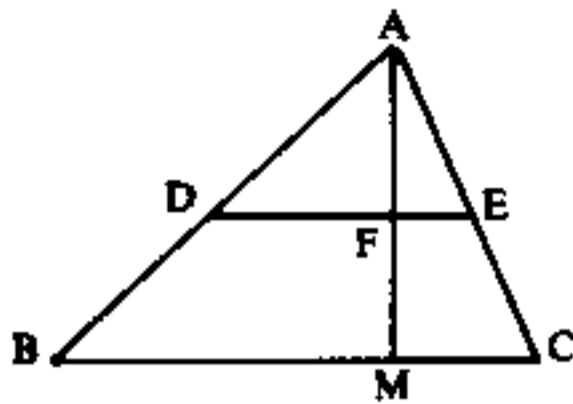


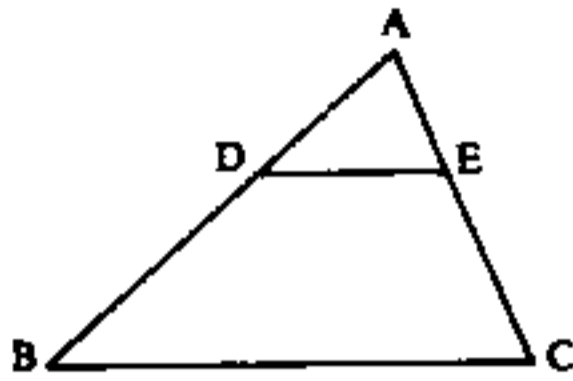
تمرین

۱.  $D$  وسط  $AB$  و  $E$  وسط  $AC$  است.



نسبت  $\frac{AF}{FM}$  چقدر است؟ نسبت  $\frac{AF}{AM}$  چقدر است؟

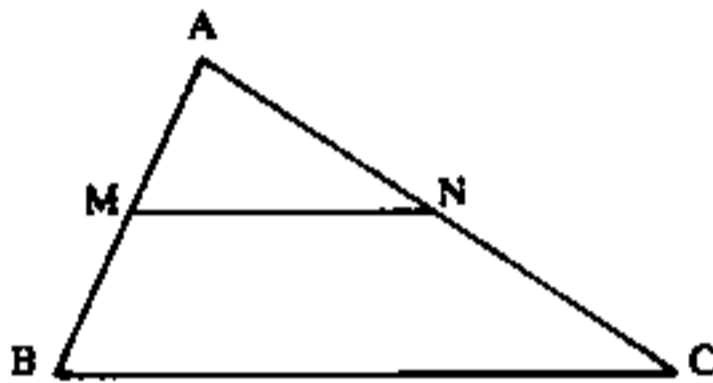
۲.  $DE$  با  $BC$  موازی است و  $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$  مقدار



هریک از نسبت‌های زیر را تعیین کنید.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE} = \frac{DE}{AB}$$

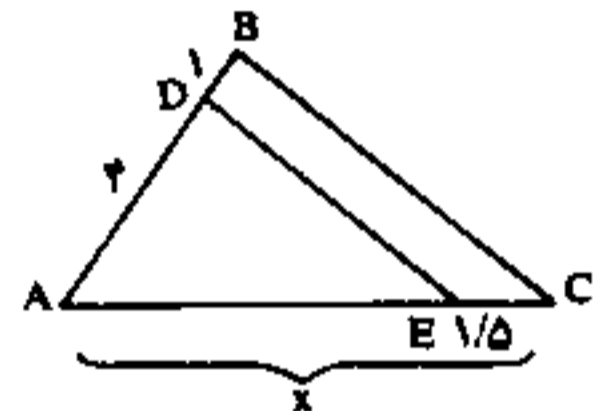
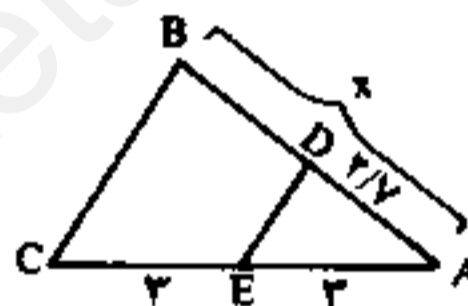
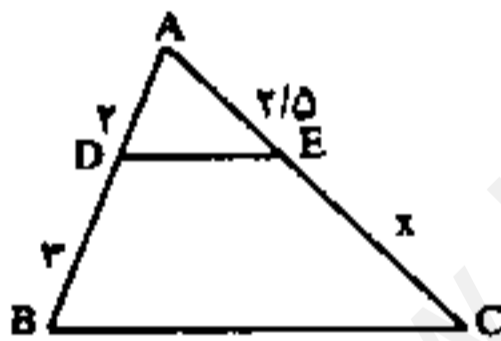
۳.  $MN$  با ضلع  $BC$  موازی است و  $M$  وسط  $AB$



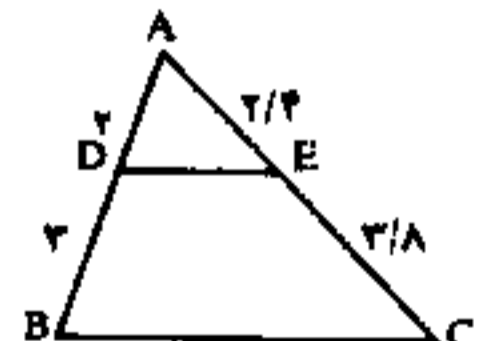
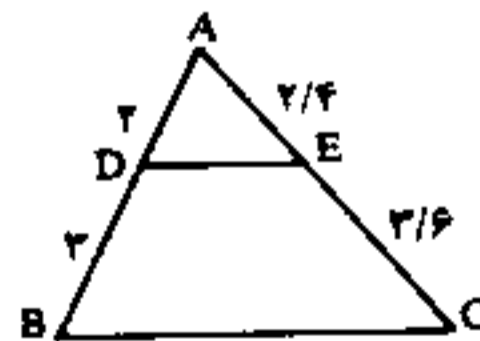
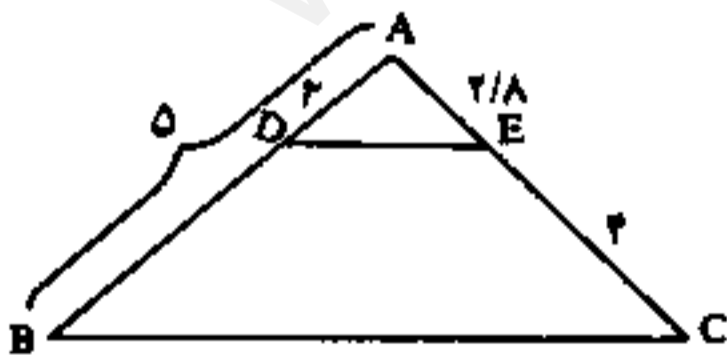
است. نسبت  $\frac{AN}{NC}$  چقدر است؟

نسبت  $\frac{AM}{AB}$  چقدر است؟

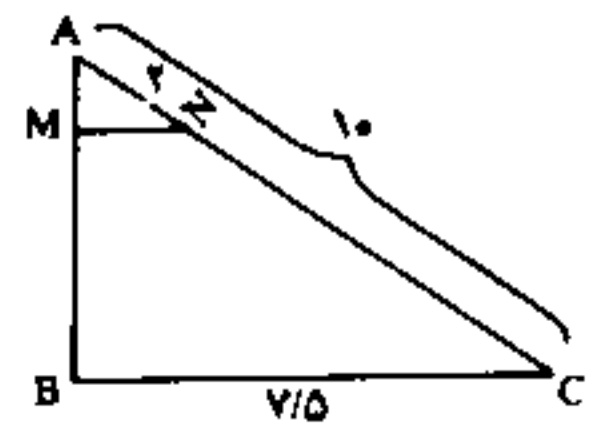
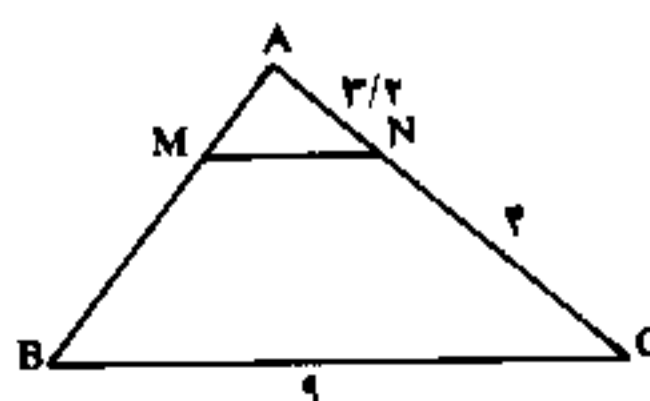
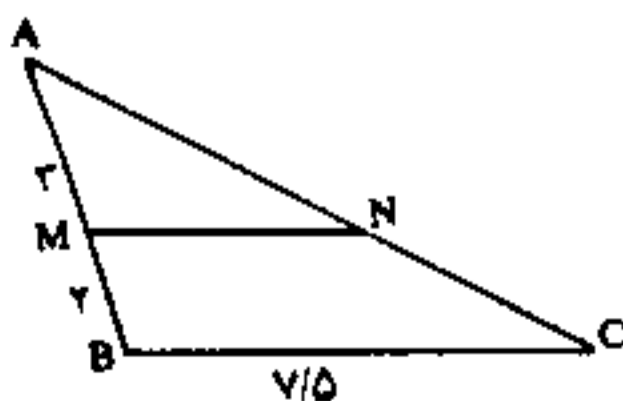
۴. در هر شکل  $DE$  با  $BC$  موازی است. مقدار  $x$  را تعیین کنید.

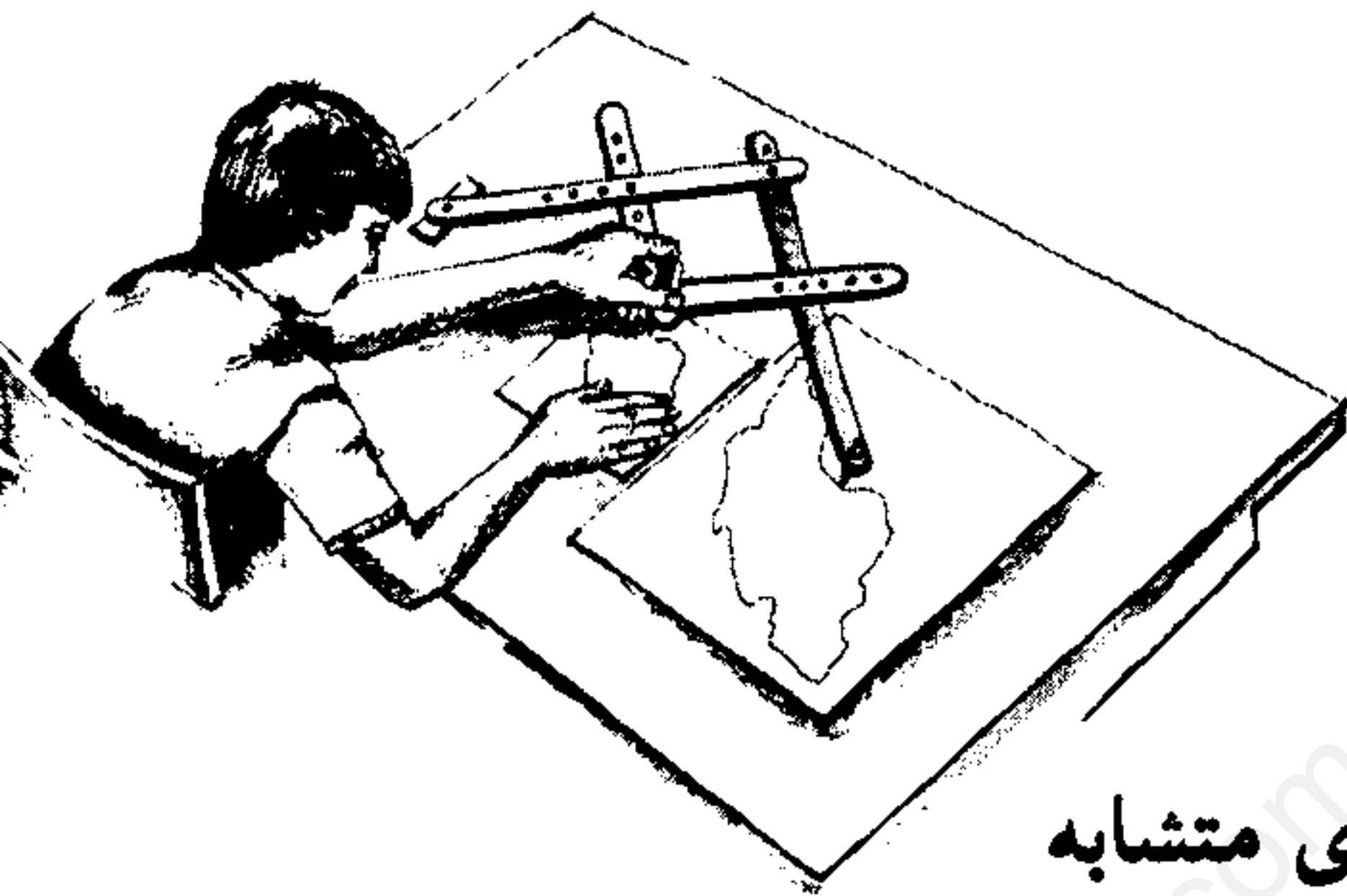


۵. در کدام شکل  $DE$  با  $BC$  موازی است؟



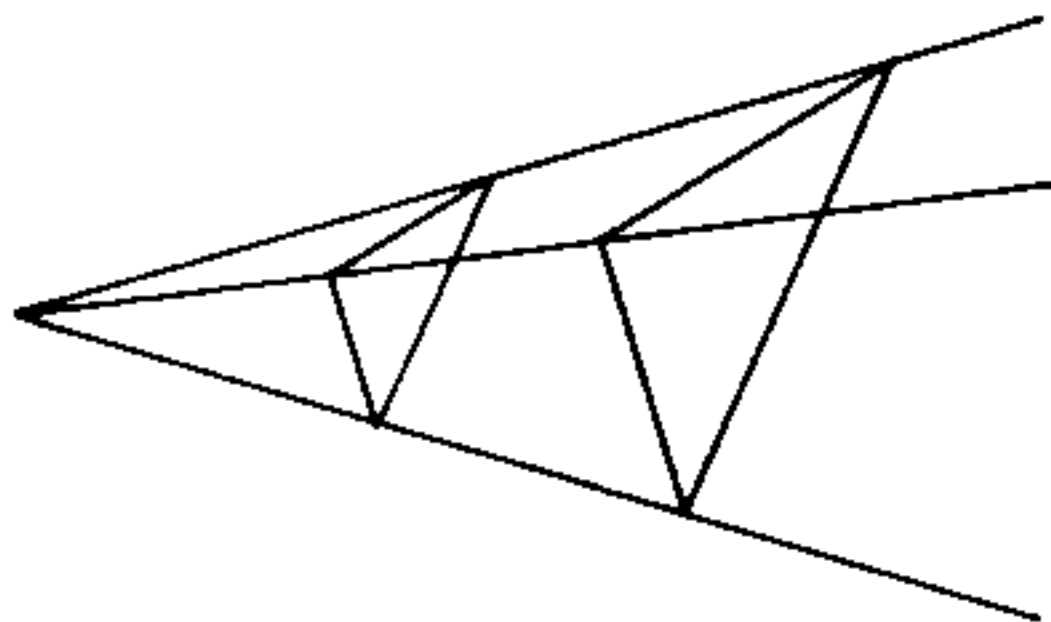
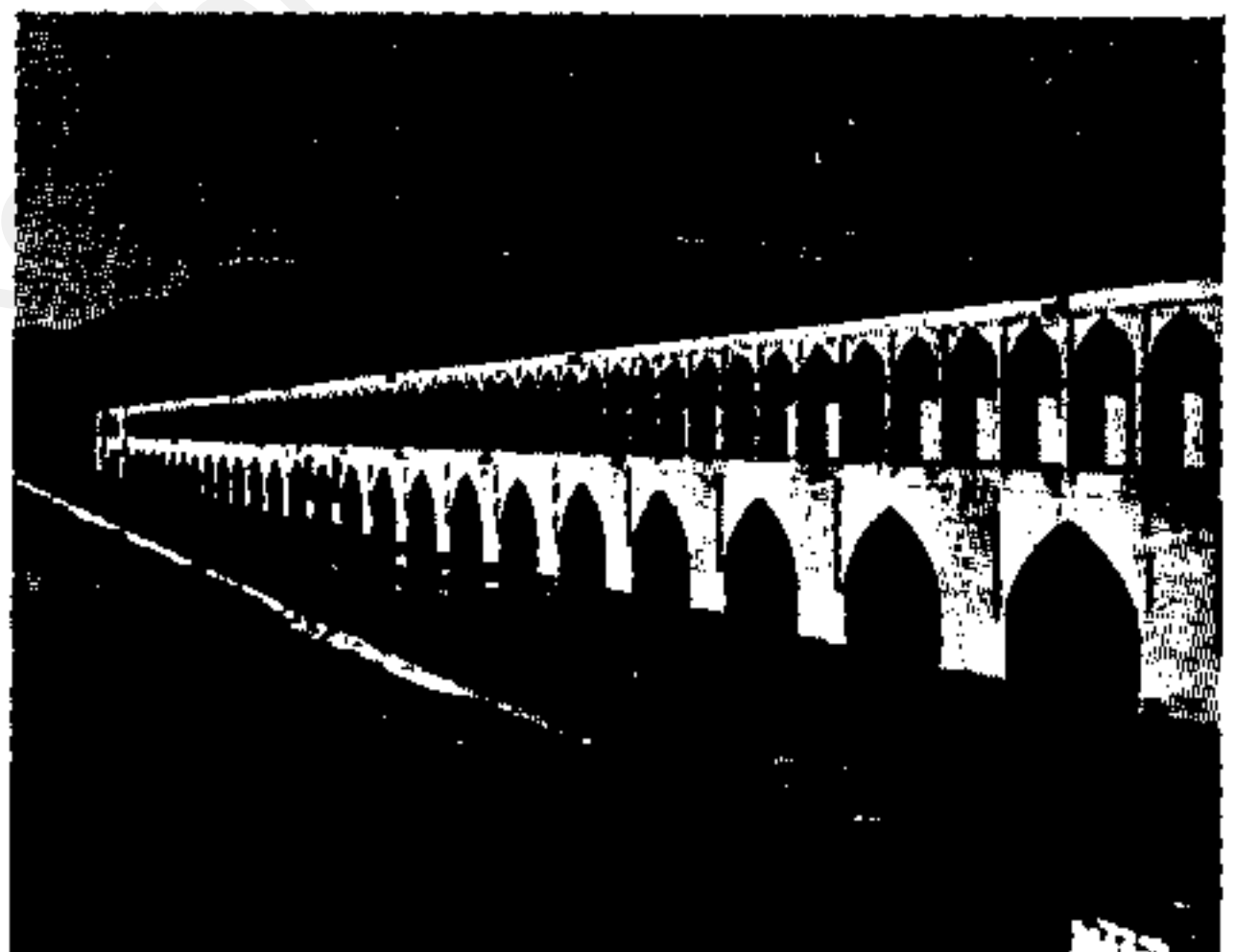
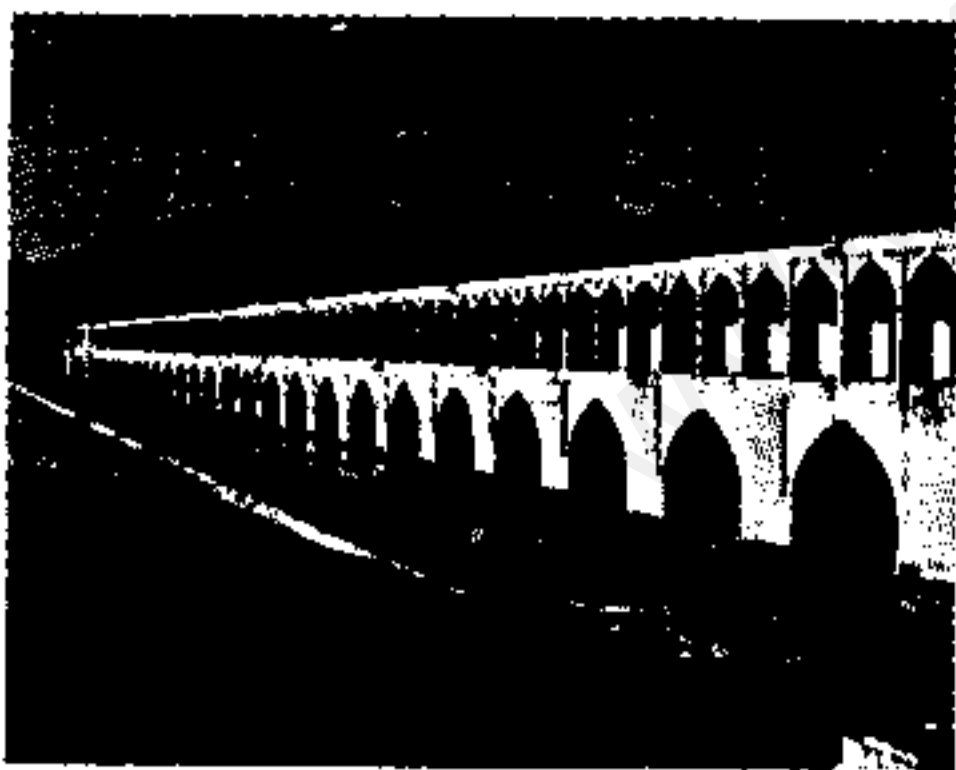
۶. در هر شکل  $MN$  با  $BC$  موازی است. اندازه پاره خط  $MN$  را حساب کنید.

