس هر دو خط اج و ج د که بر سطح دائره اج د اند نیز عمود خواهد بود و چون

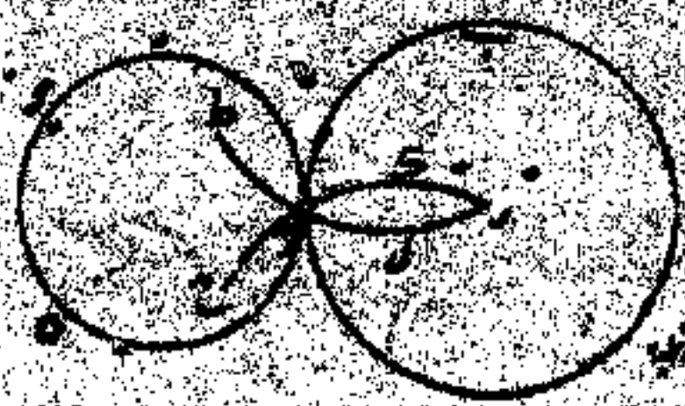


خط ز ح ح عمود است بر قطر هر دو دائره اب ج و ب د ج
لهذا بحکم شکل ۱۴ از ۳ هر دو دائره را مماس خواهد بود
بر نقطه واحده که ح است بدین ضرورت دو دائره
اب ج و ب د ج بر نقطه ح نیز متماس باشند و هو المراد * الد * هر دائره عظیمه که بر اقطاب دو دائره
متماسه گذرد بر موضع تماس نیز خواهد گذشت و باید که متماس شوند در کره دو دائره اب ج و ب د ج بر
نقطه ح و گو که باشد قطب آنها د و نقطه ز ح و گوئیم که هر دائره عظیمه که بر ز ح گذرد لامحاله بر ح نیز مرور
نماید و اگر ممکن باشد که بر ز ح گذرد و بر ح نگذرد پس مثل دائره ز ت ح باشد و رسم کنیم بر قطب ح
ببعد ح ت دائره ب ط ک پس دائره ح د ه موازی این دائره مرسومه خواهد بود بنابر اتحاد قطبین بحکم
شکل ۱۲ الب و از انجا که دو دائره اب ج و ب ط ک قطع کرده اند قوس ز ت ح را که عظیمه است بر



نقطه ت و اقطاب این هر دو دائره بر آن قوس اند
ازین جهت بحکم شکل متقدم دو دائره اب ج و ب ط ک
متماس باشند و حال آنکه متقاطع اند این خلف است
یعنی درین هنگام ثابت شد که دائره عظیمه که بر دو نقطه ز ح گذرد بر نقطه ح نیز مرور نماید * الد * هر دائره
عظیمه که بگذرد بر یکی از قطب دو دائره که در کره متماس اند و بر نقطه تماس پس آن عظیمه بر قطب
دائره دیگر هم گذرد چنانچه دو دائره اب ج و د ه ز که در کره بر نقطه ح متماس اند و دو قطب آنها

[illegible]

