



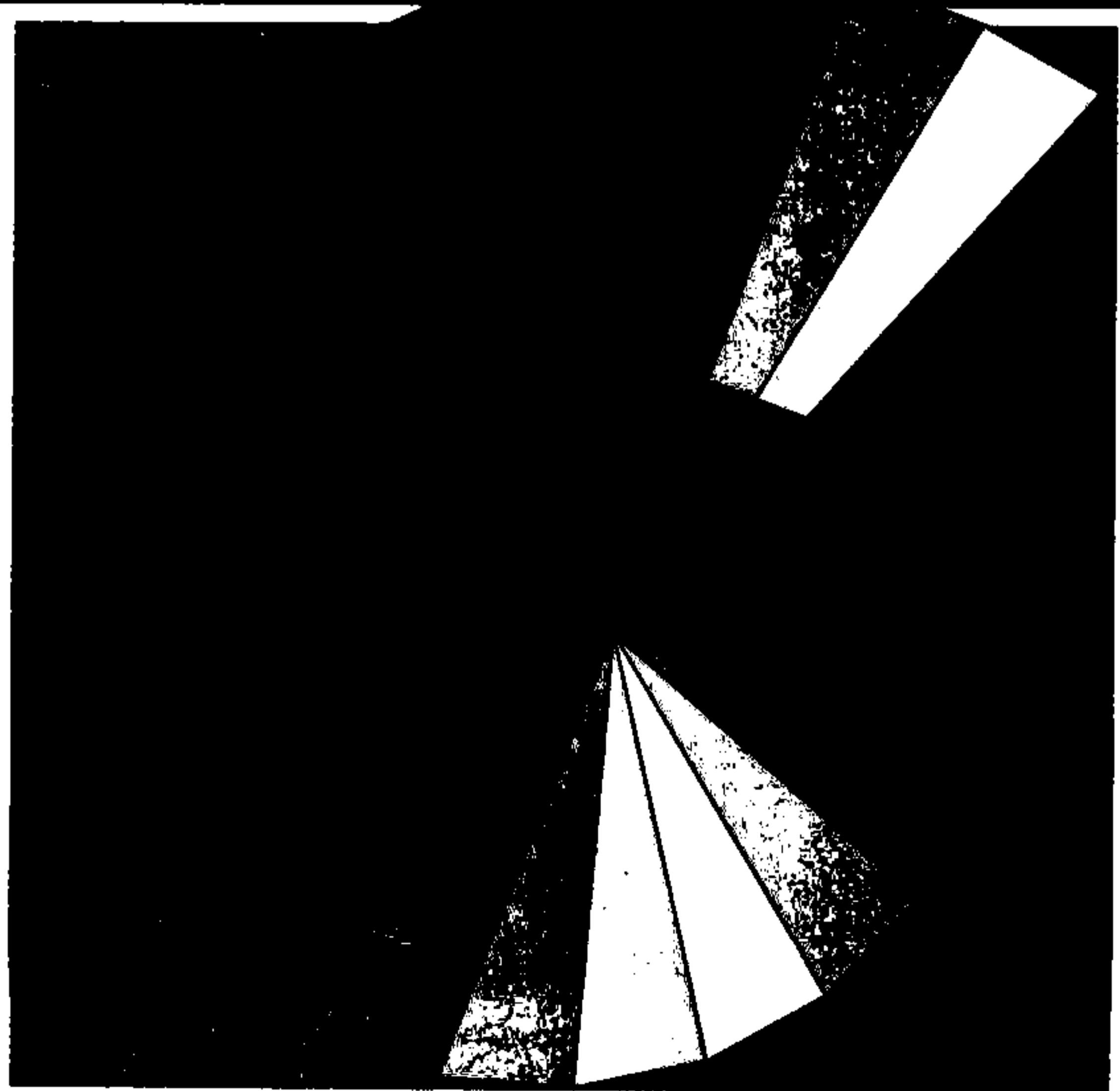
جمهوری اسلامی ایران
دستگاه ارشاد علمی
تبلیغات علمی