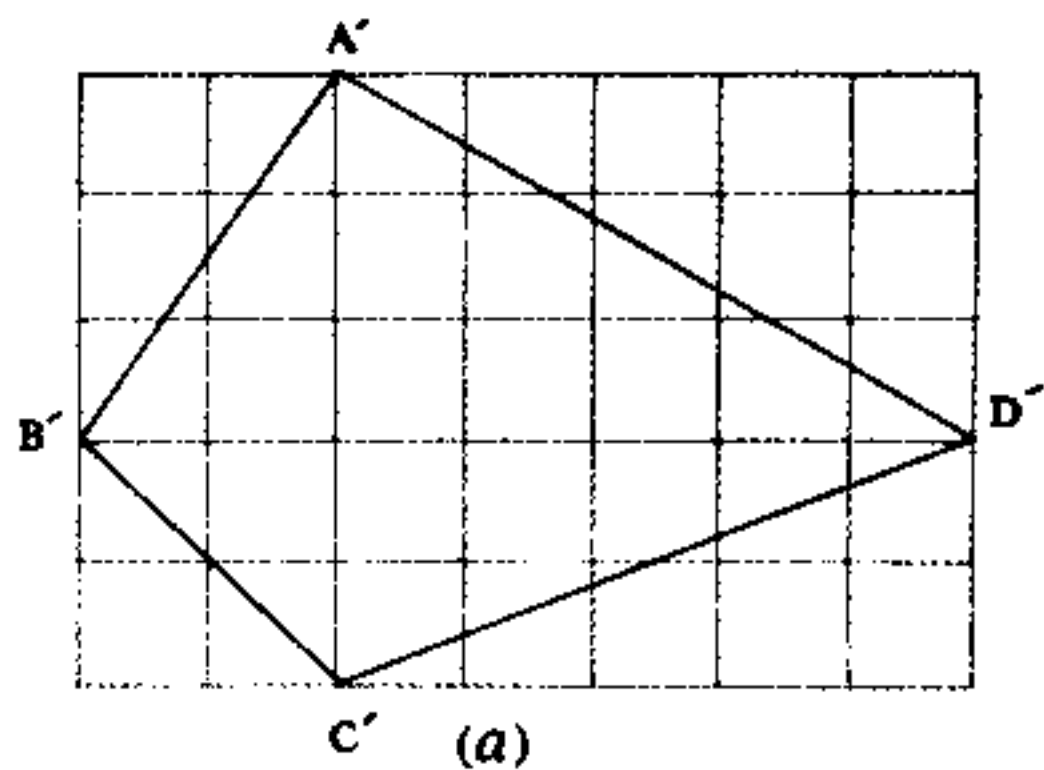
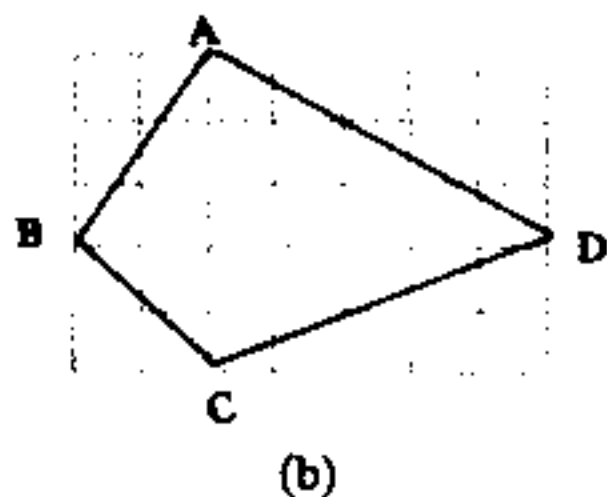




## شکلهای متشابه

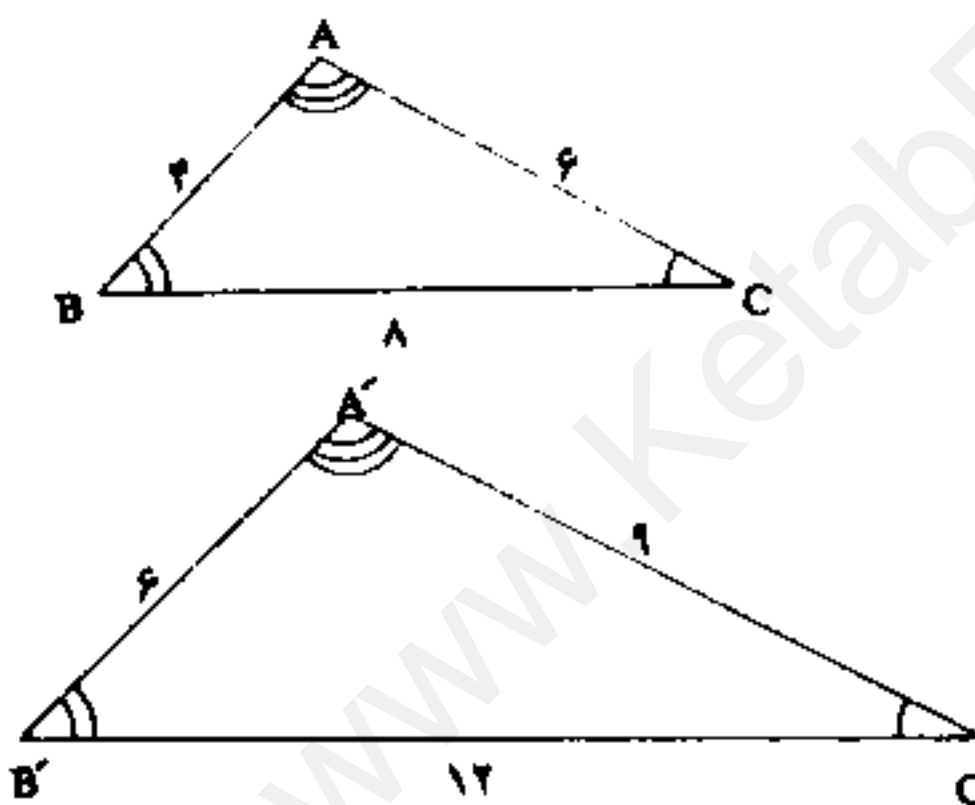
دو تصویر زیر از یک منظره تهیه شده است که فقط از لحاظ اندازه‌ها باهم فرق دارند. این دو تصویر متشابهند.





شکل (a) بزرگ شده شکل (b) است. این دو شکل متشابهند، با استفاده از پرگار مشاهده کنید که هر ضلع شکل (a) دو برابر ضلع متناظرش از شکل (b) است. همچنین با یک نقاله ملاحظه کنید که هر زاویه شکل (a) با زاویه متناظرش از شکل (b) مساوی است. به طور کلی: دو چند ضلعی در صورتی متشابهند که تعداد اضلاع آنها مساوی، ضلعهای متناظر آنها متناسب و زاویههای متناظر آنها متساوی باشند.

دو مثلث  $ABC$  و  $A'B'C'$  متشابهند زیرا:



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

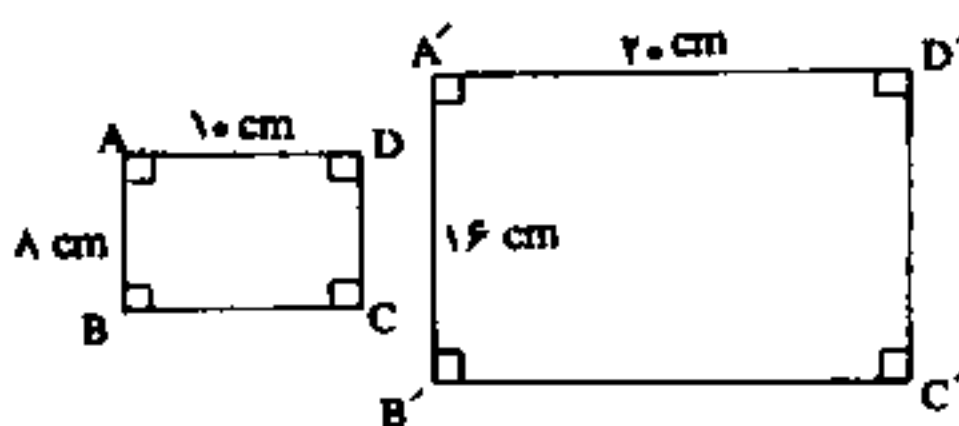
$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

و  $\angle C = \angle C', \angle B = \angle B', \angle A = \angle A'$

یعنی در این دو مثلث اضلاع متناسب و زوایا متساویند. پس متشابهند، عدد  $\frac{2}{3}$  یا  $\frac{3}{2}$  را نسبت تشابه این دو مثلث می‌گوییم و متشابه بودن آنها را به صورت زیر می‌نویسیم.

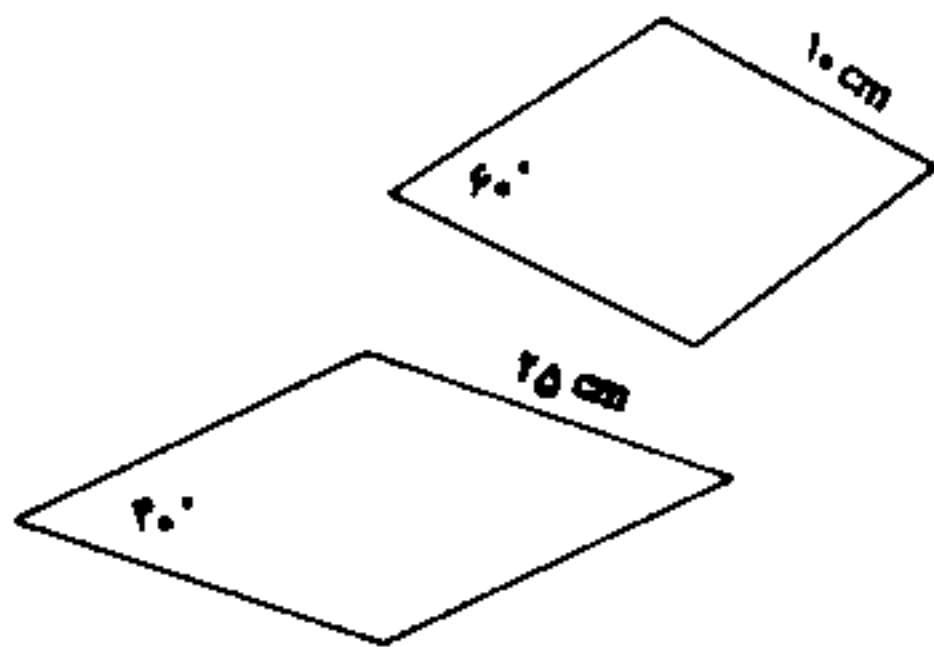
$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$



مستطیلهای  $ABCD$  و  $A'B'C'D'$  نیز متشابهند زیرا با توجه به اندازه‌های داده شده داریم:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AD}{A'D'} = \frac{DC}{D'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{2}$$

بنابراین اضلاع متناسبند و زوایای آنها نظیر به نظیر متساویند.

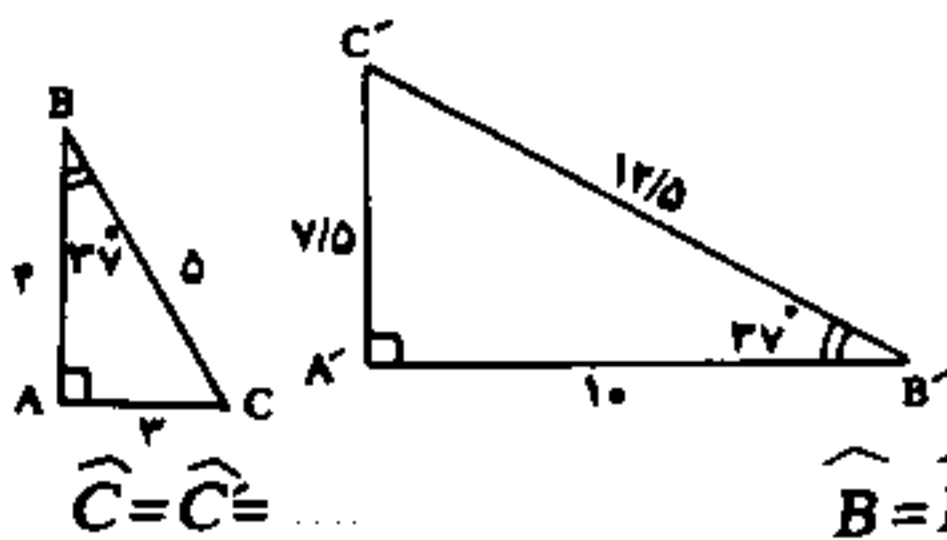


در این دو لوزی اضلاع متناسبند ولی زوایای متناظر آنها متساوی نیستند، پس این دو لوزی متشابه نیستند.



کار در کلاس

۱. با توجه به شکل‌های مقابل هر تساوی را با یک عدد کامل کنید.

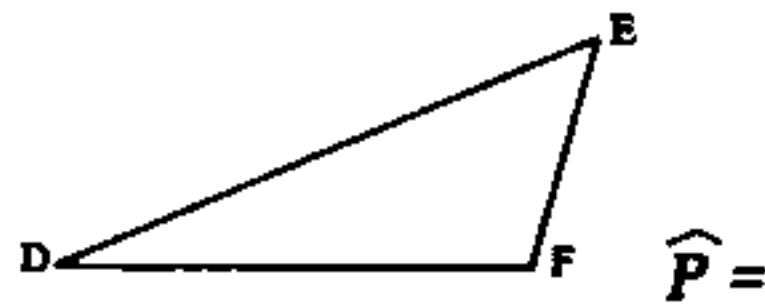
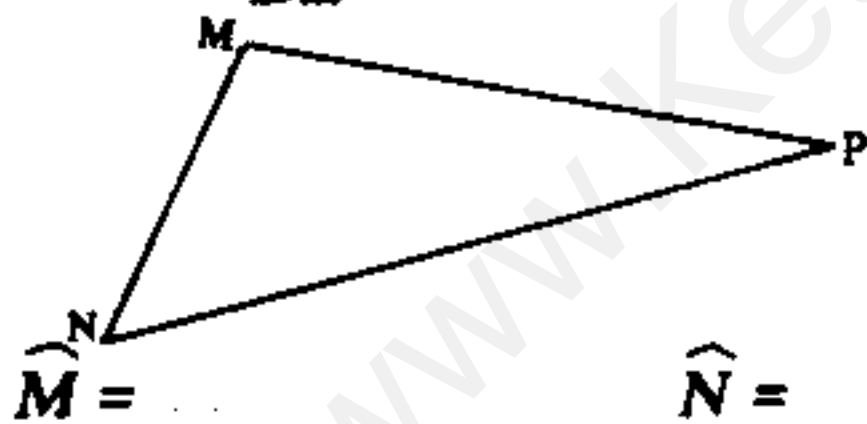


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} =$$

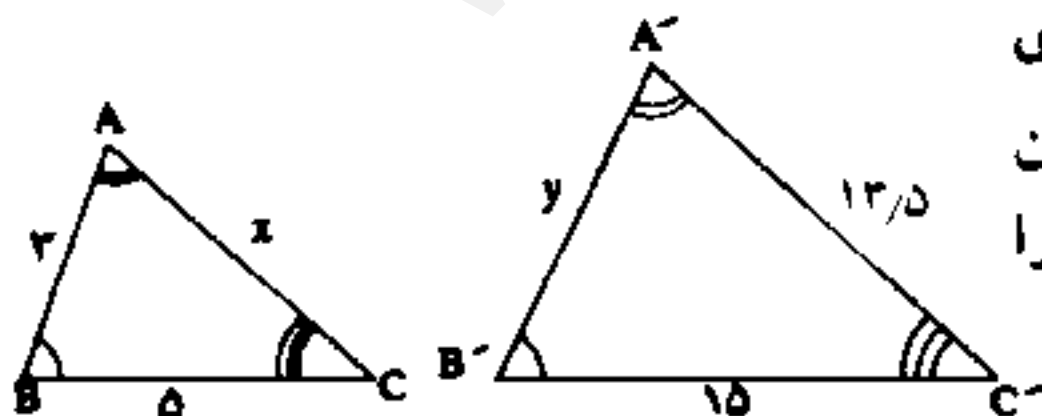
$$\widehat{C} = \widehat{C'} = \dots \quad \widehat{B} = \widehat{B'} = \dots \quad \widehat{A} = \widehat{A'} = \dots$$

آیا این دو مثلث متشابهند؟ نسبت تشابه آنها چیست؟

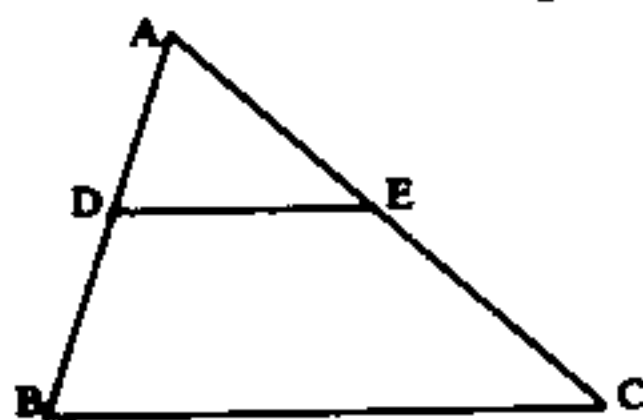
۲. دو مثلث  $MNP$  و  $DEF$  متشابهند و تناسب بین اضلاع آنها به صورت  $\frac{MN}{EF} = \frac{MP}{DF} = \frac{PN}{DE}$  است. تساویهای زیر را کامل کنید.



۳. دو مثلث  $ABC$  و  $A'B'C'$  متشابهند و زوایای متناظر آنها مشخص شده است. تناسب بین اضلاع متناظر را بنویسید سپس مقادیر  $x$  و  $y$  را تعیین کنید.



۴.  $DE$  با ضلع  $BC$  موازی است. آیا اضلاع  $ABC$  و  $ADE$  متناسبند؟ چرا زاویه‌های آنها متساویند؟ آیا این دو مثلث متشابهند؟

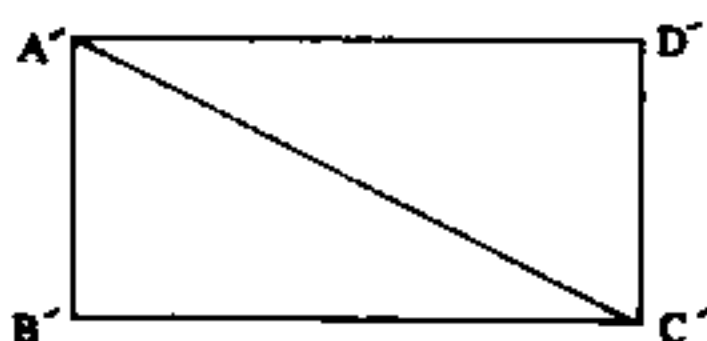


## تحریر

۱. چرا هر دو مربع دلخواه متشابهند؟  
 ۲. دو مستطیل  $ABCD$  و  $A'B'C'D'$  متشابهند و نسبت تشابه آنها  $\frac{3}{4}$  است. با نوشتن یک عدد هر تساوی را کامل کنید.