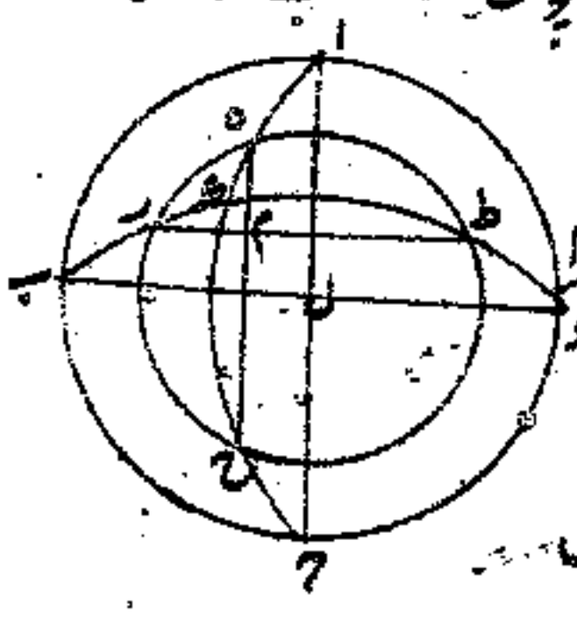


[illegible] پس ثابت شد که دائره عظیمه بر نقطه ج نیز گذرد هو المطلوب ❊ **الو** ❊ هر دائره عظیمه که در کره یک دائره را مماس شود پس آن عظیمه دائره دیگر را که مساوی و موازی اولی است نیز مماس خواهد بود چنانچه دائره اب ج عظیمه دائره ج د را در کره بر نقطه ج مماس است و بعون شکل کا قطب دائره ج د معلوم کنیم و آن نقطه ه باشد و رسم کنیم دائره عظیمه بعون شکل ئے که بر دو نقطه ه ج گذرد و آن دائره ه ج ح است و جدا کنیم از آن دائره قوس ح ب را برابر قوس ه ج و رسم کنیم بر قطب ب بعد ب ح دائره ب ح و از انجا که دائره ه ج ح عظیمه بالفرض گذشته است بنقطه تماس و قطب دائره ج د احد التماسین پس بحکم شکل متقدم بر قطب دائره ا ب ج نیز گذرد و چون دو دائره ا ب ج ب ح قطع نمودند محیط دائره ه ج ح عظیمه را بر نقطه ب و این عظیمه گذشته است بر اقطاب آن دو قاطع پس دو دائره ا ب ج ب ح بر نقطه ب متماس باشند بحکم شکل الج و چون ب ر بالعمل مساوی ه ج است و ب ح را مشترک سازیم ه ر مساوی ح ب باشد و ح ب نصف دائره عظیمه است بحکم شکل یا پس ه ر نیز نصف دائره عظیمه باشد و قطب دائره ج د است پس ر قطب دیگرش باشد بحکم شکل ئے و چون ر قطب دائره ب ح است بمثل بیان مذکوره قطب دیگر آن باشد و حسب نیز وقت ثابت شد که اقطاب دو دائره ج د ب ح مشترک اند لهذا بحکم شکل الب متوازی باشند و چون دو قوس ج ه د ب ح متساوی اند دو وتر آنها یعنی دو قطر دائره ج د ب ح متساوی باشند و از این جهت دو دائره ج د ب ح متساوی اند پس واضح گشت که دائره ا ج دائره دیگر را که مساوی و موازی دائره ج د است مماس گشت و هو المطلوب ❊ **الز** ❊ هر دو دائره متساوی و متوازی که در کره واقع شوند یکی را دائره عظیمه مماس شود دو همین را نیز مماس خواهد شد مانند دو دائره ا ب ج که عظیمه ا ه ب ح را بر نقطه ا مماس گشت گوئیم که ج د را نیز مماس خواهد بود و اگر ممکن باشد که ج د را ❊ ❊ ❊

[illegible] دائره باشد و دیگر بحکم شکل الب اقطاب [illegible] باشد و خط واصل
بین القطبین [illegible] دائره عمود باشد و دیگر گذرد بحکم شکل [illegible] بدیهی
است که بعد کدام دو دائره از این سه از مرکز مختلف خواهد بود بحکم شکل [illegible] مقدار یکی
از آنها مختلف خواهد بود و با وجود دیگر مساوی اند این خلف است پس حکم کور ثابت باشد الخ
هر دائره عظیمه که مائل باشد بر دائره دیگر یعنی بر قطب آن نگذرد و قاطع باشد بین آن بنصف مماس شود
دو دائره متساوی و متوازی که موازی می باشد آن دیگر را مانند عظیمه اب که مائل است بر دائره ج
و باید که قطب دائره مد نقطه ه باشد که البته از محیط اب ه میان خواهد بود رسم کنیم عظیمه اج ح را که
بقوت شکل [illegible] بر نقطه ه و قطب دائره اب ه گذرد و محیط آنرا بر دو نقطه ا ح قطع کند و رسم کنیم بر قطب ه
بعده ا دائره ا د که البته بحکم شکل الب موازی دائره ب ج خواهد بود بنا بر اشتراک قطب و چون دو دائره اب ج
از قطع کرده اند محیط دائره اج ح را بر نقط واحد که آنست و دائره اج ح بر دو قطب آنها گذشته است
لهذا بحکم شکل الج این دو دائره متماس باشند و از انجا که دائره اب ه عظیمه مماس شد دائره ا د را لهذا
بحکم شکل الو مماس خواهد شد مر دائره دیگر را که موازی و مساوی دائره ا د باشد و آن دائره
اج ح است و این دائره نیز موازی خواهد بود مر دائره ب ج را مثل بیانیکه در شکل
الب گذشت پس درین هنگام ثابت شد که دائره اب ه عظیمه که مائل است بر دائره ب ج
مماس است دو دائره ا د اج ح متساویین و متوازیین را که موازی اند مر دائره ب ج را و همین مطلوب است
* الط * هر دائره عظیمه که بگذرد باقطاب دو دائره متقاطعه که در کره اند پس این عظیمه تنصیف
می کند هر قطعه را از آن دو دائره متقاطعه مانند دو دائره اب ج د که بر ه متقاطع اند و
عظیمه که بر اقطاب آنها گذشته است اح ب ه باشد و میان دو دائره اب و اج ب ه
خط اب فصل مشترک است و میان دو دائره ج د و اح ب ه خط ج د را زیرا که دو خط اب
ج د در سطح واحد اند که سطح دائره اح ب ه است و خارج اند از دو طرف خط مستقیم واصل میان
آن بر دو زاویه کمتر از دو قائمه لهذا بحکم شکل الو از ملاقی خواهند شد بر نقطه ح و وصل کنیم ح ه
ح ه را و چون نقاط ا ح ج ه در سطح هر دو دائره اب ه و اند از جهت این بر سه نقاط مذکوره
بر فصل مشترک این دو دائره خواهد بود و خط ا ح ج ه منطبق بر فصل مشترک خط مستقیم واحد شد
و چون دائره اح ب ه عظیمه قطع نموده است هر دو دائره اب ه و اند را و گذشته است از قطب آنها