ریاضی

سال سوم

دوره راهنمایی تحصیلی

۱۳۴



www.KetabFarsi.Com

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

ریاضی

سال سوم دوره راهنمایی تحصیلی مرحله دوام تعلیمات عمومی

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

برنامه‌ریزی محتوا و نظارت بر تألیف: دفتر برنامه‌ریزی و تالیف کتابهای درسی
نام کتاب: ریاضی سوم راهنمایی - ۱۳۳

مؤلفان: دکتر مسعود فرزان، صفر باهمت‌شیروانه‌ده، محمد تقی دیباشی و برویز فرهودی مقدم
آماده‌سازی و نظارت بر چاپ و نویز: اداره کل چاپ و نویز کتابهای درسی
نقاش: احمد علی عسگربان، محمد حسن معماری
رسم: معصومه انوری
صفحه‌آرا: طرفه سهانی

ناشر: شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروبخش)
تلفن: ۰۲۶۲۴۱ - ۰۶۰، دورنگار: ۰۶۰۲۶۲۴۰، صندوق پستی: ۱۴۴۴۵/۶۸۴
جایخانه: شرکت چاپ و نشر کتابهای درسی ایران
سال انتشار: ۱۳۸۱
حق چاپ محفوظ است.

شابک ۹۶۴-۰۵-۰۱۲۹-۸ ISBN ۹۶۴-۰۵-۰۱۲۹-۸



یکی از صفات امام خمینی این بود که تفکر شان بر تبعیشان غلبه داشت. یعنی تفکر و اندیشیدن ایشان بیش از تبعی و جستجو کردنشان در کتابها بود، بطور مثال وقتی درس مکاسب را می گفتند، من تعدادی کتاب به خدمتشان برم و عرض کردم، اینها را هم ملاحظه بفرمایید، فرمودند : همه را بیرید، من باید خودم فکر کنم، کسی که این همه را نگاه کند، برای فکرش مجالی نمی ماند.

این کتاب بر اساس هدفهای آموزش ریاضی و مطابق با ریز برنامه تهیه و تصویب شده در شورای آموزش ریاضی دوره همگانی و با توجه به نوصیه‌های آن شورا در دفتر تحقیقات و بسیرنامه‌ریزی و تألیف وزارت آموزش و پرورش تألیف شده است.

در جلسات ۱۰۷ تا ۱۴۳ شورای مذکور (از تاریخ ۱۳۶۱/۶/۲۷ تا ۱۳۶۲/۷/۲۰) که صرف

برنامه‌ریزی ریاضی دوره راهنمایی شده است، اشخاص ذیل شرکت داشته‌اند:

آقایان دکتر عبدالرحمن آذری، سید حمید آذین، دکتر اسماعیل بابلیان، صفر باهمت، دکتر محمد حسن بیژن‌زاده، دکتر همایون ثقفی، میرزا جلیلی، دکتر غلامرضا جهانشاهلو، محسن حسام الدینی، محمد تقی دیباچی، دکتر ارسلان شادمان، دکتر احمد شاهورانی، دکتر عبدالله شیدفر، خانم اختر شهبازی، دکتر محمد تقی صدر، علی‌اکبر عصاری، دکتر مسعود فرزان، پرویز فرهودی مقدم، احمد قرانی، دکتر رحیم کریمپور، غلامحسین کیانی امین، احمد مظاہری، اکبر مقیمی و شکرالله نعمتی.

فهرست

<p>۷۲ ————— جبر</p> <p>۷۲ عبارتهای جبری</p> <p>۸۰ معادله</p> <p>۸۸ مجموعه اعداد حقیقی</p> <p>۹۴ معادله خط</p> <p>۹۶ رسم خط</p> <p>۱۰۲ شبیه خط</p> <p>۱۰۷ خطهای موازی با محورها</p> <p>۱۱۲ هندسه ۲</p> <p>۱۱۶ قضیه تالس</p> <p>۱۲۰ شکل‌های مشابه</p> <p>۱۲۸ تمرینهای دوره‌ای ۲</p> <p>۱۳۲ دستگاه معادله‌های خطی</p> <p>۱۳۶ دوران</p> <p>۱۴۰ آمار</p> <p>۱۴۵ هندسه ۳</p> <p>۱۴۵ هرم</p> <p>۱۴۷ مخروط</p> <p>۱۵۰ تمرینهای دوره‌ای ۳</p>	<p>حساب —————</p> <p>۷ اعداد طبیعی</p> <p>۱۳ توان</p> <p>۱۶ جذر</p> <p>۲۲ مجموعه‌های اعداد</p> <p>۲۲ مجموعه اعداد طبیعی</p> <p>۲۲ مجموعه اعداد صحیح</p> <p>۳۱ مجموعه اعداد گویا</p> <p>۴۰ بردار</p> <p>۴۰ مختصات</p> <p>۴۴ جمع بردارها</p> <p>۴۶ ضرب عدد در بردار</p> <p>۴۹ بردارهای واحد مختصات</p> <p>۵۲ هندسه ۱</p> <p>۵۲ دایره</p> <p>۵۷ زاویه محاطی</p> <p>۶۰ چند ضلعی‌های منتظم</p> <p>۶۲ رابطه فیثاغورس</p> <p>۶۸ تمرینهای دوره‌ای ۱</p>
--	---