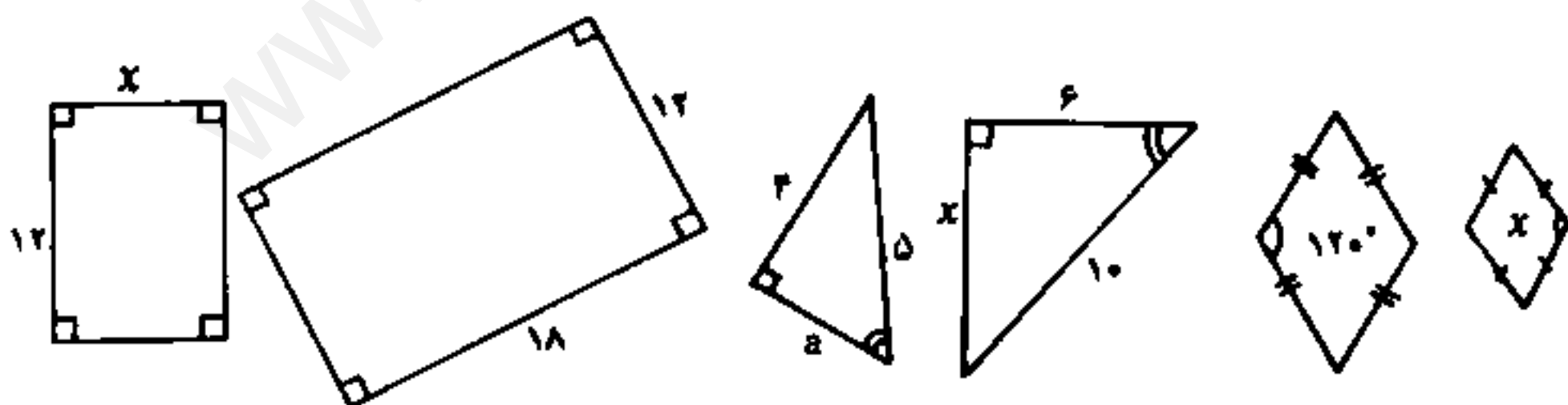


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{BC}$$



$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{CD}{C'D'}$$

۳. دو لوزی متشابهند و نسبت تشابه آنها  $\frac{3}{4}$  است. اگر اندازه ضلع یکی از آنها ۱۵ سانتیمتر باشد، اندازه ضلع دیگری چقدر است؟ (دو جواب)  
 ۴. هر دو شکلی که در کنار هم رسم شده‌اند متشابهند، مقادیر مجهول را حساب کنید.



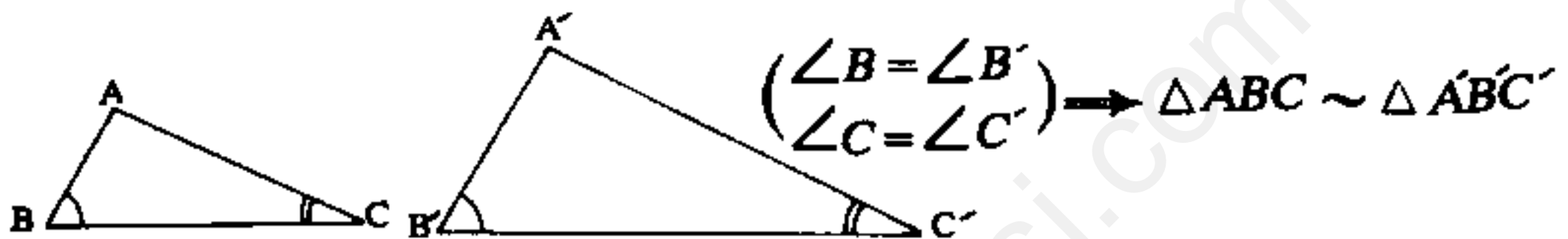
۵. نقشه هر مکان با آن مکان متشابه است و نسبت تشابه آنها را مقیاس نقشه گویند. اگر مقیاس نقشه‌ای  $\frac{1}{10000}$  باشد و فاصله دو نقطه در نقشه ۴ سانتیمتر باشد فاصله نقاط متناظر آنها در طبیعت چقدر است؟  
 اگر زاویه بین دو خط در نقشه  $45^\circ$  باشد زاویه بین خطهای متناظر آنها در طبیعت چقدر است؟

## تشابه دو مثلث

از آنچه در باره تشابه دو چند ضلعی گفته شد می توان نتیجه گرفت که اگر زاویه های دو مثلث دوبرو متساوی و ضلعهای روبروی زاویه های متساوی متناسب باشند آن دو مثلث متشابهند. اما به سبب ویژگیهایی که مثلث دارد با بعضی از شرایط مذکور می توان سایر شرایط در نتیجه تشابه بودن دو مثلث را نتیجه گرفت.

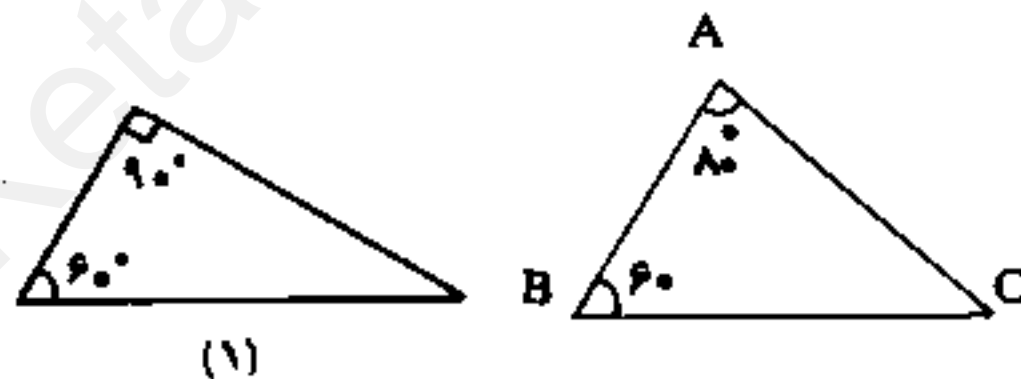
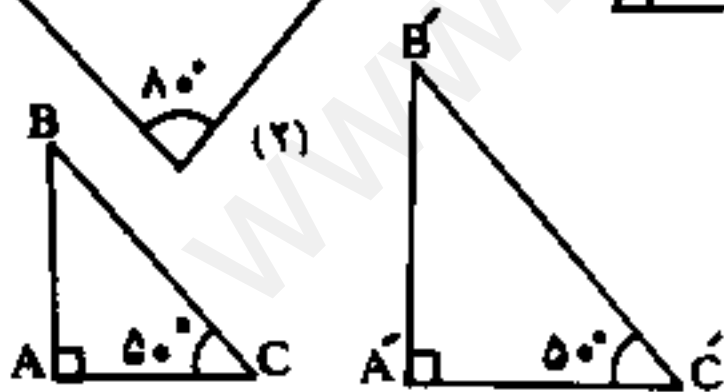
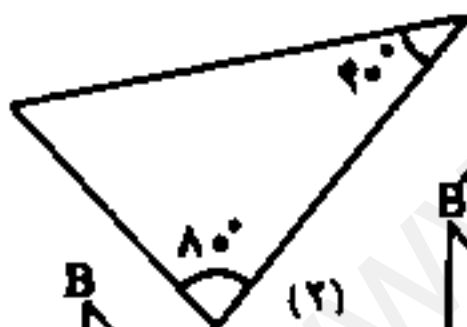
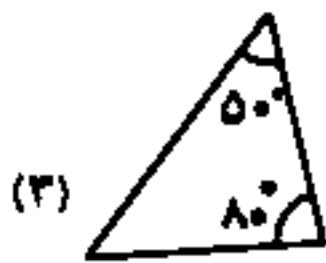
### حالات تشابه دو مثلث

آ. اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر متساوی باشند، آن دو مثلث متشابهند.



کار در کلاس

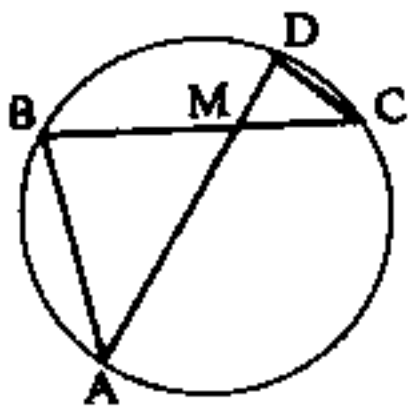
۱. مثلث  $ABC$  با کدام یک از سه مثلث دیگر متشابه است؟



۲. چرا دو مثلث قائم الزاویه  $ABC$  و  $A'B'C'$  متشابهند؟

تناسب بین اضلاع متناظر آنها را بنویسید.

۳. چرا دو مثلث  $MAB$  و  $MCD$  متشابهند؟  
تناسب بین اضلاع آنها را بنویسید.

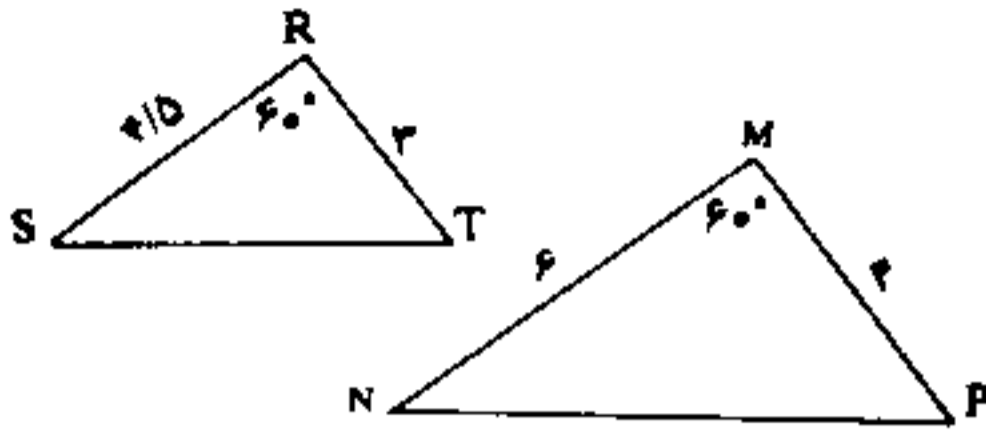


۴. آیا دو مثلث متساوی الساقین که یک زاویه رأس مساوی داشته باشند متشابهند؟

۵. چرا هر دو مثلث متساوی الاضلاع متشابهند؟

۶. چرا هر دو مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین متشابهند؟

ب: اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر متناسب و زاویه‌های بین آنها متساوی باشند، آن دو مثلث متشابهند.



مثلاً در دو مثلث  $RST$  و  $MNP$  داریم:

$$\frac{MN}{RS} = \frac{MP}{RT} = \frac{3}{10}$$

$$\widehat{R} = \widehat{M} = 60^\circ$$

بنابراین  $\Delta MNP \sim \Delta RST$

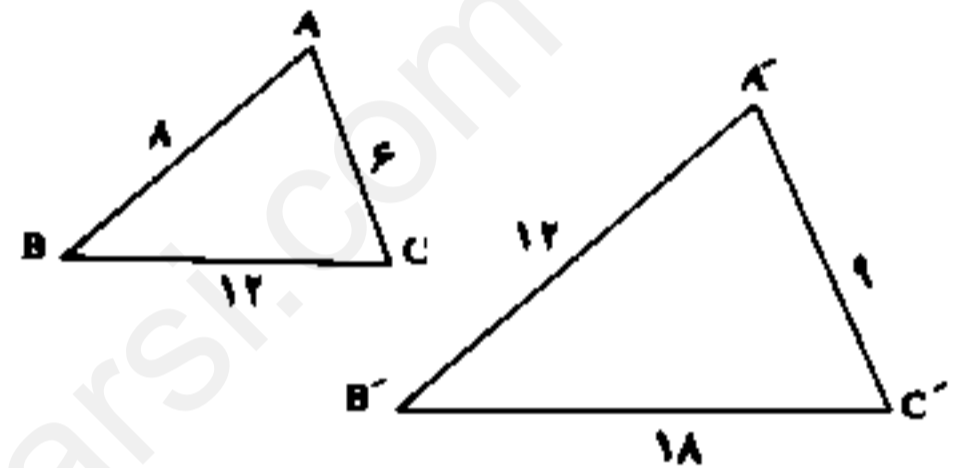
ج. اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، آن دو مثلث متشابهند.

مثلاً در دو مثلث  $ABC$  و  $A'B'C'$  داریم:

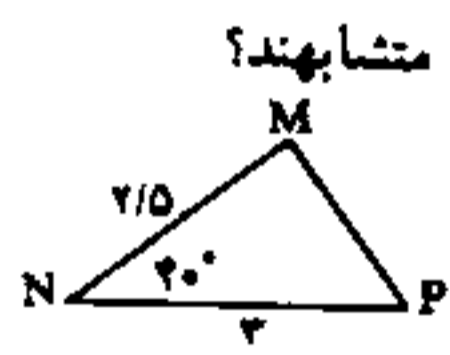
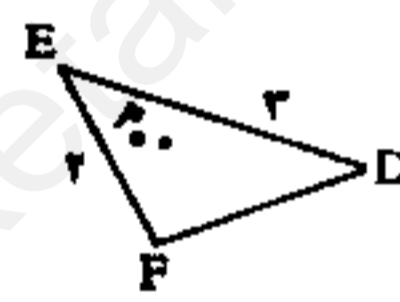
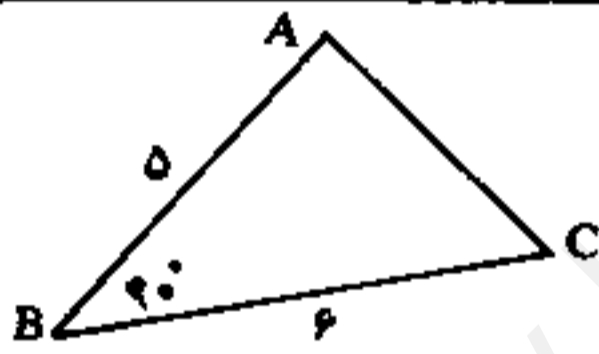
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{2}{3}$$

بنابراین

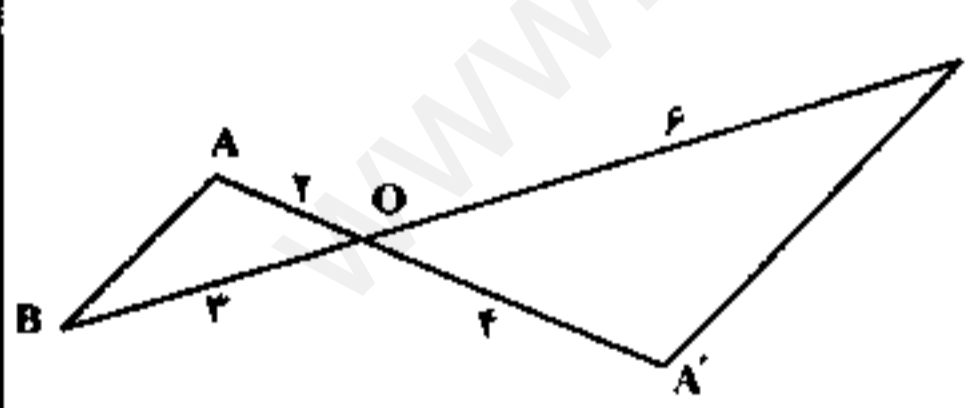
$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$



کار در کلاس



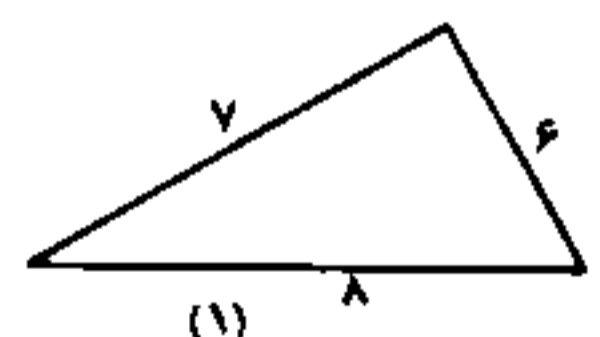
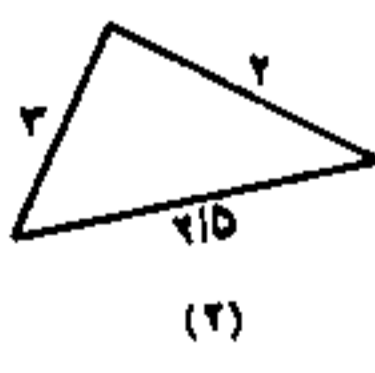
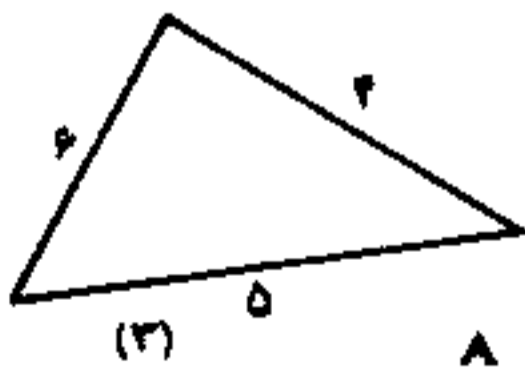
۱. کدام دو مثلث متشابهند؟



۲. چرا دو مثلث  $OAB$  و  $OAB'$  متشابهند؟

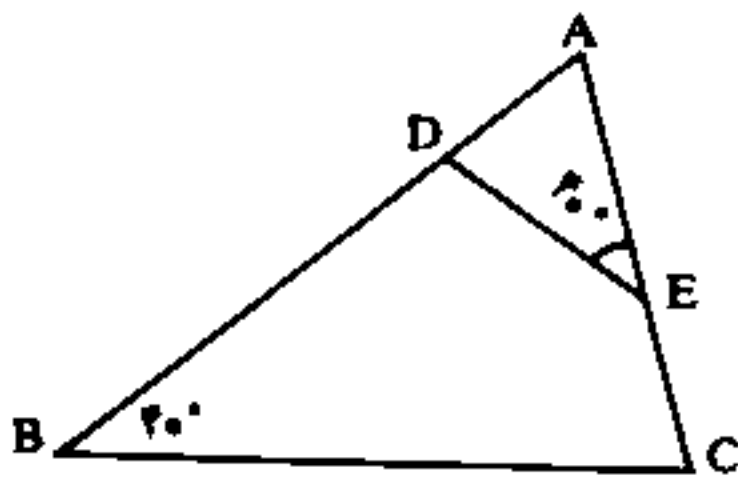
تناسب بین اضلاع آنها را بنویسید و زاویه‌های متناظر را مشخص کنید.

۳. کدام دو مثلث متشابهند؟

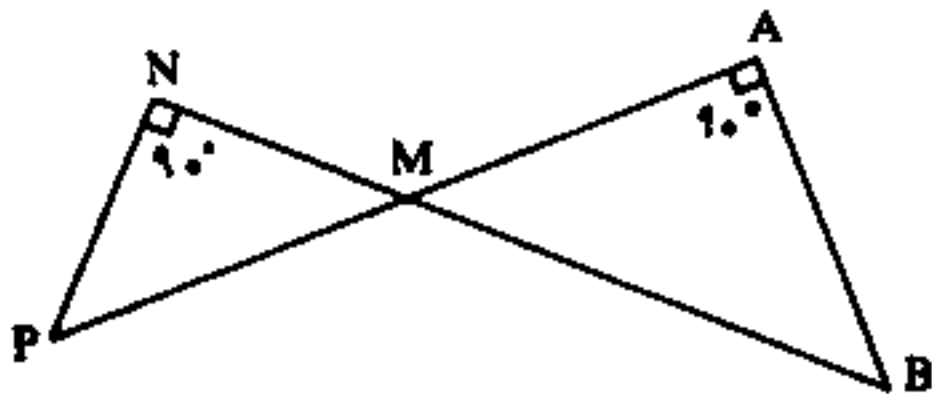


۴. مثلثی رسم کنید که با مثلث  $ABC$  متشابه و نسبت تشابه آنها  $\frac{1}{3}$  و بزرگتر از  $ABC$  باشد.

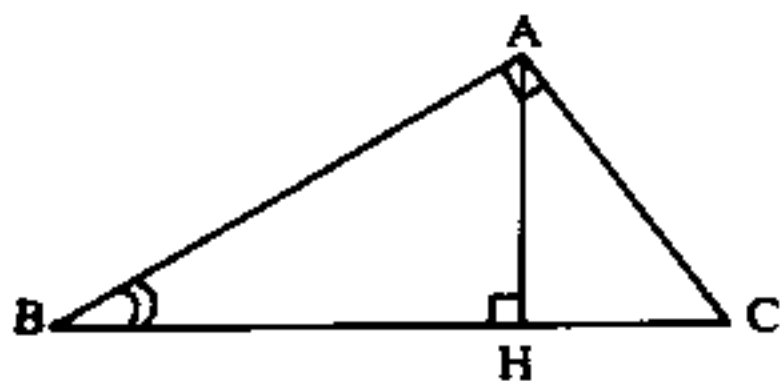
## تعرین



۱. چرا دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابهند؟  
تناسب بین اضلاع آنها را بنویسید و زاویه‌های  
متناظر را در دو مثلث مشخص کنید.