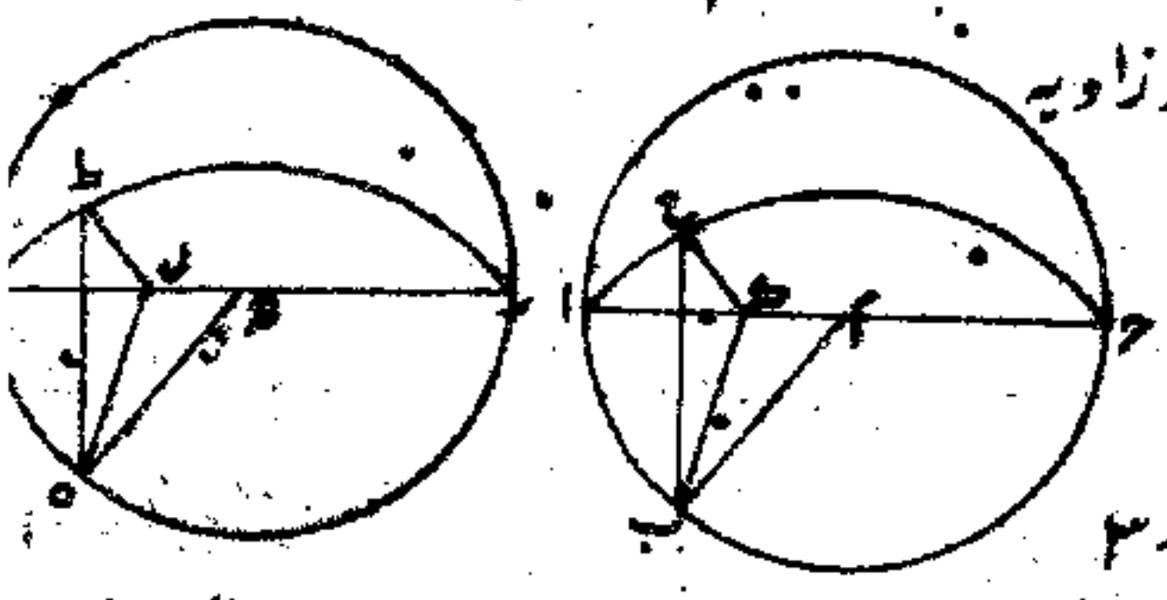
[illegible]