سخن مترجم او بیانی کرایی از شر آموزان مهندسی ایران می تواند نظر اصلاحی خود را درباره مطالعه این کتاب از طرق علمی ترین متد این سپتی ۱۵۸۵۵، ۲۲۳ کرده و دسی مرتبه ارسال نماید.

اقرئی این کتاب از طریق اینترنتی

پیشگفتار

دانش آموزان عزیز

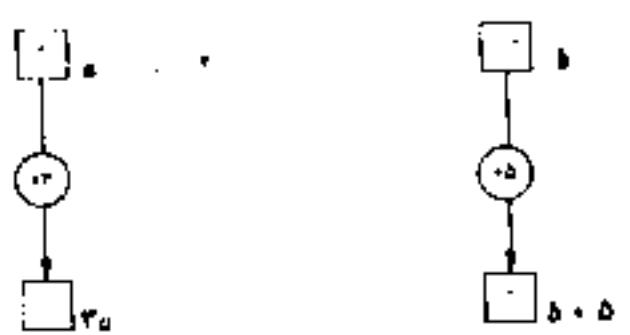
درس ریاضی یکی از درس‌های مهم و بنیادی دوران تحصیل شما است. در این درس روش درست اندیشیدن را در حل مسائل فرامی‌گیرید، با محاسبه‌های عددی مورد نیاز در سایر درسها آشنا می‌شوید و کاربردهای ریاضی را در حل مسئله‌های روزمره زندگی باد می‌گیرید. دانش آموزان عموماً به اهمیت ریاضی واقنده و می‌دانند که داشتن پایه‌ای خوب در درس ریاضی ناچه حد به پیشرفت آنها در سایر درسها کمک می‌کند. اما اغلب نمی‌دانند که درس ریاضی را چگونه باید آموخت.

درس ریاضی را (مثل اغلب درسها) نمی‌توان فقط با گوش دادن به معلم یاد گرفت. آموختن ریاضی بیشتر از طریق کار و فعالیت خودتان میسر است. مؤلفین این کتاب سعی کرده‌اند، با توجه به برنامه تنظیمی توسط شورای ریاضی، مطالب را طوری تدوین کنند که شما بتوانید از طریق کارهایی که در کلاس انجام می‌دهید به مقاهم ریاضی بپرید، قاعده‌های خودتان را خودتان کشف کنید و آنچه را که مطرح می‌شود به طور عملی فرا بگیرید. این کتاب بر مبنای فعالیت دانش آموز تنظیم یافته است و در آموختش آن کار دانش آموز در کلاس نقش اساسی دارد.

برای آنکه بهتر با روش کار آشنا شوید، توضیح مختصری لازم است. هر بخش از مطالب کتاب (تقریباً به اندازه درس یک جلسه) بر حسب نوع فعالیت به سه قسم تقسیم می‌شود.

قسمت اول: درس

این قسمت توسط معلم و با همکاری شما بیان می‌شود. برای بیان این قسمت از تابلو استفاده می‌شود و شما باید کتابخان را بسیندید. هنگام توضیح این قسمت کاملاً به مطالب دقت کنید و سعی کنید آنها را خوب بفهمید. اگر مطلبی را متوجه نشیدید، می‌توانید بپرسید.