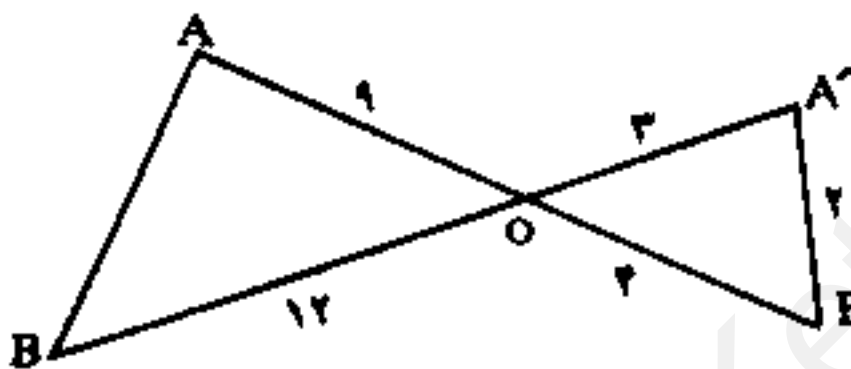


۲. ثابت کنید دو مثلث  $MAB$  و  $MNP$  متشابهند  
تناسب بین ضلعهای متناظر را بنویسید.

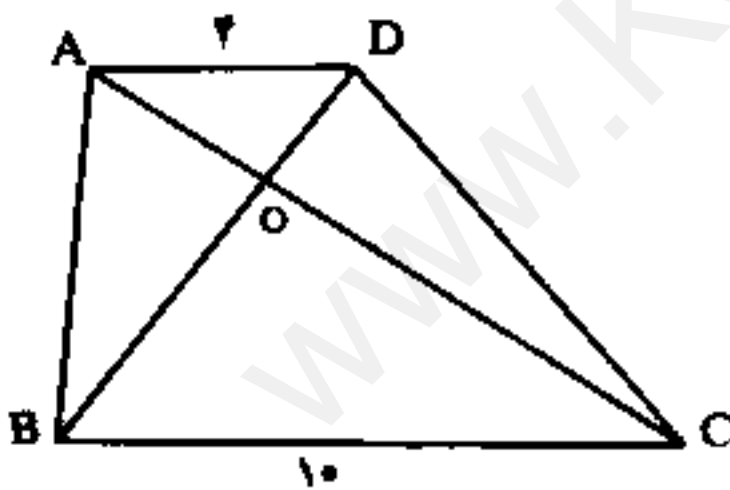


۳. ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه  
 $ABC$  است. ثابت کنید:

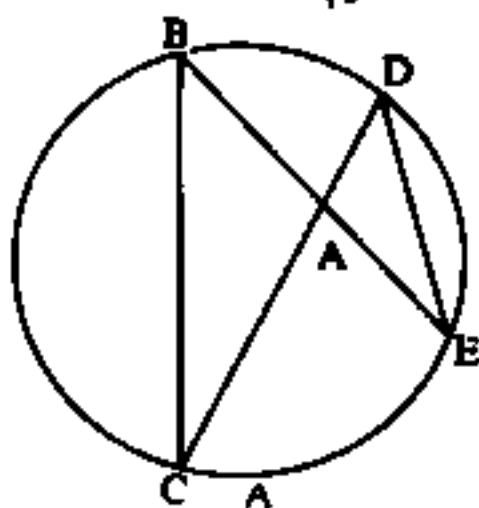
$$\triangle ABC \sim \triangle AHB$$



۴. ثابت کنید دو مثلث  $OAB$  و  $OA'B'$  متشابهند  
سپس اندازه  $AB$  را حساب کنید.

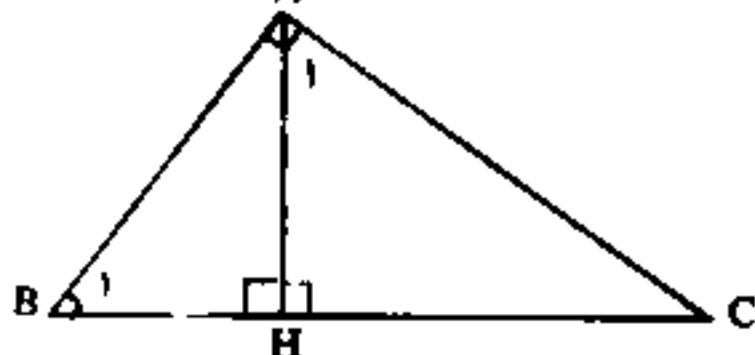


۵. چهارضلعی  $ABCD$  دوزنقه است. ثابت  
کنید دو مثلث  $OBC$  و  $OAD$  متشابهند. نسبت  
تشابه این دو مثلث چقدر است؟



۶. ثابت کنید دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابهند  
و از آنجا نتیجه بگیرید:

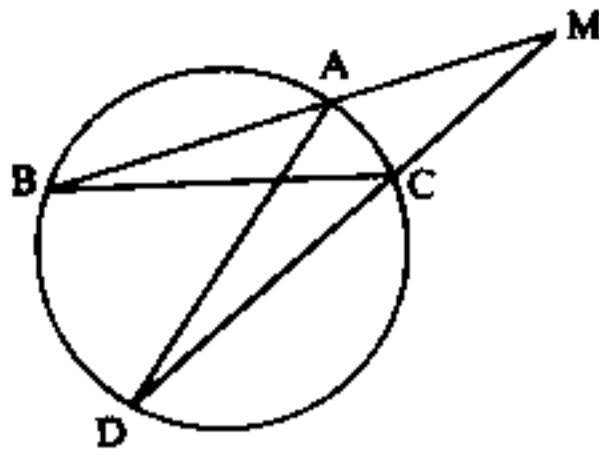
$$AB \times AE = AD \times AC$$



۷. ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه  
 $ABC$  است. ثابت کنید  $\triangle AHB \sim \triangle AHC$   
سپس نسبت اضلاع متناظر آنها را بنویسید و از  
آن نتیجه بگیرید.  $AH^2 = BH \cdot HC$

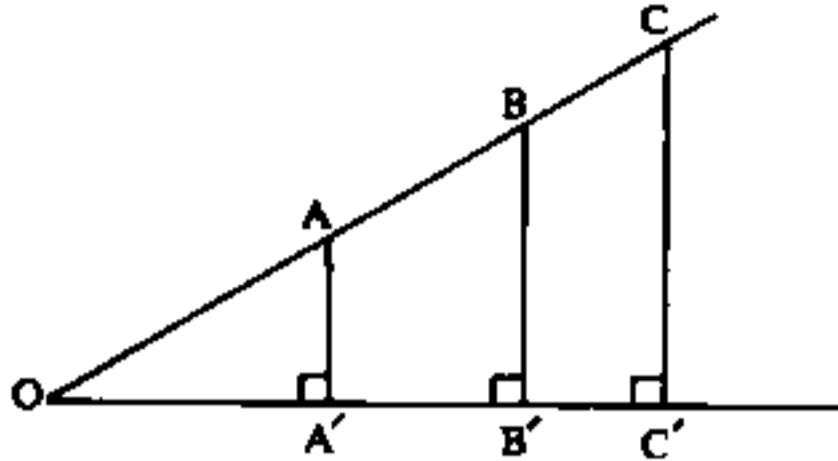
(راهنمایی: زاویه‌های  $A_1$  و  $B_1$  متمم زاویه  $C$  هستند.)



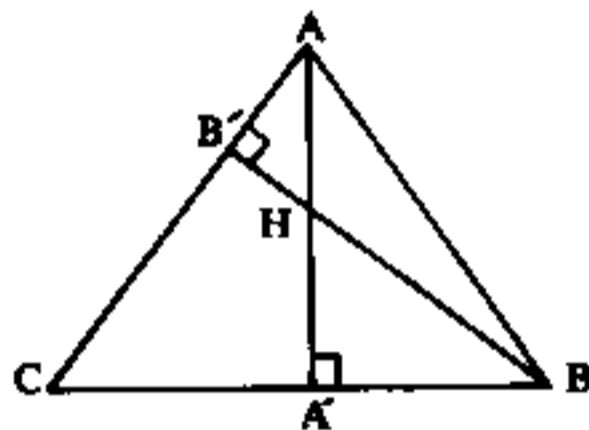


۸. چرا دو مثلث  $MAD$  و  $MBC$  متشابهند؟  
تناسب بین اضلاع متناظر آنها را بنویسید و رابطه  
زیر را بدست آورید.

$$MA \times MB = MC \times MD$$



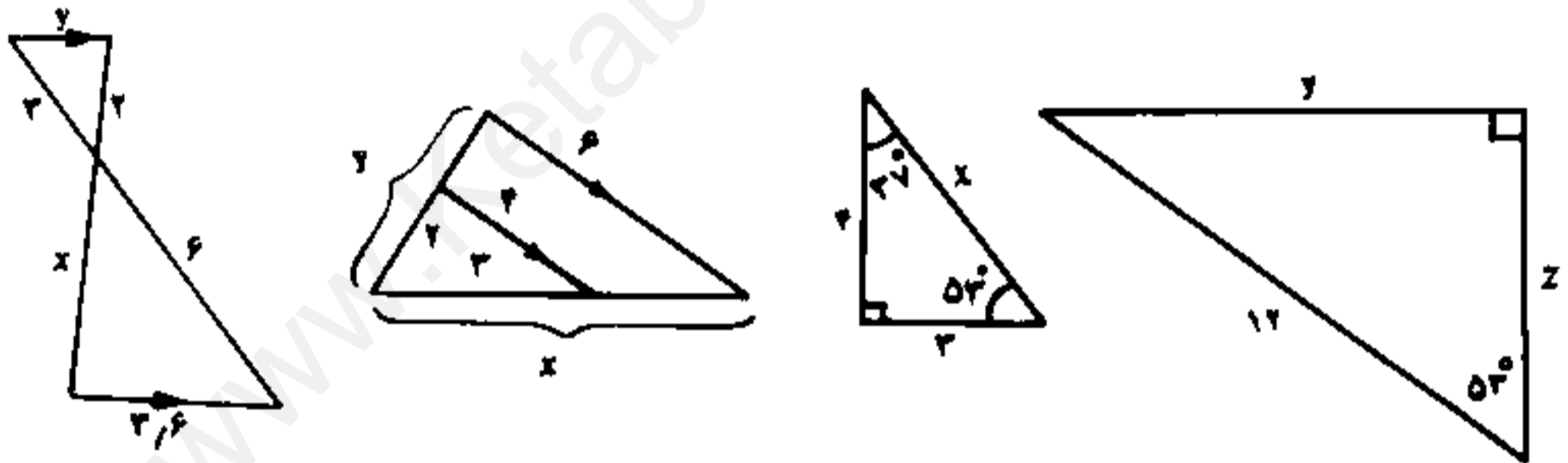
۹. در شکل مقابل  $\frac{AA'}{OA'} = \frac{3}{5}$ ، هر یک از  
نسبت‌های  $\frac{BB'}{OB'}$  و  $\frac{CC'}{OC'}$  را حساب کنید.



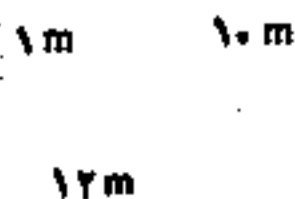
۱۰.  $AA'$  و  $BB'$  دو ارتفاع مثلث  $ABC$  هستند.  
ثابت کنید.

$$\triangle AHB' \sim \triangle BHA'$$

۱۱. در هر شکل پاره‌خط‌های مجهول را حساب کنید.



محسن و محمود در پارک قدم می‌زدند. محسن گفت آیا می‌توانی بگویی ارتفاع این درخت چند  
متر است؟ محمود گفت اکنون با یک تکه چوب  
ارتفاع آن را حساب می‌کنم. او با یک چوب ۱  
متری این کار را انجام داد. آیا شما نیز می‌توانید  
ارتفاع درخت را حساب کنید؟



۱. عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

$$3a - 8b - 9a + 2b$$

$$\frac{3}{7}a - 4a + 2b + 6b$$

$$7 \times 3a - 2 \times 4a$$

$$3 \times \frac{2}{5}x - (-2) \times (4x)$$

$$2(3a - 2b) + 4(7a + b)$$

$$9(a - 2b) - 9a - b$$

۲. مقدار عددی هر عبارت جبری را به ازای مقادیر داده شده برای  $x$  و  $y$  حساب کنید.

$$x = 1, y = 2, 2xy - y^2$$

$$x = -1, y = 1, 7x(x - y)$$

$$x = 2, y = 3, 4x^2 - yx$$

$$x = -3, y = 2, (x + y)(x - y)$$

۳. با استفاده از توزیعپذیری ضرب نسبت به جمع و تفریق، عبارتهای زیر را ساده کنید.

$$2x(3a - b) + 3x(2a + b)$$

$$4x(5a + 2b) + 2x(-7a - 8b)$$

۴. هر عبارت را به صورت حاصلضرب دو عبارت جبری بنویسید.

$$ab + 2ac$$

$$4ax + 12ay$$

$$9ax + 12a$$

۵. حاصل هر ضرب را بدست آورید و عبارت حاصل را ساده کنید.

$$(a + b)(a - b)$$

$$(a + b)^2$$

$$(a - b)^2$$

$$(a + 2)(a + 7)$$

$$(a - 7)(b + 8)$$

$$(a + x)(a + y)$$

$$(a - u)(a - v)$$

$$(x - a)(x - b)$$

$$(x + y)(x - y)$$

۶. معادله‌های زیر را حل کنید.

$$4x - 2 = 6$$

$$3x + 5 = -4$$

$$4x - 7 = 3x + 1$$

$$15x - 4 = 5$$

$$9x - 1 = x + 17$$

$$\frac{2}{5}x - \frac{3}{5} = 1$$

$$\frac{4}{3}x - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}x$$

$$\frac{3}{7}x - \frac{1}{7} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{7}x - 2 = 7$$

برای هر یک از مسأله‌های ۷ تا ۱۰ یک معادله بنویسید و سپس آن معادله را حل کنید.

۷. چهار بنا می‌توانند یک دیوار را ۹ روزه بسازند. برای آنکه دیوار ۶ روزه ساخته شود، چند بنا

باید با هم کار کنند؟

۸. برای خرید ۵ مداد یک اسکناس ۱۰۰ تومانی به کتابفروش دادیم و او ۱۵ تومان پس داد. قیمت

یک مداد چقدر است؟

۹. وزن یک بسته کاغذ ۵۰۰ برگی یک کیلوگرم است. وزن هر برگ از این کاغذ چند گرم است؟  
 ۱۰. محیط یک متوازی الاضلاع ۳۰ سانتیمتر است و طول یک ضلع آن ۵ سانتیمتر.  
 طول یک ضلع مجاور به این ضلع چقدر است؟

۱۱. نمودار هریک از مجموعه‌های زیر را روی یک محور مشخص کنید.

آ.  $\{x \mid 2 < x < 5\}$       ب.  $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$   
 ج.  $\{x \mid -4 \leq x\}$       د.  $\{x \mid x < 2\}$

۱۲. نمودار هریک از مجموعه‌های زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

آ.  $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$       ب.  $\left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$   
 ج.  $\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mid \begin{matrix} x = 0 \text{ یا } 5 \\ y = 1 \end{matrix} \right\}$       د.  $\left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mid \begin{matrix} x = 2 \\ y = 2 \text{ یا } 3 \end{matrix} \right\}$

۱۳. هریک از خطهای به معادله‌های زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

آ.  $y = 3x$       ب.  $y = -2x$       ج.  $y = 2x + 1$   
 د.  $3y + 5x = 1$       ه.  $y = 2$       و.  $x = 4$

۱۴. شیب هریک از خطهای زیر را پیدا کنید. سپس مشخص کنید که در یک دستگاه مختصات، کدام خطها با هم موازیند.

آ.  $y = 2x$       ب.  $8x - 4y = 1$       ج.  $2x - y = 1$   
 د.  $y = 2x + 4$       ه.  $5y = x - 5$       و.  $3y = 6x + 1$   
 ز.  $y = \frac{1}{5}x$       ح.  $7y - 21x = 0$       ط.  $4y = 2x + 2$

۱۵. مختصات نقطه‌ای از خط  $5y - 2x = 7$  را که طول آن ۳ است، پیدا کنید. آیا نقطه  $A = \left[ \begin{matrix} 0 \\ \frac{7}{5} \end{matrix} \right]$  روی این خط است؟

۱۶. معادله خط  $a$  را بنویسید که از مبدأ بگذرد و شیب آن ۲ باشد. سپس این خط را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۱۷. معادله خط  $b$  را بنویسید که از مبدأ بگذرد و با خط  $x + y = 1$  موازی باشد. این خط را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۱۸. معادله خطی را که از  $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$  بگذرد و با  $y = 2x - 3$  موازی باشد، بنویسید.

۱۹. عدد  $a$  را تعیین کنید به طوری که خط  $y = ax - 1$  از نقطه  $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$  بگذرد.

۲۰. عدد  $b$  را تعیین کنید به طوری که خط  $y = 2x + b$  از نقطه  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$  بگذرد.

۲۱. جذر هر یک از عددهای زیر را تا دو رقم اعشار حساب کنید.

$$38/7$$

$$30.21$$

$$22/5$$

$$70$$

۲۲. حاصل عبارتهای زیر را به صورت عدد توانی بنویسید.

$$(-4)^7 \times (-4)^7$$

$$5^1 \div 5^5$$

$$6^7 \times 6^2$$

$$7^7 \times 8^7$$

$$9^5 \div 4^5$$

$$4^6 \times 9^6$$

۲۳. حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$7 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$(-2) \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$5 \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ +3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$4 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$2 \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + (-2) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۲۴. با توجه به مختصات بردارهای واحد  $i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ،  $j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، هر یک از بردارهای زیر را

بر حسب بردارهای واحد بنویسید.

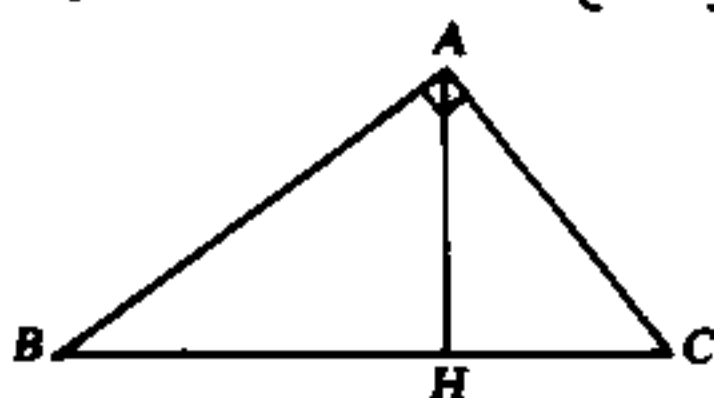
$$\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 7 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 5i + 7j$$

$$\begin{bmatrix} 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$



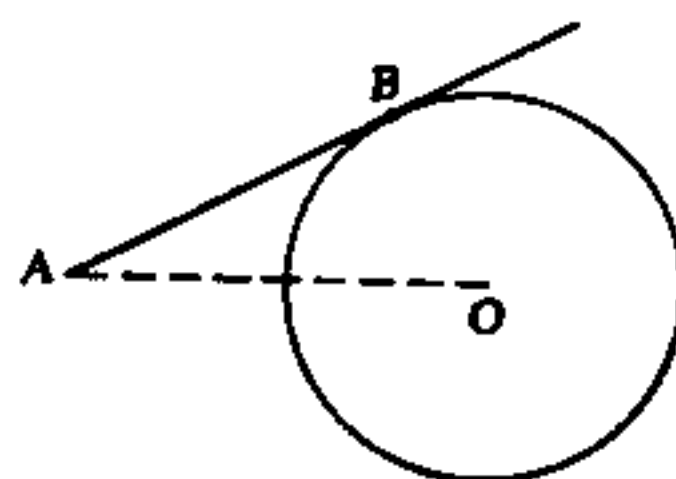
۲۵. در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $AH$  ارتفاع وارد بر وتر  $BC$  است. چرا دو مثلث  $ABC$  و  $AHC$  متشابهند؟ تناسب بین اضلاع متناظر این دو مثلث را بنویسید.