[illegible] بسبب حرکت اند و قطرات آن حه بر سطح
[illegible] از نصف و نیز عمود مخرج است از این سبب نیز
[illegible] نصف نموده باشند و همچنین اعمدهٔ ح ح بر قطر ده
ده باقیه را هم بر نقاط ب ح نصف نموده اند پس ثابت گشت که دائرهٔ اب حه عظیمه هر چهار قطعه
را نصف نموده ل * چون دوائر عظام در کره بدو قطب دوائر متوازیه گذرند پس فصل واقعه
از متوازیه میان عظام متشابه باشند و از عظام میان متوازیه برابر مانند دو دائرهٔ اب حه که
عظیمه که بر قطب دو دائرهٔ اب حه ه رح ط متوازیه که نقطهٔ ب است مرور نموده اند پس دو قوس ب ح رح
و دو قوس حه رح ط و دو قوس ب ا ط ه و دو قوس اب ه ر که از دوائر متوازیه میان دو عظیمه واقع اند
متشابه اند و چهار قوس ه ا ر ب ح ه ط ر که از دو عظیمه بین المتوازیین واقع اند متساوی اند و باید که فصل مشترک
برای موازیه اب حه با عظمتین دو خط اح ب ر باشد و برای موازیه ه رح ط دو خط ه ح رط باشد و چون دو عظیمه
بر اقطاب متوازیین گذشته اند تنصیف آنها بر قوائم کرده باشند بحکم شکل ۱۱ پس خطوط اح ب ر ه ح
رط اقطار دو متوازیه باشند و نقطهٔ ل و م مرکز آنها بود و بنا بر توازی سطح دو دائرهٔ
اب حه ه رح ط دو فصل اح ه ح متوازی باشند بحکم شکل ح از ه و همچنین دو فصل ب ر رط
نیز متوازی باشند و چون دو خط ام م ح که در یک سطح اند موازی هستند مر دو خط ب ل ل ح را
که در سطح دیگر اند لهذا بحکم شکل ب از ه زاویه ز م ح مساوی باشد زاویه ب ل ح را و این هر دو زاویه
بر مرکز اند پس دو قوس رح ب ح متشابه باشند زیرا که معنی تشابه قوسین همین است که قابل زاویه
متساویه باشند و بر تقایس اضافت باقیه نیز متشابه اند و باز گوئیم که چون ک قطب دائرهٔ اب ه



است قسی ک ا ک ب ح ک ر اربعه متساوی اند بنا بر تساوی اوتار
خود ها و همچنین قسی ک ه ک ر ک ح ک ط اربعه متساوی اند و چون انها را
از قسی سابقه که نیز متساوی اند اسقاط کنیم قسی ه ا ر ب ح ط ر اربعه که
از عظام بین المتوازیین واقع اند متساوی باقی مانند و همین مدعا است

[illegible]



دوایر متساویه که اتصال باطراف اعظار دوازده و باید که دوایر [illegible]
که قطر آنها آج و ح ط و دو قطعه متساویه قائم اند بران دوایره و دو قوس مفصول متساوی
از ان قطعها که متصل بطرف قطر اند دو قوس آج ط اند و دو خط متساویه خارجه از مفصل این دو قوس
تا محیط دو دایره آب ح ه و ح ط ه اند و دو قوس مفصول بسبب این دو خط از محیط
دو دایره مذکوره که دعوی مساوات آنها نموده ایم دو قوس آب ح ه است و بنا بر اثبات مدعا
خارج کنیم از دو نقطه ح ط دو عمود ح ک ط ل بر سطح دو دایره آب ح ه و ظاهر است که این دو
عمود بر فصل آب و فصل ح ه واقع خواهند شد بر غیر مرکز این دو دایره و باید که مرکز آنها م
باشد و وصل کنیم خطوط ک ب م ب ل ه ه ه و از انجا که دو قطعه آج ح ط و دو قوس آج
ح ط و نظیر آن متساوی اند باعانت تطبیق واضح است که دو عمود ح ک ط ل و دو خط
ا ک ح ل نیز متساوی اند بنا برین در دو مثلث ا ح ک ه ط ل دو ضلع ح ک ط ل متساوی
اند و همچنین دو ضلع ح ا ط ه و دو زاویه ک ل قائمه اند پس بحکم شکل عروس دو ضلع
ک ا ل ه متساوی باشند برای تساوی دو مربع آنها و چون دو قوس آج ح ط متساوی
اند ازین جهت بحکم شکل الم از ۳ دو وتر آنها نیز متساوی باشند و از تساوی اینها و تساوی
دو عمود ه ک ط ل و بودن دو زاویه ا ک ح ح ل ط قائمه خط ا ک ح ل نیز متساوی
باشند و چون این دو خط متساوی را از آم ح ه که هر یک نصف قطر دو دایره متساوی
اند بیندازیم ک م ل ه متساوی باقی مانند پس درین هنگام اضلاع نظائر دو مثلث
ک م ه ل ه متساوی اند ازین سبب دو زاویه
م ه که نظیرین اند متساوی باشند و
چون بر مرکز واقع اند لهذا دو قوس
آب ح ط متساوی باشند بحکم شکل الب از ۳

وهمین مطلوبست ❊ اما نه ❊ و این حکم در یک دایره هم ثابت است یعنی هرگاه مفصل
قطعه در دو جهت آن دو خط متساوی کشند دو قوس مفصول نیز برابر خواهند بود