مثال ۱۴: اگر نظر بگیرید اگر بحای ۱۰۰۰ عدد ۷ را خواهید می‌داند
۱۰۰۰ = ۱۰۰۰ بسته می‌باشد. مقدار عددی ۱۰۰۰ بارای ۷ = ۷ بار است با
۷ بیشتر، مقدار عددی ۷ بارای ۱۰۰۰ بار است ۷۰۰۰ = ۷۰۰۰

قسمت دوم: کار در کلاس

۱. هنوز هم بکار شکل‌های دیگر استادیک نسایی جمع برداری بروید بسیار ساده
آوردن مختصات بردارها، نسایی مناظر را برای مختصاتش بروید.



مطالب بیان شده در درس، به صورت تمرینهای تحت عنوان «کار در کلاس» تکرار می‌شوند. اگر توجه کنید، با حل این تمرینهای کاملاً به مطلب پی می‌برید. در مدتی که شما تمرینهای «کار در کلاس» را انجام می‌دهید، می‌توانید هر جا لازم باشد از راهنمایی معلمتان استفاده کنید، اگر به اشکالی بخوردید، به متن درس همان جلسه در کتاب مراجعه کنید و اگر باز هم متوجه نشدید از معلمتان بپرسید.

۹۹ مطالعه خط

تمرین

۱. هر مورد هر یک از نمودارهای زیر آن مختصات نقاط تینی دند را بروید.
برایتۀ بین طول و عرض نقاط خط را پیدا کنید.

اگر به «درس» هر جلسه و تمرینهای «کار در کلاس» خوب توجه کرده باشید، می‌توانید تمرینهای بیان هر بخش را، که به عنوان تکلیف منزل در نظر گرفته شده‌اند، انجام دهید. در حل این تمرینهای نباید از کسی کمک بگیرید. اگر در حل آنها با اشکالی مواجه شدید، می‌توانید مجدداً متن درس همان بخش را از روی کتاب بخوانید و آنچه را در «کار در کلاس» مربوطه انجام داده‌اید مرور کنید. اگر از بزرگترهای منزل کمک می‌گیرید، از آنها بخواهید که قسمت درس را مجدداً برایتان توضیح دهند. اما تمرینهای خودتان عمل کنید. علاوه بر سه قسمت گفته شده، مطالب دیگری نیز در کتاب هست. به توضیح مختصری درباره هر یک اکتفا می‌کنیم.

مجله ریاضی

مطالب مجله ریاضی، در ضمن آن که به منظور سرگرمی شما در نظر گرفته شده است، به مفاهیم درسی هم ارتباط دارد و مطالعه آنها به یادگیری ریاضی کمک می‌کند. در صفحات مجله ریاضی با نکات جالب، سرگرم‌کننده و شگفت‌انگیز ریاضی آشنا می‌شوید.

تمرینهای دوره‌ای

در پایان مطالب درسی هر ثلث، چهار صفحه تمرین دوره‌ای قرار داده شده است. وقتی در اواخر هر ثلث، می‌خواهید درس ریاضی را دوره کنید، می‌توانید از این تمرینها، به عنوان تمرین اضافی، استفاده کنید. حل این تمرینها در کلاس فقط در صورتی امکان دارد که مطالب درسی به موقع تمام شده باشد و فرصت حل تمرین اضافی وجود داشته باشد.



بازی و ریاضی

مطالب بازی و ریاضی نیز، مثل مجله ریاضی، برای سرگرمی شما تهیه شده است و به پرورش هوش کمک می‌کند. سعی کنید آنها را بادقت مطالعه کنید و شخصاً کارهای خواسته شده را انجام دهید.



تست هوش

تعدادی تست هوش در کتاب هست که صرفاً به منظور پرورش هوش شما دانش آموزان و آشنایی شما با این قبیل سوالها که اغلب در امتحانات ورودی مطرح می‌شود در نظر گرفته شده است. حل این قسمت نیز به عهده خودتان است.