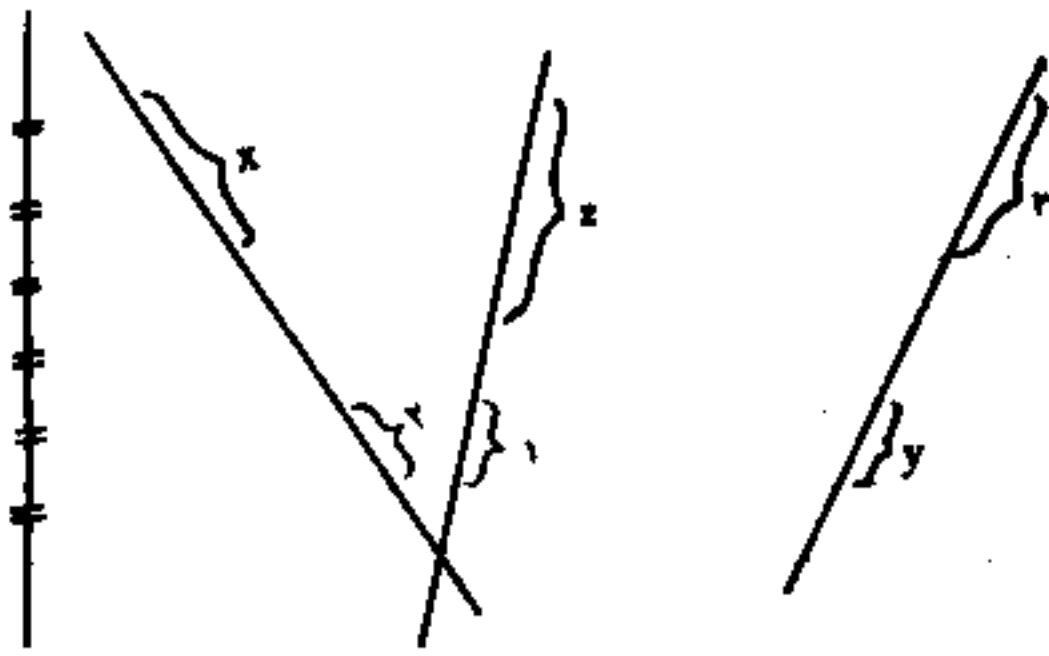
۲۶. نقطه  $A$  به فاصله ۱۰ سانتیمتر از مرکز دایره

$C$  قرار دارد. شعاع دایره برابر با ۶ سانتیمتر

است و  $AB$  بر این دایره مماس است. طول

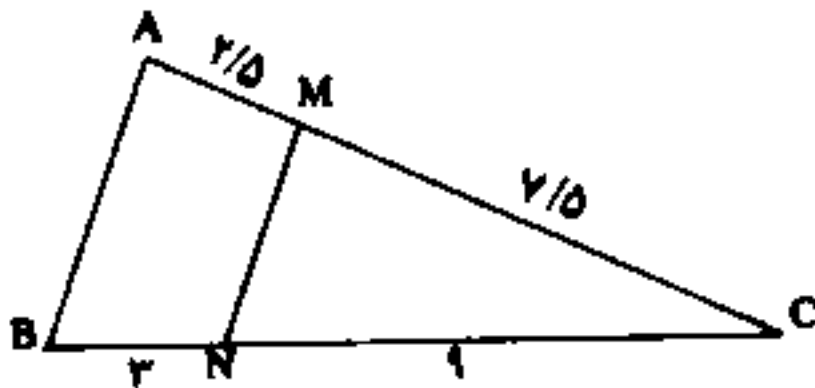
پاره خط  $AB$  را حساب کنید.





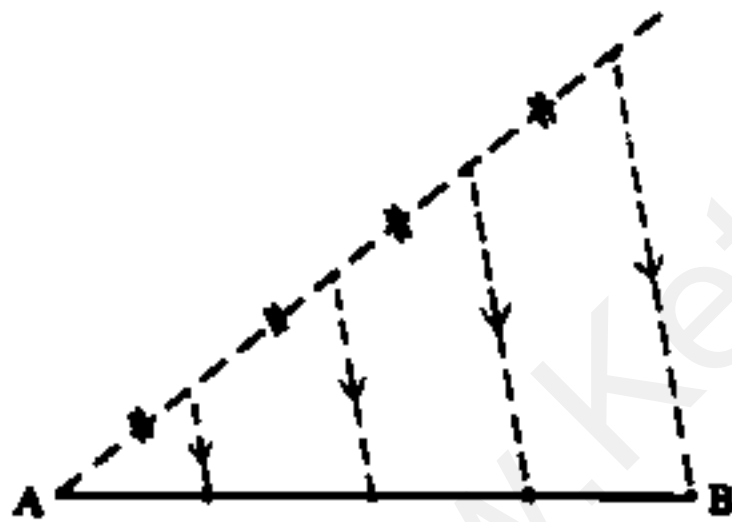
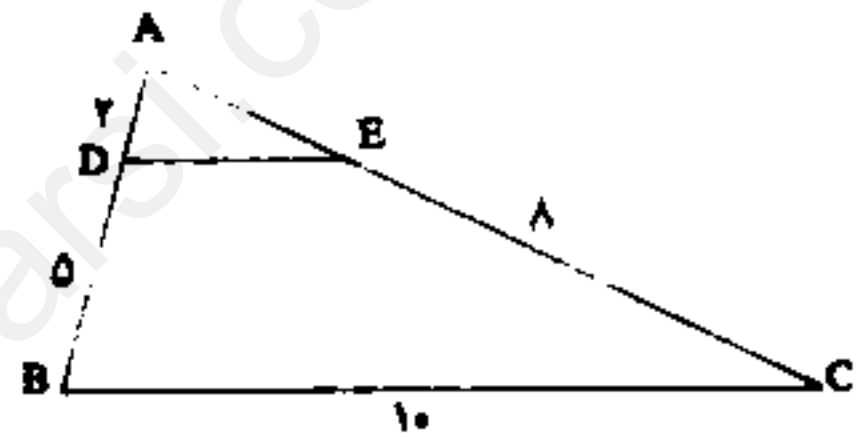
۲۷. در شکل مقابل اندازه‌های مجهول را حساب کنید.

۲۸. پاره خطی به طول ۹ سانتیمتر رسم کنید و آن را به دو قسمت چنان تقسیم کنید که یکی از قسمت‌ها ۳ برابر دیگری باشد.



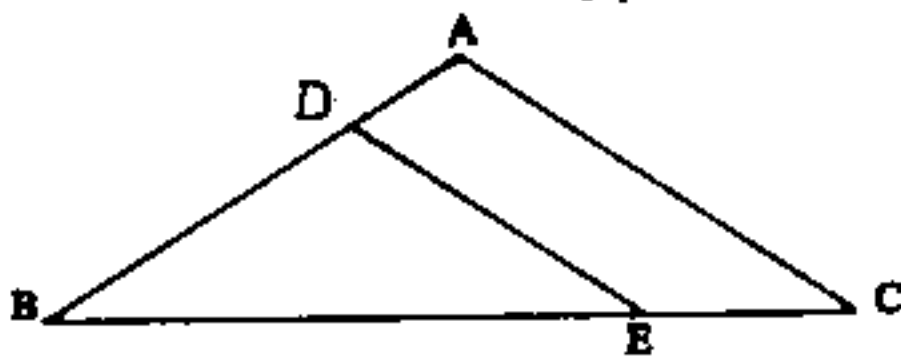
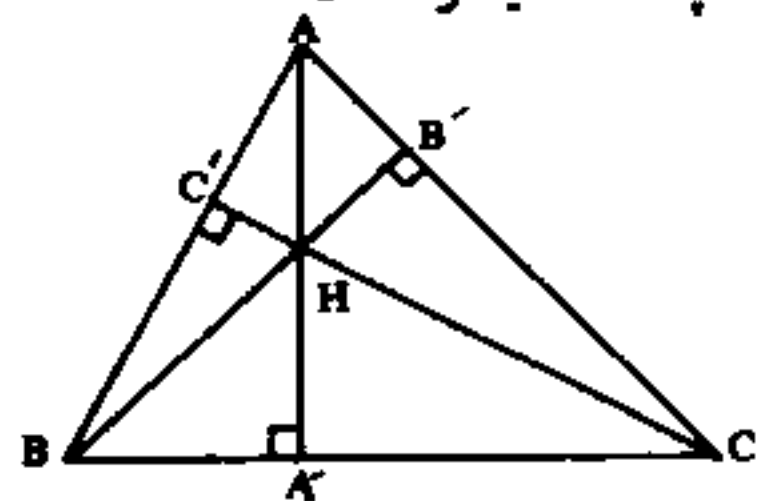
۲۹. در شکل مقابل چرا  $MN$  موازی با  $AB$  است؟

۳۰. در شکل مقابل  $DE \parallel BC$ ، اندازه‌های  $AE$  و  $DE$  را حساب کنید.



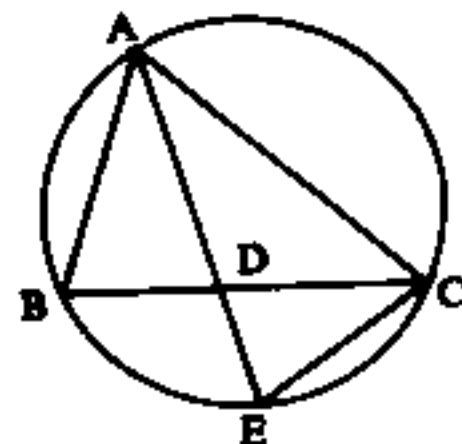
۳۱. اگر  $AB$  برابر ۶ سانتیمتر باشد اندازه‌های هر یک از پاره‌خطهایی که روی  $AB$  جدا شده است چند سانتیمتر است؟

۳۲. در شکل مقابل  $AA'$ ،  $BB'$  و  $CC'$  ارتفاعات مثلث  $ABC$  هستند. مثلث  $ABH$  با کدام مثلث متشابه است؟ چرا؟

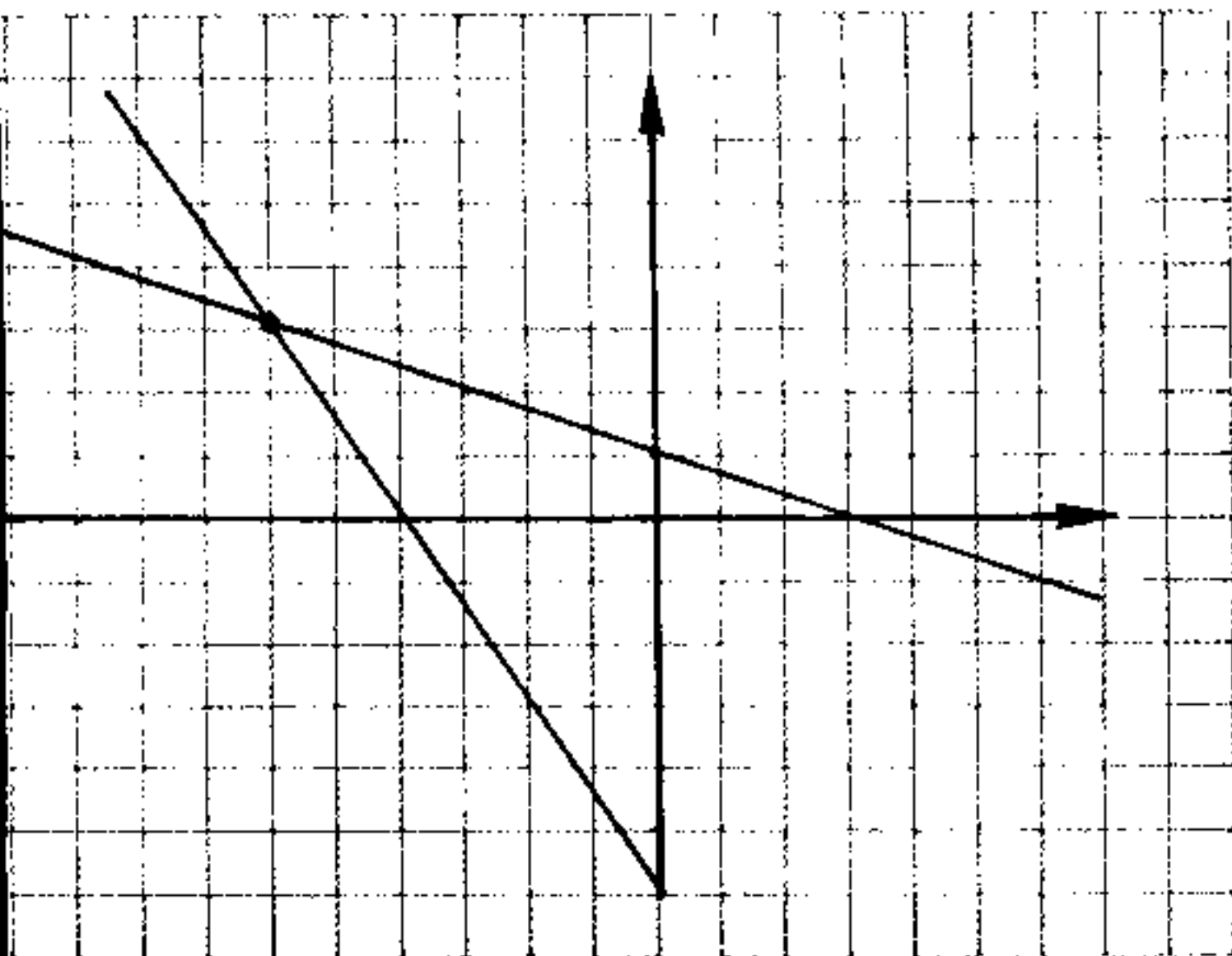


۳۳. در شکل مقابل  $DE \parallel AC$  چرا دو مثلث  $ABC$  و  $DBE$  متشابهند؟ نسبت اضلاع متناظر آنها را بنویسید.

۳۴.  $AE$  نیمی از زاویه  $A$  است، چرا دو مثلث  $ABD$  و  $AEC$  متشابهند؟ تناسب بین اضلاع متناظر آنها را بنویسید.



## دستگاه معادله‌های خطی



$$\begin{cases} 3x + 2y = -12 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \quad (1) \quad \text{دو معادله خطی}$$

تشکیل یک دستگاه معادله‌های خطی می‌دهند. منظور از حل چنین دستگاهی، پیدا کردن مقادیری برای  $x$  و  $y$  است که بازای آنها، این معادله‌ها برقرار باشند. مثلاً بازای  $x = -6$  و  $y = 3$  هر دو معادله برقرارند.

$$\text{جواب دستگاه (1) است.} \quad \begin{cases} x = -6 \\ y = 3 \end{cases}$$

برای حل دستگاهی مانند (1)، کفایت طرفین یکی از معادله‌ها یا هر دو را در اعدادی ضرب کنیم که ضرایب یکی از متغیرهای  $x$  و  $y$  در دو معادله قرینه شود.

$$\begin{cases} 3x + 2y = -12 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} -3x - 2y = 12 \\ 3x + 9y = 9 \end{cases}$$

طرفین دو معادله جدید را با هم جمع می‌کنیم  $-3x$  با  $3x$  حذف می‌شود و پس از خلاصه کردن، خواهیم داشت

$$7y = 21 \quad \Rightarrow \quad y = 3$$

با جایگزینی  $y$  در یکی از دو معادله، مثلاً معادله دوم از دستگاه (1)، داریم

$$x + 9 = 3 \quad \Rightarrow \quad x = -6$$

هر یک از معادله‌های بالا، معادله یک خط است.  $x = -6$  و  $y = 3$  در واقع طول و عرض نقطه تقاطع این دو خط است. از این نظرگاهی جواب دستگاه (1) را به صورت  $\begin{bmatrix} -6 \\ 3 \end{bmatrix}$  نیز می‌نویسیم.

اکنون دستگاه زیر را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 3x + 7y = 5 \end{cases}$$

حل: طرفین معادله اول را در ۳ و طرفین معادله دوم را در (-۲) ضرب می‌کنیم.

$$\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 3x + 7y = 5 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 6x + 15y = 12 \\ -6x - 14y = -10 \end{cases}$$

$$\hline y = 2$$

$$2x + 5 \times 2 = 4 \quad , \quad 2x = -6 \quad , \quad x = -3$$

بنابراین  $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$  جواب دستگاه است.

کاردرکلاس

۱. دستگاه‌های زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} -2x - 7y = 1 \\ 3x + 10y = 2 \end{cases} \quad \text{ب.} \quad \begin{cases} 3x + 8y = 2 \\ 5x - 2y = -12 \end{cases} \quad \text{آ.}$$

$$\begin{cases} 4x - y = 7 \\ -3x + 2y = 11 \end{cases} \quad \text{د.} \quad \begin{cases} 7x + 9y = -10 \\ x - 5y = 8 \end{cases} \quad \text{ج.}$$

۲. ابتدا، از طریق حل دستگاه، محل تقاطع هر جفت از خطهای زیر را پیدا کنید.

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x - y = 6 \end{cases} \quad \text{ب.} \quad \begin{cases} -3x + y = 5 \\ 2x + y = -10 \end{cases} \quad \text{آ.}$$

سپس، خطهای مربوطه را رسم کنید و مختصات نقطه تقاطع را بدست آورید. نتیجه را با قسمت قبل مقایسه کنید.

### حل بعضی از مسأله‌های حساب به کمک دستگاه معادلات

حسن و رضا به فروشگاه تعاونی مدرسه رفتند و تعدادی دفتر و مداد خریدند.

حسن ۵ دفتر و ۳ مداد خرید و ۳۱۰ تومان پول داد.

رضا ۲ دفتر و ۱ مداد خرید و ۱۲۰ تومان پول داد.

قیمت هریک از دفتر و مداد چند تومان است؟

قیمت یک دفتر را  $x$  تومان و قیمت یک مداد را  $y$  تومان می‌گیریم، بنابراین

$$\begin{cases} 5x + 3y = 310 \\ 2x + y = 120 \end{cases}$$

با توجه به خرید حسن،  
و با توجه به خرید رضا،

این دستگاه معادله‌ها را حل می‌کنیم. جواب  $x = 50$  و  $y = 20$  بدست می‌آید. پس قیمت هر دفتر ۵۰ تومان و قیمت هر مداد ۲۰ تومان است.



کاردرکلاس

۱. علی تعدادی گلوله چوبی کوچک و بزرگ دارد. وزن ۴ گلوله کوچک و ۴ گلوله بزرگ ۶۰۰ گرم است. وزن ۵ گلوله کوچک و ۲ گلوله بزرگ ۴۲۰ گرم است. وزن هر گلوله را حساب کنید.



۲. سن خواهر مریم ۳ برابر سن او است، و اختلاف سن آنها ۱۲ سال است. سن هریک را تعیین کنید.

سن مریم را  $x$  و سن خواهرش را  $y$  بگیرید. با توجه به صورت مسأله دو معادله بنویسید و دستگاه حاصل را حل کنید.

۳. احمد یک روز ۱۲ صندلی و ۵ میز تحریر را رنگ کرد و ۲۶۰۰ گرم رنگ مصرف شد. روز دیگر ۶ صندلی و ۴ میز از همان نوع را رنگ کرد و ۱۵۴۰ گرم رنگ مصرف شد. مقدار رنگ مصرفی برای هر صندلی و هر میز چند گرم است؟

مقدار رنگ مصرفی را برای یک صندلی  $x$  و برای یک میز را  $y$  بگیرید و دو معادله بنویسید.



## تمرین

۱. دستگاههای زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ -7x + 5y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 9y = 5 \\ -3x + 7y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{5}x - \frac{1}{5}y = 3 \\ \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{5}x + y = 12 \\ \frac{3}{5}x + 4y = 13 \end{cases}$$

۲. ابتدا از طریق حل دستگاهها، مختصات تقاطع هر جفت از خطهای زیر را بدست آورید. سپس خطها را رسم کنید و مختصات بدست آمده را با شکل مقایسه کنید.

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 4y = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ x + y = -6 \end{cases}$$



۳. دو پیمانه کوچک و بزرگ داریم که گنجایش آنها را نمی‌دانیم. ۲ پیمانه کوچک و ۳ پیمانه

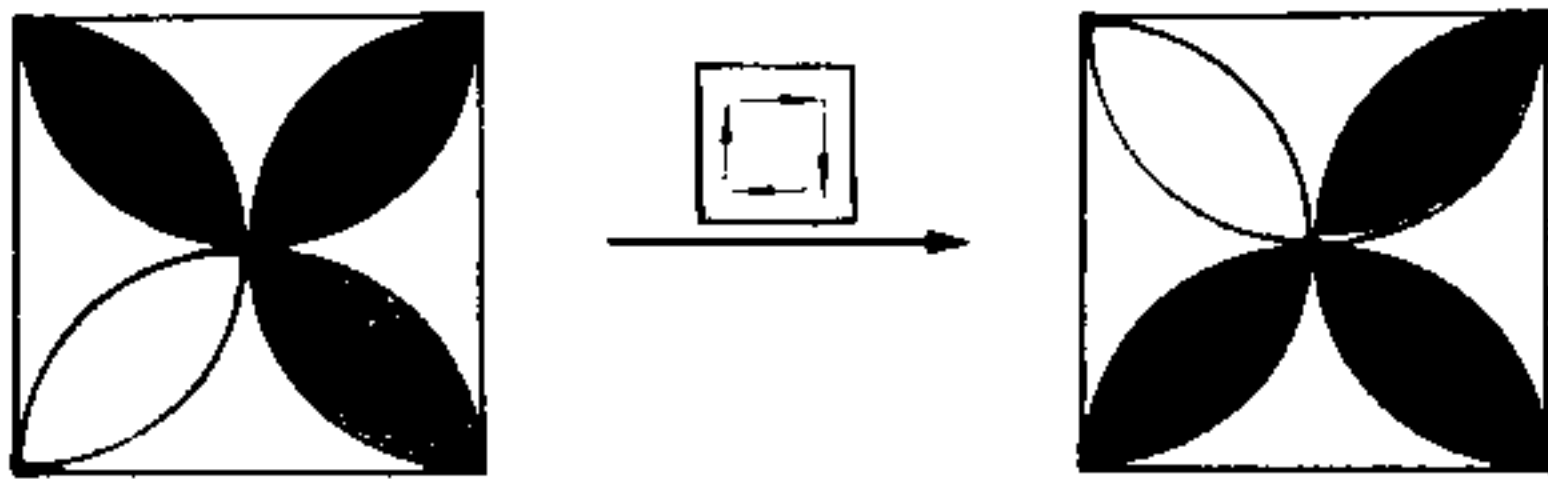
بزرگ یک ظرف ۲۱ لیتری را پر می‌کنند. ۶ پیمانه کوچک و ۵ پیمانه بزرگ یک ظرف ۴۳ لیتری را پر می‌کنند. گنجایش هریک از پیمانه‌ها چند لیتر است؟

۴. لاله به دوستش گفت که سن پدرش هنگام تولد او ۲۴ سال بوده است، (اختلاف سن آنها ۲۴ است) و حالا سن پدرش ۳ برابر سن او است. لاله حالا چند سال دارد؟

۵. محیط یک مستطیل ۷۴ سانتیمتر است و طول مستطیل ۱۵ سانتیمتر از عرض آن بیشتر است. طول و عرض مستطیل را حساب کنید.

۶. یک بافنده یزدی اگر روزی ۴ ساعت کار کند در ۶ روز یک جاجیم را می‌بافد. روزی چند ساعت باید کار کند تا همان جاجیم را ۸ روزه ببافد؟

۷. دو نوع ساچمه (گلوله فلزی) داریم. وزن ۵ ساچمه بزرگ و ۷ ساچمه کوچک ۸۹ گرم است. وزن یک ساچمه بزرگ و ۶ ساچمه کوچک ۵۰ گرم است. وزن هر ساچمه چند گرم است؟

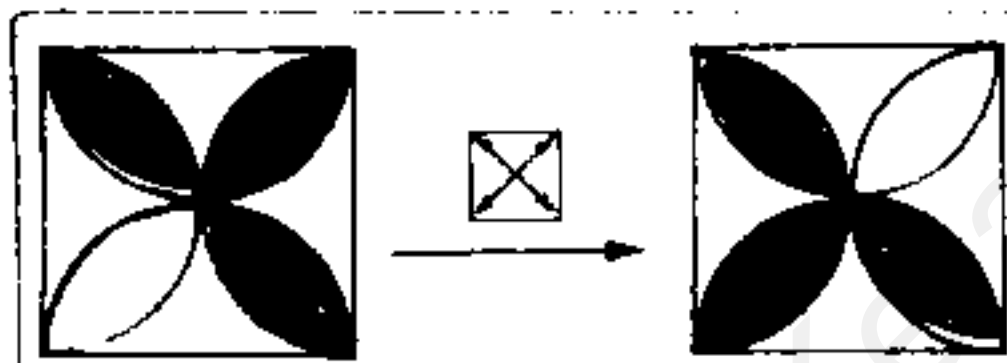


## دوران

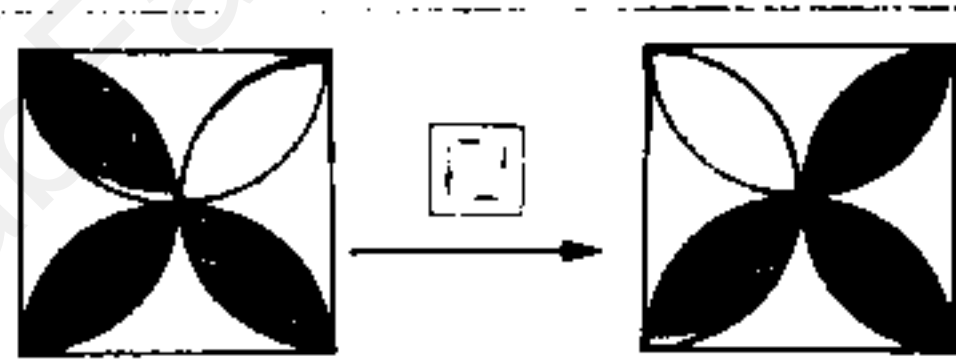
به شکل‌های بالا توجه کنید. اگر شکل سمت چپ در جهت حرکت عقربه‌های ساعت (ساعت‌وار) حول مرکز مربع به اندازه  $90^\circ$  دوران کند، شکل سمت راست بدست می‌آید.

نماد  این دوران را نشان می‌دهد.

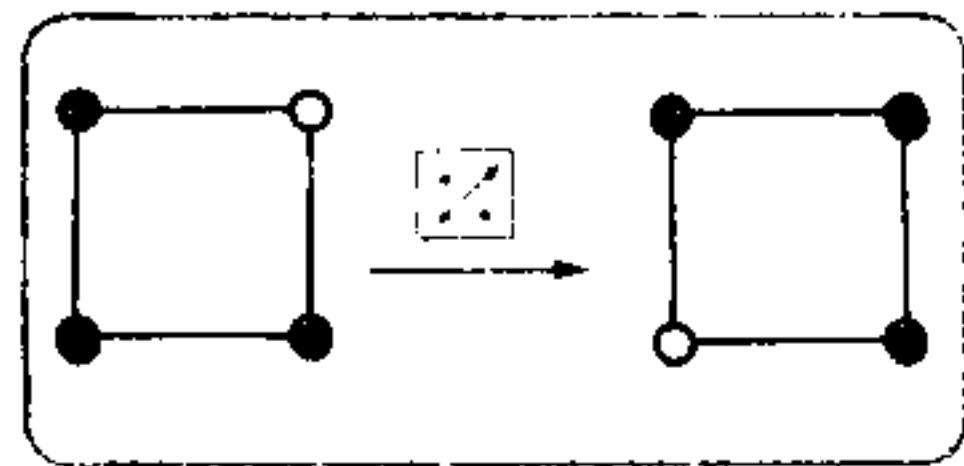
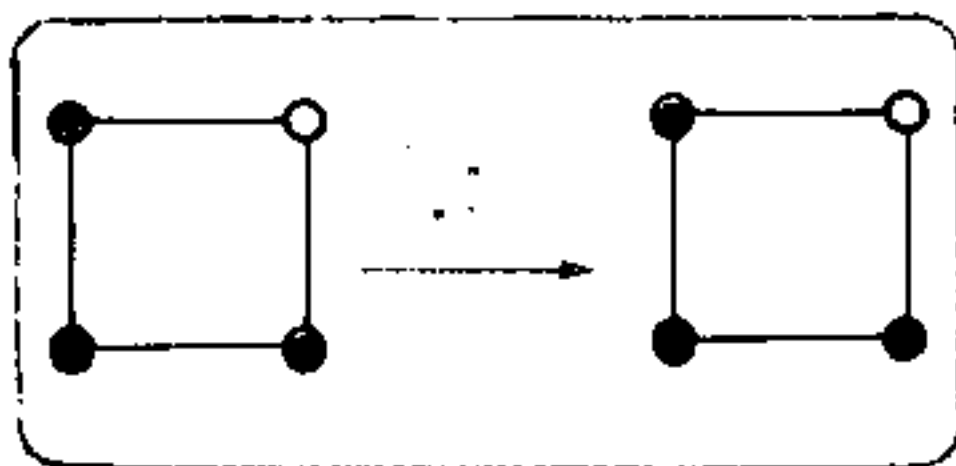
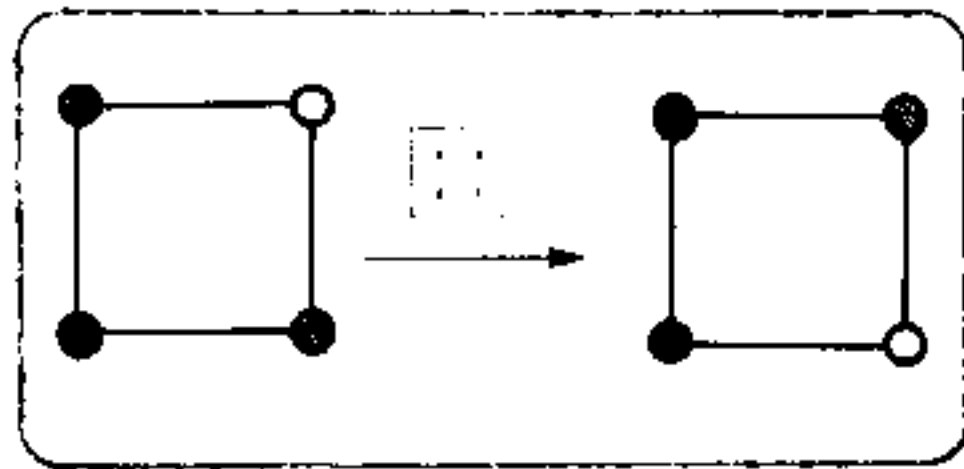
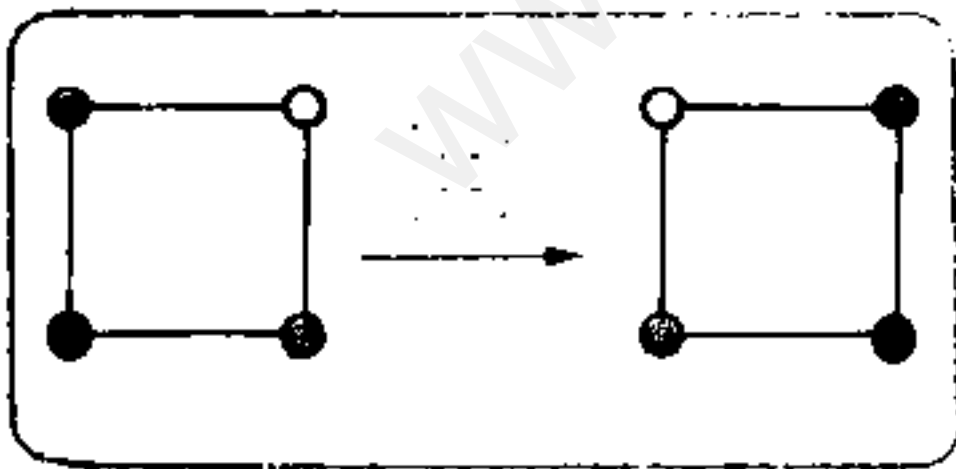
در هر یک از شکل‌های زیر، به دوران داده شده توجه کنید.



دوران  $180^\circ$  درجه مرکزی



دوران  $90^\circ$  درجه مرکزی غیرساعت‌وار





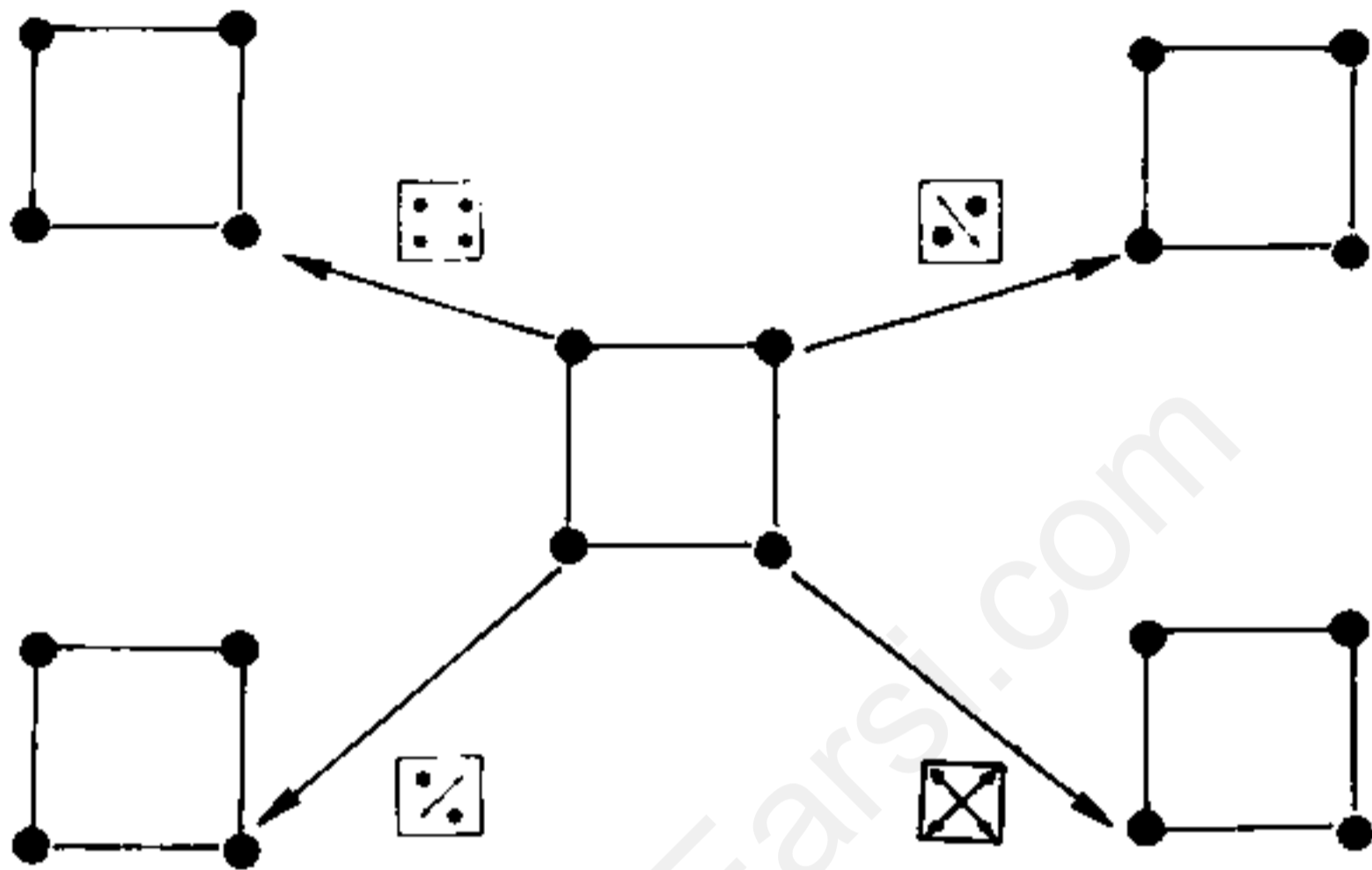
کاردر کلاس

با توجه به شکل‌های سمت چپ، شکل‌های سمت راست را رنگ کنید.


در صفحه قبل ملاحظه کردید که هر کدام از نمادهای زیر یک دوران را نشان می‌دهد.



اکنون به شکل زیر توجه کنید.

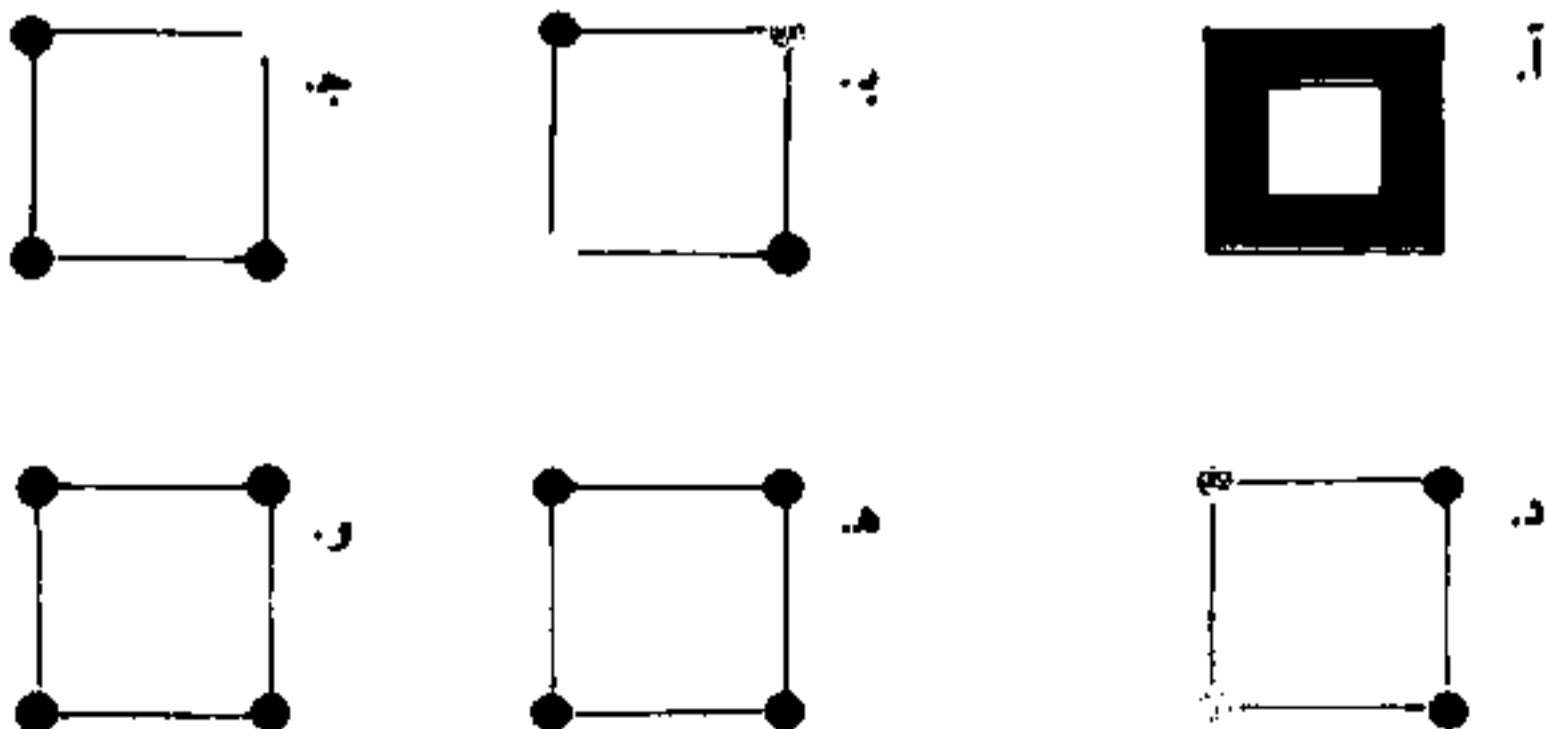


وسط صفحه با هر یک از دورانهای  $\begin{matrix} \square & \square & \square & \square \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$ ،  $\begin{matrix} \square \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$  و  $\begin{matrix} \square \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}$  ظاهراً تغییر نمی‌کند. این دورانها وضعیت شکل و رنگهای آن را حفظ می‌کنند.