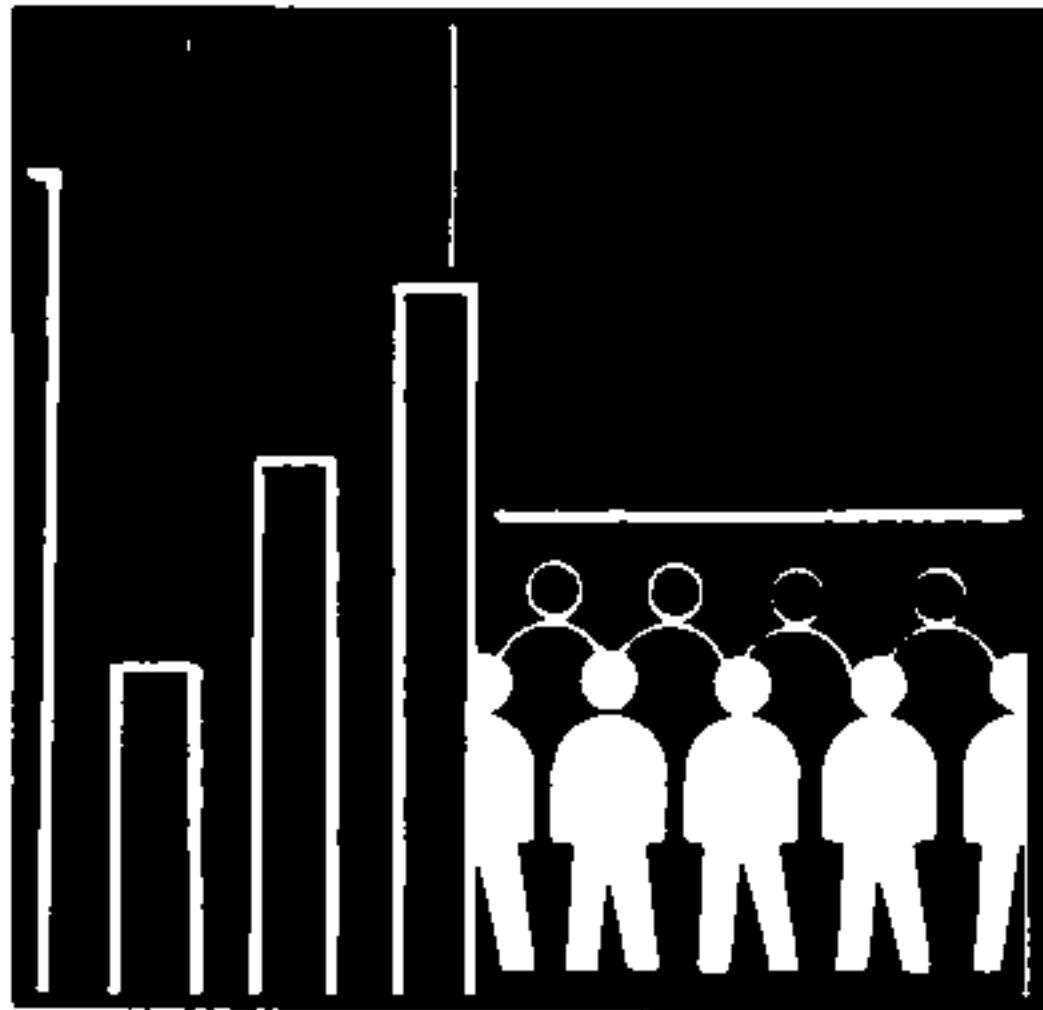


در کتاب تعدادی رسم هست. رسمها را به طور منظم، مثلاً هر دو هفته یک رسم، و بادقت در منزل تهیه کنید. برخلاف سه قسمت گذشته، رسمها جزو بخش‌های الزامی کتاب است. مؤلفین سعی داشته‌اند حتی المقدور از تجربیات معلمين ارجمند استفاده برند. کتاب ابتدای ۴۰ کلاس راهنمایی به طور آزمایشی تدریس شده است. عمده‌ترین سهم در تألیف این کتاب به معلمين گرامی این کلاسها تعلق دارد.

نظریات، پیشنهادات و انتقادهای سازنده معلمين سراسر کشور، و مخصوصاً مدرسین ریاضی، که مسئولیت آموزش معلمين را به عهده دارند، همواره در بدست آوردن روش‌های نوین آموزش ریاضی سهمی به سزا داشته است. اميدواريم مشاركت اين سرمایه‌های فرهنگی جهت اعتلای سطح آموزش ریاضی و بهبود سال به سال کتابهای درسی ادامه يابد.