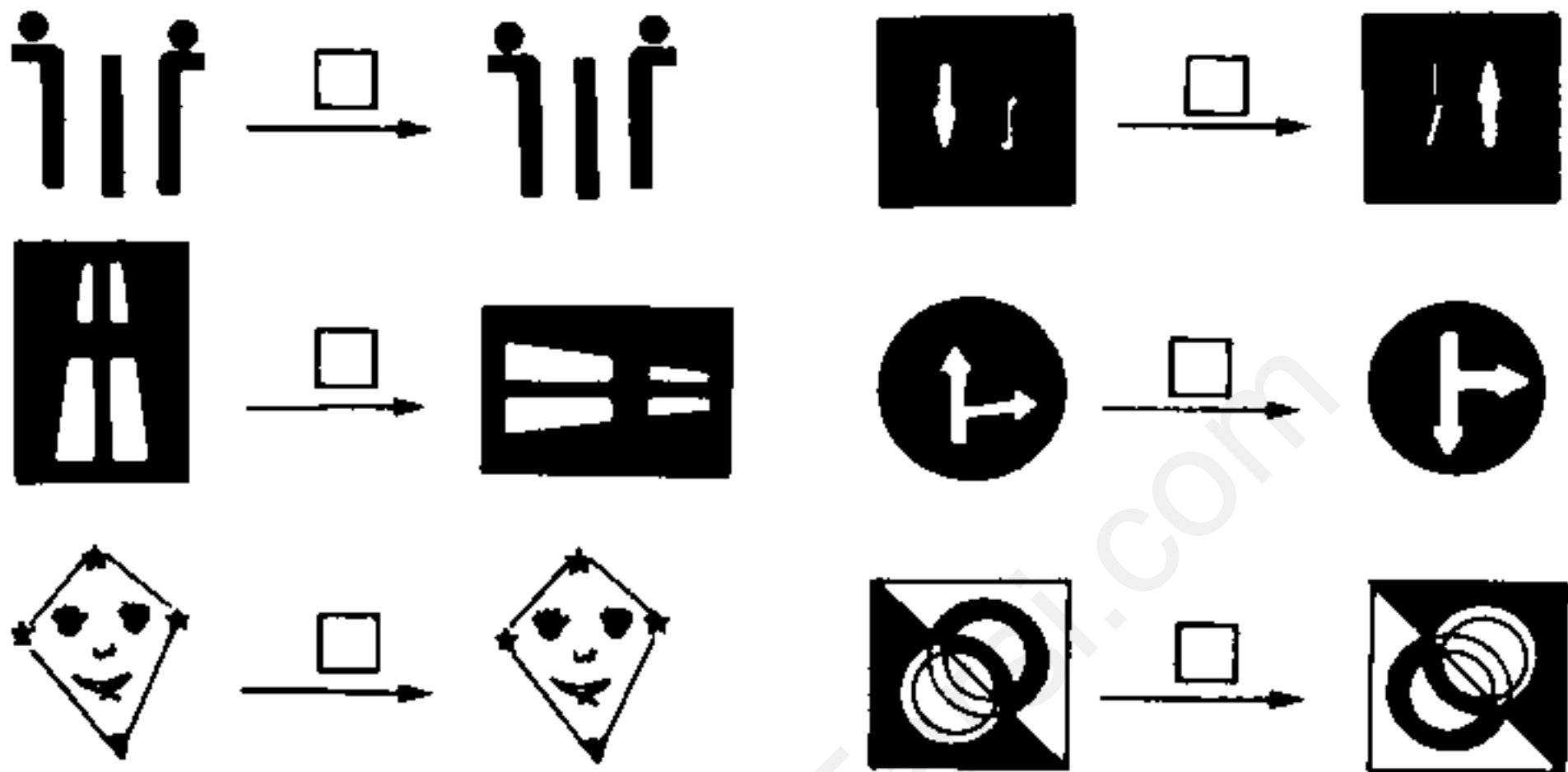
مجموعه  $\left\{ \begin{matrix} \square & \square & \square & \square \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}, \begin{matrix} \square \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}, \begin{matrix} \square \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix}, \begin{matrix} \square \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \right\}$  را مجموعه دورانهای این شکل می‌نامیم.

### تمرین

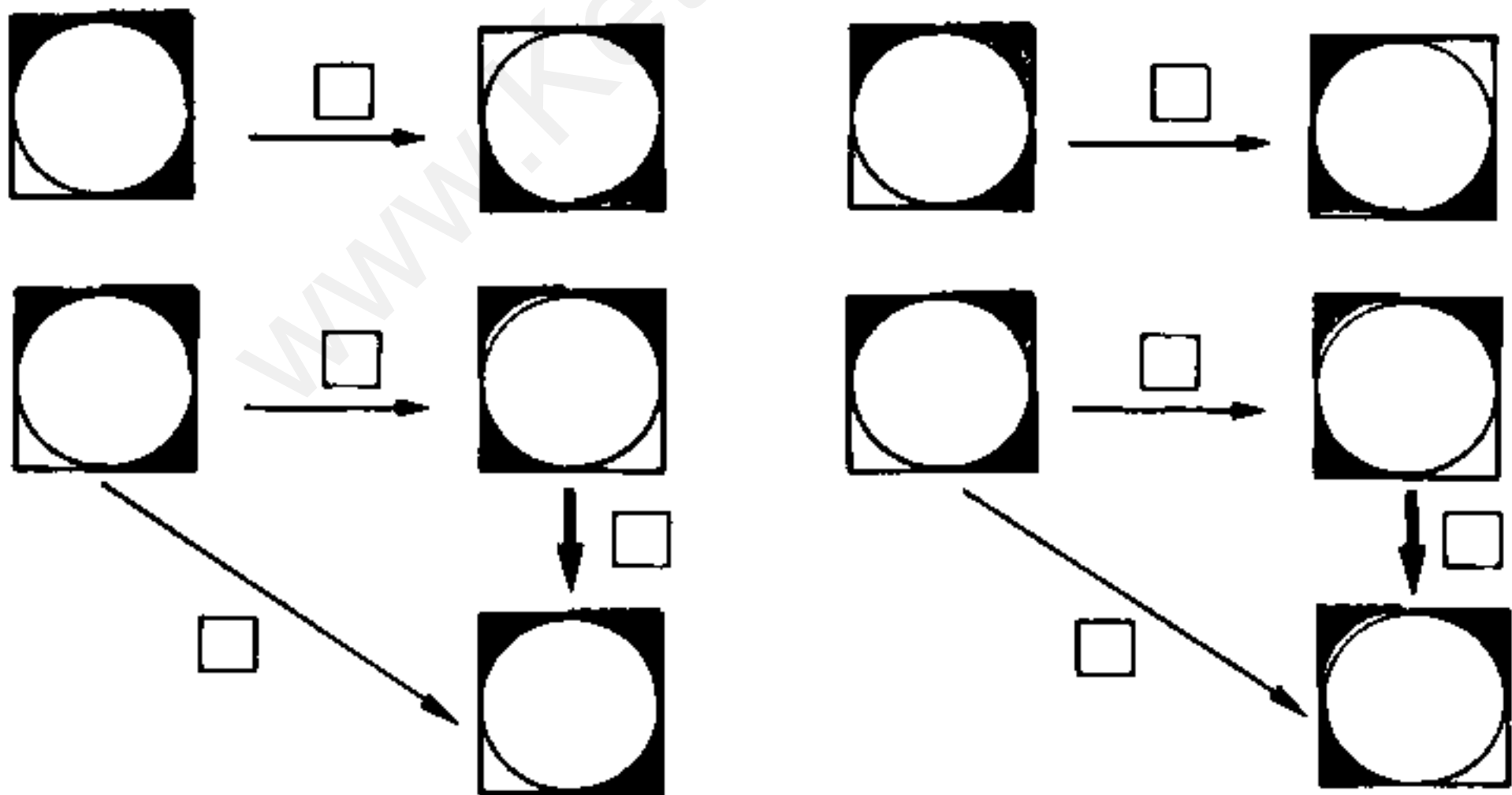
۱. در مورد هر یک از شکلهای زیر، مجموعه دورانهای شکل را مشخص کنید.



۲. در هر یک از حالت‌های زیر، با رسم نماد مناسب نوع دوران را مشخص کنید.



۳. در هر مورد، نوع دوران را مشخص کنید.



# آمار

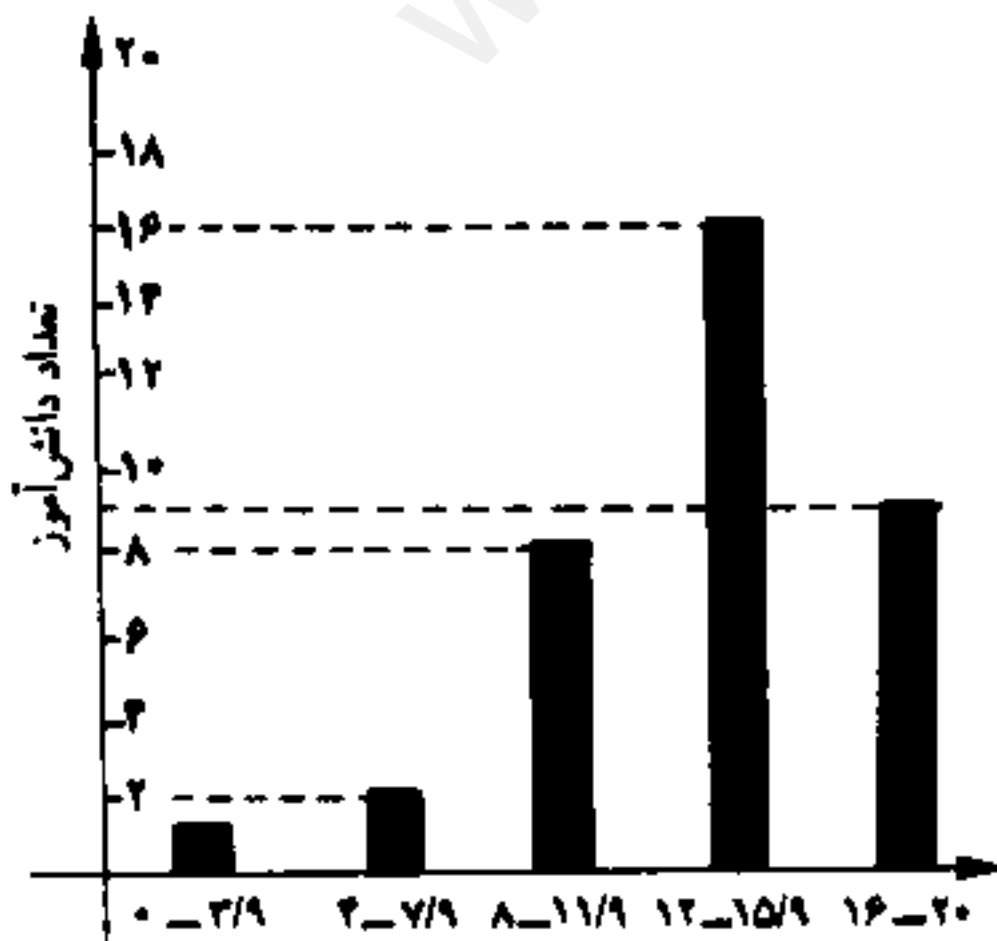
نمرات درس ریاضی کلاس سوم الف یک مدرسه راهنمایی در امتحان ماهانه به صورت زیر است:

۱۲/۵   ۱۳   ۱۲   ۱۳/۵   ۱۴   ۱۱   ۱۳   ۹   ۸   ۱۵   ۱۴   ۱۹  
 ۱۵   ۱۴   ۱۰/۵   ۱۱/۵   ۱۵   ۱۸   ۱۷   ۱۴   ۱۶   ۱۸   ۱۵   ۹/۵  
 ۶   ۱۲/۵   ۲۰   ۱۸/۵   ۱۷   ۱۵/۵   ۱۶/۵   ۱۱   ۸/۵   ۷   ۳   ۱۳

خیلی بد	۰ تا ۳/۹
بد	۴ تا ۷/۹
ضعیف	۸ تا ۱۱/۹
خوب	۱۲ تا ۱۵/۹
خیلی خوب	۱۶ تا ۲۰

ابتدا نمرات را به ترتیب از بیشترین نمره تا کمترین نمره مرتب می‌کنیم. سپس برای بررسی وضع کلاس، نمرات را به ۵ دسته تقسیم می‌کنیم.

اکنون جدول داده‌ها را برای نمرات کلاس تهیه می‌کنیم. برای این کار، نمرات را یکی یکی می‌خوانیم و برای هر نمره در قسمت مربوطه یک خط می‌کشیم. خطها را در دسته‌های پنج‌تایی می‌کشیم تا شمردن آنها راحت باشد. نمودار ستونی نمرات کلاس را در سمت چپ ملاحظه کنید.



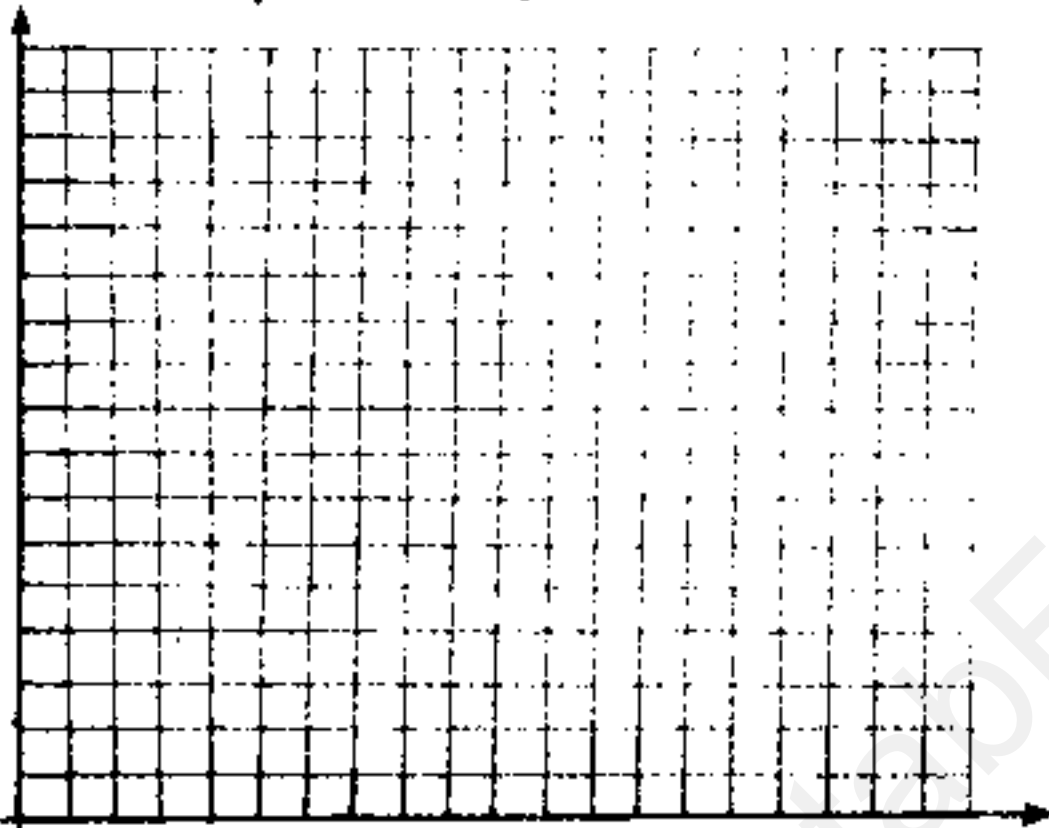
دسته‌ها	خط نشان	فراوانی هر دسته
۰ تا ۳/۹	/	۱
۴ تا ۷/۹	//	۲
۸ تا ۱۱/۹	###	۸
۱۲ تا ۱۵/۹	#### ### ##	۱۶
۱۶ تا ۲۰	####	۹
جمع کل		۳۶



نمرات ریاضی کلاس سوم ب از همان مدرسه راهنمایی به صورت زیر است.

۱۵	۱۴	۸	۷	۳	۲	۳/۵	۱۸	۱۶	۱۵
۵	۱۴	۱۳/۵	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۴	۱۶	۲۰	۱۳
۱۱	۱۰	۸	۹	۱۷	۱	۱۶/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۵
۱۴	۱۳	۱۹	۱۴/۵	۱۷/۵	۱۱	۱۰	۱۲		

جدول داده‌ها را برای نمرات این کلاس تهیه کنید و نمودار ستونی آن را رسم کنید.



دسته‌ها	خط نشان	فراوانی
۰ تا ۳/۹		
۴ تا ۷/۹		
۸ تا ۱۱/۹		
۱۲ تا ۱۵/۹		
۱۶ تا ۲۰		
جمع کل	—	

### تمرین

۱. قد دانش آموزان یک کلاس برحسب سانتیمتر به صورت زیر داده شده است. جدول داده‌ها و

نمودار ستونی آن را تهیه کنید.

۱۳۵	۱۳۸	۱۲۲	۱۳۶/۵	۱۳۵/۲	۱۳۰/۸	۱۲۸	۱۳۴/۵	۱۳۲	۱۳۵
۱۲۹/۵	۱۳۰/۵	۱۲۵/۶	۱۲۴/۵	۱۳۱/۳	۱۲۸/۵	۱۳۱/۵	۱۲۹/۵	۱۲۸	۱۳۲/۴
۱۳۴	۱۳۰/۵	۱۲۷/۲	۱۳۲/۷	۱۳۶/۵	۱۳۷/۲	۱۳۱	۱۳۰/۵	۱۲۳	۱۲۷
۱۲۴	۱۲۶	۱۳۳/۵	۱۳۴	۱۳۲/۶	۱۲۹/۵	۱۳۸	۱۳۷		

دسته‌ها را (۱۲۲ تا ۱۲۵/۹)؛ ...، (۱۳۴ تا ۱۳۸) بگیرید.

۲. از ۳۵ دانش آموز مدرسه‌تان ماه تولدشان را بپرسید و یادداشت کنید. سپس جدول داده‌ها و

نمودار ستونی اطلاعات بدست آمده را تهیه کنید.

## میانگین

نمرات زهره و نرگس در امتحانهای ماهانه ریاضی در سال گذشته به صورت زیر است:

زهره:  $17/5$  و  $12$  و  $16$  و  $10$  و  $17$  و  $12/5$  و  $13$  و  $14$

نرگس:  $18/5$  و  $13$  و  $14$  و  $13/5$  و  $13$  و  $17/5$  و  $11/5$  و  $19$

شما فکر می کنید نمرات کدام یک بهتر است؟

یک راه مقایسه، محاسبه میانگین نمرات است. برای محاسبه میانگین، نمرات هر یک را جمع می کنیم و به تعداد درسها تقسیم می کنیم.

$$\text{میانگین نمرات زهره} = \frac{112}{8} = 14$$

$$\text{میانگین نمرات نرگس} = \frac{120}{8} = 15$$

بنابراین، به نظر می رسد که کلاً نرگس نمرات بهتری گرفته است.



کلاس در کلاس

۱. محصول پنبه دو مزرعه در ۵ سال گذشته به صورت زیر بوده است (اعداد بر حسب تن هستند).

مزرعه اول ۸ و ۲۰ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۲

مزرعه دوم ۱۳ و ۷ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۱

میانگین محصول پنبه هر مزرعه را در ۵ سال گذشته حساب کنید.

کدام مزرعه به طور متوسط تولید بیشتری دارد؟

۲. محصول شیر دو دامداری در ۶ ماه سال گذشته به صورت زیر بوده است. (اعداد بر حسب تن هستند)

دامداری اول ۱۴ و  $23/2$  و  $12/5$  و  $12/7$  و  $16$  و  $18$

دامداری دوم  $16/5$  و  $14$  و  $8/6$  و  $18/2$  و  $22$  و  $20$

میانگین محصول شیر این دو دامداری را حساب کنید.



برای مقایسه نمرات دو کلاس سوم الف و ب که در صفحات قبل بیان شد، باید میانگین نمرات آنها را حساب کنیم. اما محاسبه میانگین نمرات یک کلاس، به صورتی که در صفحه قبل دیدیم مشکل است. اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد، محاسبه میانگین به روشی دیگر انجام می‌شود که آن را توضیح می‌دهیم.

کلاس الف را در نظر می‌گیریم و دسته‌ای از دانش‌آموزان را که نمراتشان بین ۸ تا

۱۱/۹ است. در این دسته ۸ نفر هستند و اگر متوسط نمرات این دسته را تقریباً ۱۰ بگیریم و فرض کنیم تمام افراد این دسته ۱۰ گرفته باشند، مجموع نمرات آنها تقریباً ۸۰ می‌شود. به همین ترتیب در مورد سایر دسته‌ها عمل می‌کنیم.

با این روش، ابتدا متوسط تقریبی نمرات هر دسته را حساب می‌کنیم و در یک ستون می‌نویسیم. سپس متوسط نمرات هر دسته را در فراوانی آن دسته ضرب می‌کنیم و حاصلجمع اعداد بدست آمده را حساب می‌کنیم. میانگین کل نمرات از تقسیم حاصلجمع بر تعداد دانش‌آموزان بدست می‌آید. (نماد  $\approx$  را بخوانید تقریباً مساوی)

دسته‌ها	خط نشان	متوسط دسته‌ها	فراوانی	فراوانی $\times$ متوسط
۳/۹ تا ۵	I	$\frac{۵+۳/۹}{۲} \approx ۲$	۱	۲
۷/۹ تا ۲	II	$\frac{۲+۷/۹}{۲} \approx ۶$	۲	۱۲
۱۱/۹ تا ۸	III III	$\frac{۸+۱۱/۹}{۲} \approx ۱۰$	۸	۸۰
۱۵/۹ تا ۱۲	III III III I	$\frac{۱۲+۱۵/۹}{۲} \approx ۱۴$	۱۶	۲۲۴
۲۰ تا ۱۶	III IIII	$\frac{۱۶+۲۰}{۲} = ۱۸$	۹	۱۶۲
جمع کل	—————	—————	۳۶	۲۸۰

$$\text{میانگین کلاس الف} = \frac{۲۸۰}{۳۶} = ۱۳/۳$$



## کاردر کلاس

دسته‌ها	خط نشان	متوسط دسته‌ها	فراوانی	فراوانی * متوسط
۰ تا ۳/۹				
۴ تا ۷/۹				
۸ تا ۱۱/۹				
۱۲ تا ۱۵/۹				
۱۶ تا ۲۰				
جمع کل				

جدول سمت چپ را برای کلاس ب از کاردر کلاس سه صفحه قبل کامل کنید و میانگین نمرات دانش‌آموزان کلاس را حساب کنید. نمرات این کلاس بهتر است یا کلاس الف؟

= میانگین کلاس ب

## تمرین

۱. میانگین قد دانش‌آموزان، از تمرین ۱ سه صفحه قبل، را حساب کنید.
۲. یک کارخانه دو کارگاه تهیه لامپ دارد. برای مقایسه کار دو کارگاه، از هر کدام ۳۰ لامپ به تصادف انتخاب شده است و طول عمر لامپها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده است. نتیجه اندازه‌گیری به صورت زیر است.

## کارگاه اول

۱۷۱	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۸	۱۶۳	۱۷۲	۱۶۸	۱۵۷	۱۵۲	۱۵۷
۱۶۱	۱۶۳	۱۶۵	۱۵۹	۱۵۶	۱۵۶	۱۶۵	۱۵۸	۱۶۹	۱۵۳
۱۷۰	۱۶۹	۱۶۷	۱۵۸	۱۵۳	۱۵۱	۱۵۹	۱۶۷	۱۶۸	۱۶۳

## کارگاه دوم

۱۶۳	۱۷۲	۱۷۱	۱۶۹	۱۶۸	۱۶۵	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۸	۱۶۰
۱۶۰	۱۶۱	۱۶۸	۱۶۳	۱۶۵	۱۵۹	۱۵۱	۱۵۶	۱۶۸	۱۶۱
۱۵۳	۱۵۸	۱۵۲	۱۶۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۹	۱۵۲

دسته‌ها را به صورت زیر انتخاب کنید. جدول داده‌ها را در هر دو مورد تهیه کنید و با محاسبه میانگین، دو کارگاه را با هم مقایسه کنید.

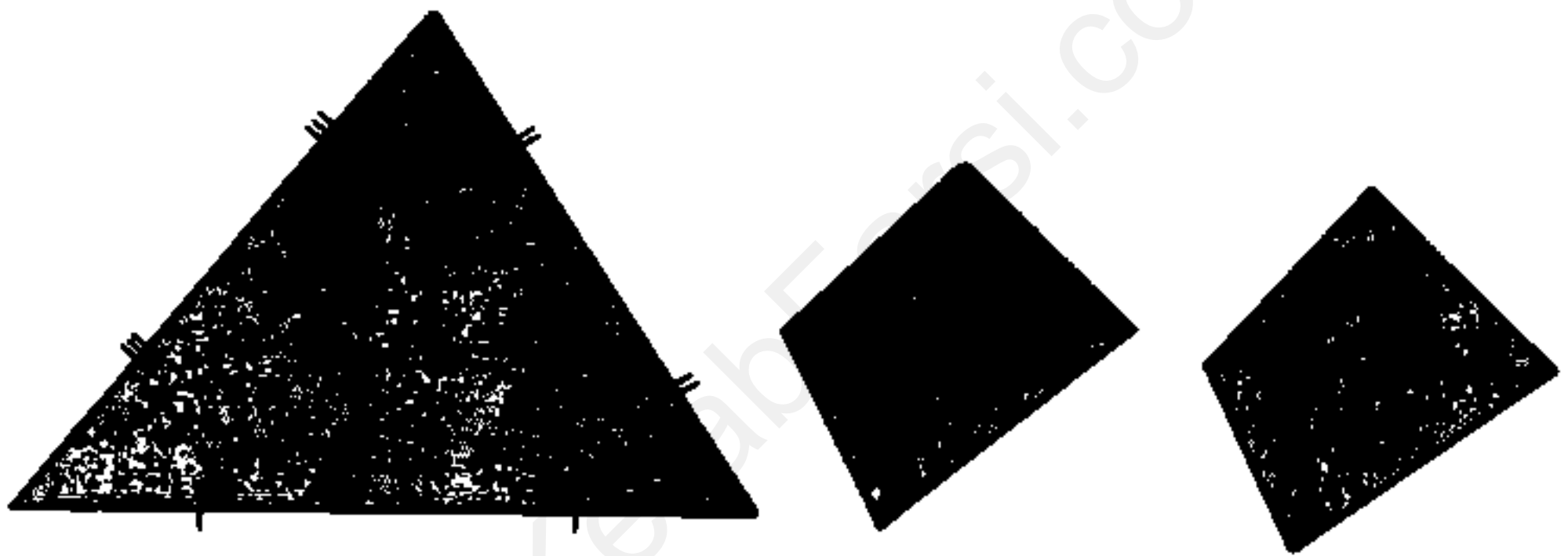
(۱۵۰ تا ۱۵۴/۹)، (۱۵۵ تا ۱۵۹/۹)، (۱۶۰ تا ۱۶۴/۹)، (۱۶۵ تا ۱۶۹/۹)، (۱۷۰ تا ۱۷۵)



هندسه ۳

هرم

شکلهای زیر چگونگی ساختن جسمی را نشان می دهند که هرم نامیده می شود.

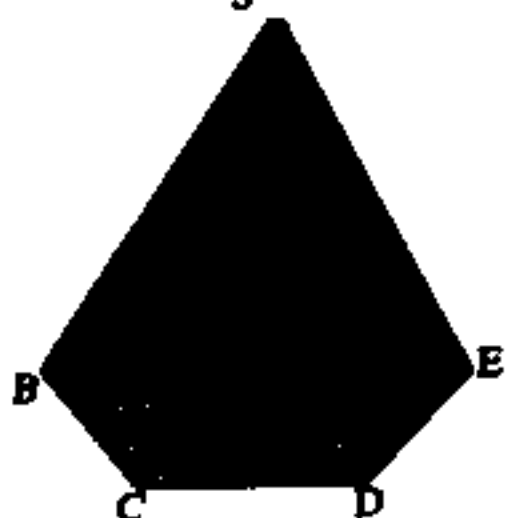


در شکلهای زیر انواع دیگری از هرمها نشان داده شده است.



همان طوری که مشاهده می کنید، یک هرم تشکیل می شود از یک چندضلعی که قاعده

هرم نامیده می شود و چند مثلث جانبی. در شکل مقابل چندضلعی  $ABCDE$  قاعده و نقطه  $S$  رأس هرم است. ارتفاع این هرم فاصله رأس  $S$  از قاعده آن است.





## حجم هرم

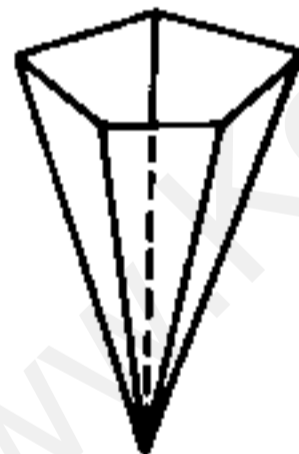
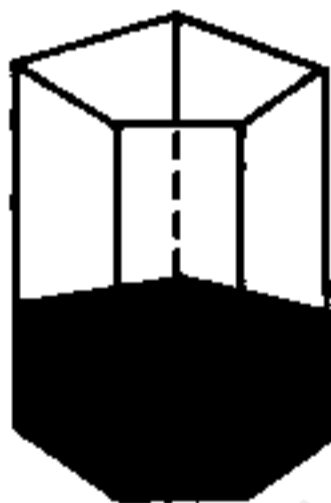
شکلهای بالا نشان می‌دهند که می‌توان با سه بُرش یک مکعب را به سه هرم مربع‌القاعده متساوی، تقسیم کرد. پس، حجم هر یک از این هرمها یک سوم حجم مکعب است. مشاهده می‌کنید که قاعده هر یک از سه هرم یکی از وجوها و ارتفاع آن یکی از یالهای مکعب است و می‌دانید که:

$$\text{طول یال} \times \text{مساحت یک وجه} = \text{حجم مکعب}$$

بنابراین:

$$\text{ارتفاع هرم} \times \text{مساحت قاعده هرم} = \frac{1}{3} \times \text{حجم مکعب} = \frac{1}{3} \times \text{حجم هر یک از هرمهای بالا}$$

با آزمایش زیر می‌توان نشان داد که این دستور برای هر نوع هرم درست است. دو ظرف به شکلهای منشور و هرم که قاعده و ارتفاع مساوی داشته باشند، انتخاب می‌کنیم. ظرف



به شکل هرم را از آب پُر می‌کنیم و در ظرف

به شکل منشور خالی می‌کنیم. مقدار آب،  $\frac{1}{3}$

گنجایش منشور می‌شود.

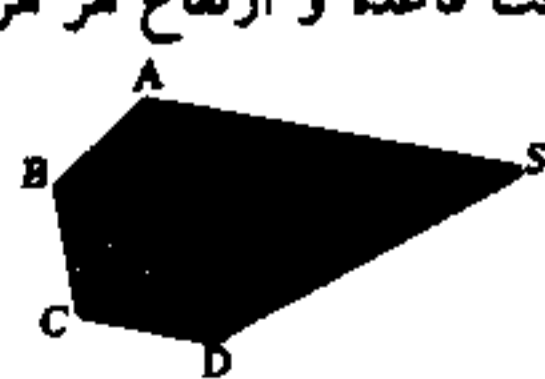
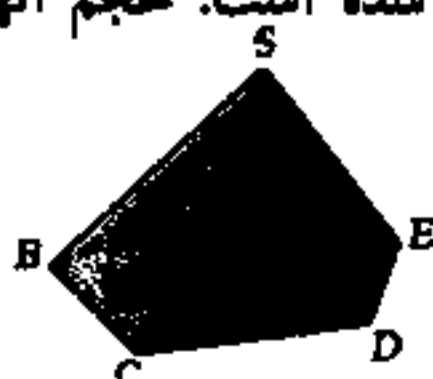
$$\text{حجم منشور} \times \frac{1}{3} = \text{حجم هرم}$$

$$\text{پس، ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \times \frac{1}{3} = \text{حجم هرم}$$

به طور کلی، حجم یک هرم برابر است با یک سوم حاصلضرب مساحت قاعده آن در ارتفاع آن.



مساحت قاعده و ارتفاع هر هرم داده شده است. حجم آنها را حساب کنید.

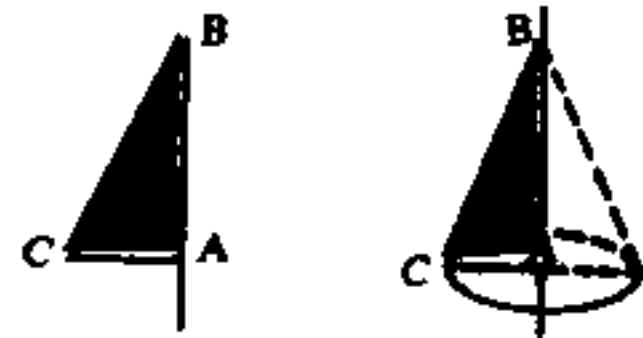


## مخروط

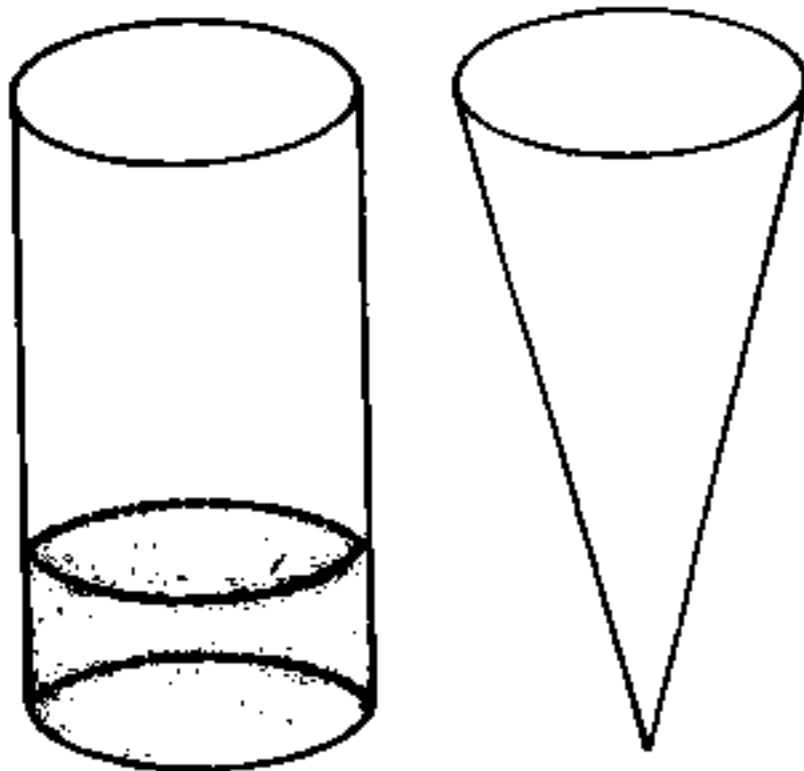


شکل مقابل چگونگی ساختن جسمی را نشان می‌دهد که مخروط نامیده می‌شود.

می‌توان تصور کرد که یک مخروط از دوران مثلثی قائم الزاویه، حول یک ضلع آن، پدید می‌آید.



دستور محاسبه حجم مخروط هم مانند حجم هرم است. درستی این مطلب را می‌توانیم با آزمایش روبرو تحقیق کنیم. دو ظرف به شکلهای استوانه و مخروط که قاعده و ارتفاع مساوی داشته باشند، انتخاب می‌کنیم ظرف به شکل مخروط را از آب پر می‌کنیم و در ظرف به شکل استوانه خالی می‌کنیم. مقدار آب،  $\frac{1}{3}$  گنجایش استوانه می‌شود.



حجم استوانه  $\times \frac{1}{3} =$  حجم مخروط

پس، ارتفاع  $\times$  مساحت قاعده  $\times \frac{1}{3} =$  حجم مخروط

به طور کلی، حجم یک مخروط برابر است با یک سوم حاصلضرب مساحت قاعده آن در ارتفاع آن.



کاردرکلاس

۱. شعاع قاعده و ارتفاع هر مخروط داده شده است. حجم هر یک را حساب کنید.



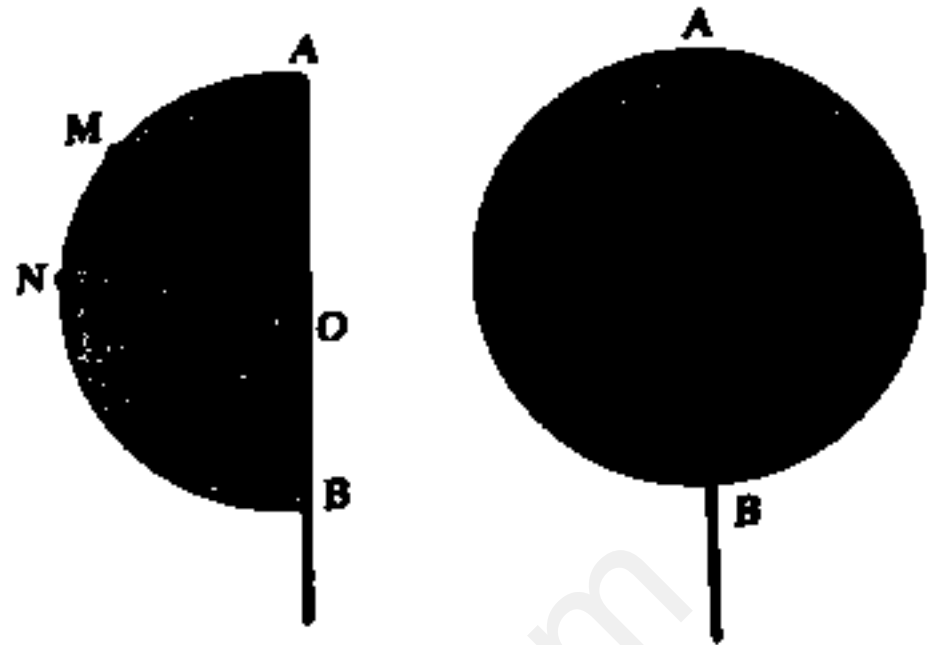
۲. یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۴ سانتیمتر است، یک بار حول ضلع ۳ سانتیمتری و یک بار حول ضلع ۴ سانتیمتری دوران داده شده است. حجم مخروط حاصل از هر دوران را حساب کنید.

## کره

توپ یک نمونه از اجسامی است که به شکل کره هستند.

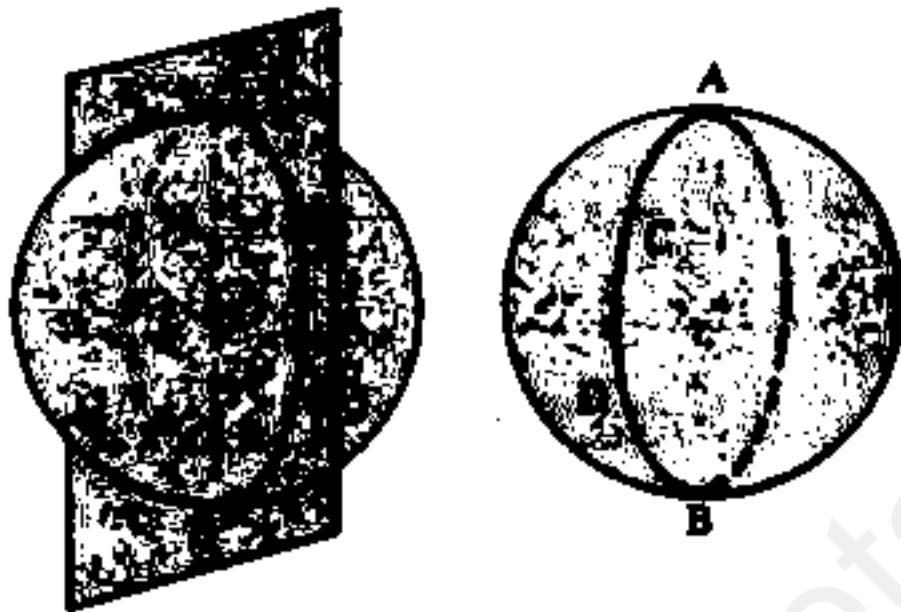


می‌توان تصور کرد که یک کره از دوران یک نیم‌دایره حول قطر آن پدید می‌آید. ملاحظه می‌کنید که در این دوران، هر نقطه نیم‌دایره، دایره‌ای پدید می‌آورد که مرکزش روی قطر  $AB$  (محور دوران) قرار دارد. هر یک از این دایره‌ها یک مدار نامیده می‌شود.



اگر کره را با صفحه‌ای که از محور دوران آن می‌گذرد، قطع کنیم، فصل مشترک دایره‌ای است که نصف‌النهار نامیده می‌شود.

در دبیرستان خواهید دید که مساحت کره و حجم آن از دستورهایی زیر بدست می‌آیند.

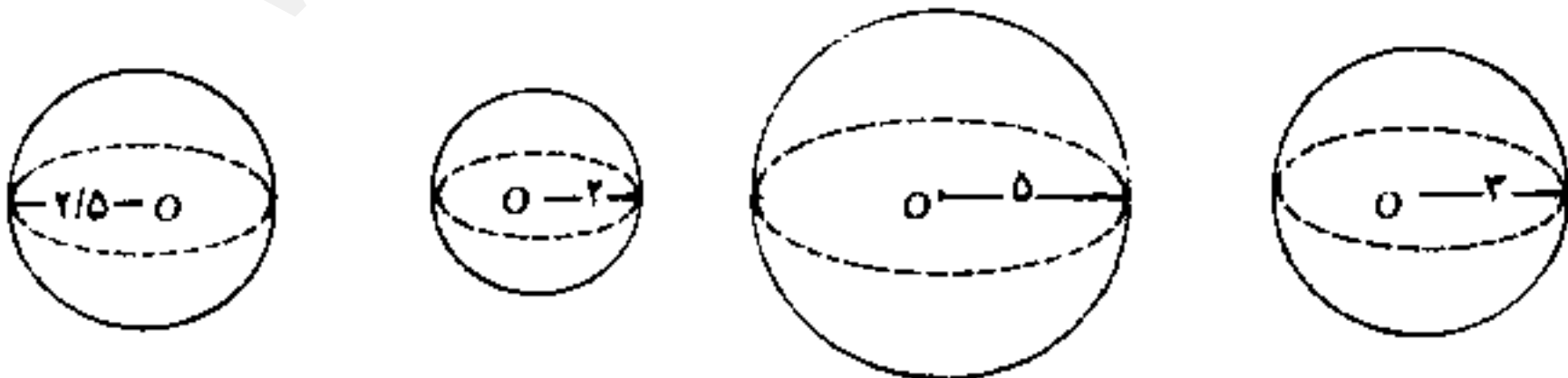


$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{مساحت کره} = 4\pi r^2$$



۱. حجم و مساحت هر یک از کره‌های زیر را حساب کنید.



۲. نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتیمتر حول قطر آن دوران داده شده است. حجم و مساحت کره حاصل را حساب کنید.

۳. دایره‌ای به قطر ۱۲ سانتیمتر حول قطر آن دوران داده شده است. حجم و مساحت کره حاصل را حساب کنید.