مؤلفین

حساب اعداد طبیعی



اعداد $1, 2, 3, \dots$ اعداد طبیعی هستند. با این اعداد در ابتدایی آشنا شده‌اید. آنها را برای شمردن بکار می‌برید. جمع و ضرب این اعداد را هم یاد گرفته‌اید و می‌دانید که مجموع دو عدد طبیعی عددی طبیعی است. حاصلضرب هر دو عدد طبیعی هم عددی طبیعی است. مثلاً $6 = 2 \times 3$. هر یک از 2 و 3 یک مقسوم علیه 6 است. همچنین $6 = 1 \times 6$. پس 1 و 6 هم از مقسوم علیه‌های 6 هستند. مجموعه مقسوم علیه‌های 6 عبارت است از $\{6, 3, 2, 1\}$.

به طور کلی اگر a و b اعدادی طبیعی باشند و $c = a \times b$, آنگاه c عددی طبیعی است و هر یک از a و b یک مقسوم علیه c است. عدد 15 را نیز می‌توان به صورت حاصلضرب دو عدد طبیعی 3 و 5 نوشت. اعدادی مانند 6 و 15 را که می‌توان به صورت حاصلضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از 1 نوشت اعداد مرکب می‌نامیم. اعداد $4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, \dots$ اعداد مرکب هستند.

عدد 5 را نمی‌توان به صورت حاصلضرب اعداد طبیعی بزرگتر از 1 نوشت. می‌دانید که 5 عددی اول است. هر عدد اول غیر از خودش و 1 مقسوم علیه دیگری ندارد. اعداد $2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots$ اعداد اول هستند.

عدد 1 نه مرکب است و نه اول.

کار در کلاس

۱. دور هر عدد مرکب یک خط بکشید.

۳ ۶ ۲۴ ۱ ۲۵ ۱۷ ۹ ۱۳

آیا اعدادی که دور آنها خط نکشیده اند اول هستند؟
چرا؟

۲. درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

آ. ۴۹ عددی اول است.

ب. غیر از ۲، هیچ مضرب ۲ اول نیست.

ج. ۳ یک مقسوم علیه اول ۱۲ است.

د. هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱ حداقل یک مقسوم علیه اول دارد.

ه. تنها مقسوم علیه اول ۵ خود ۵ است.

و. ۲۳ عددی اول است.

ز. ۲۷ عددی اول است.

ح. تنها مضرب اول ۳ خود ۳ است.

۳. پنج عدد مرکب بزرگتر از ۲۰ بنویسید.

۴. مجموعه مقسوم علیه های ۱۲ را بنویسید.

مجموعه مقسوم علیه های ۱۳ را بنویسید.

آیا می توان گفت که هر عدد اول دقیقاً ۲ مقسوم علیه دارد؟

۵. در جدول زیر تمام اعداد مرکب و عدد ۱ را خط بزنید

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰

آیا اعداد باقیمانده همه اول هستند؟

تعیین اعداد اول

می خواهیم اعداد اول بین ۱ تا ۳۰ را تعیین کنیم. برای این کار، ابتدا اعداد از ۱ تا ۳۰ را می نویسیم.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

کافی است عدد ۱ و اعداد مرکب را خط بزنیم. این کار را طی مراحل زیر انجام دهید.

۱. عدد ۱ را خط بزنید.
۲. مضربهای ۲ را، غیر از خود ۲، خط بزنید.
۳. مضربهای ۳ را، غیر از خود ۳، خط بزنید.
۴. اولین عدد خط نزدۀ بعدی ۵ است، که عددی اول است. مضربهای ۵ را غیر از خود ۵ خط بزنید.

۵. عدد بعدی که باید مضربهای آن را خط بزنید ۷ است. برای حذف مضربهای ۷، غیر از خود ۷، اولین عددی که باید خط بزنید ۴۹ است. ملاحظه می کنید که ۴۹ در جدول نیست.

به همین ترتیب تنها مضربی از ۱۱ که خط نزدۀ اید، خود ۱۱ است و الی آخر. بنابراین به جدول زیر می رسید که در آن تمام اعداد خط نزدۀ اول هستند.

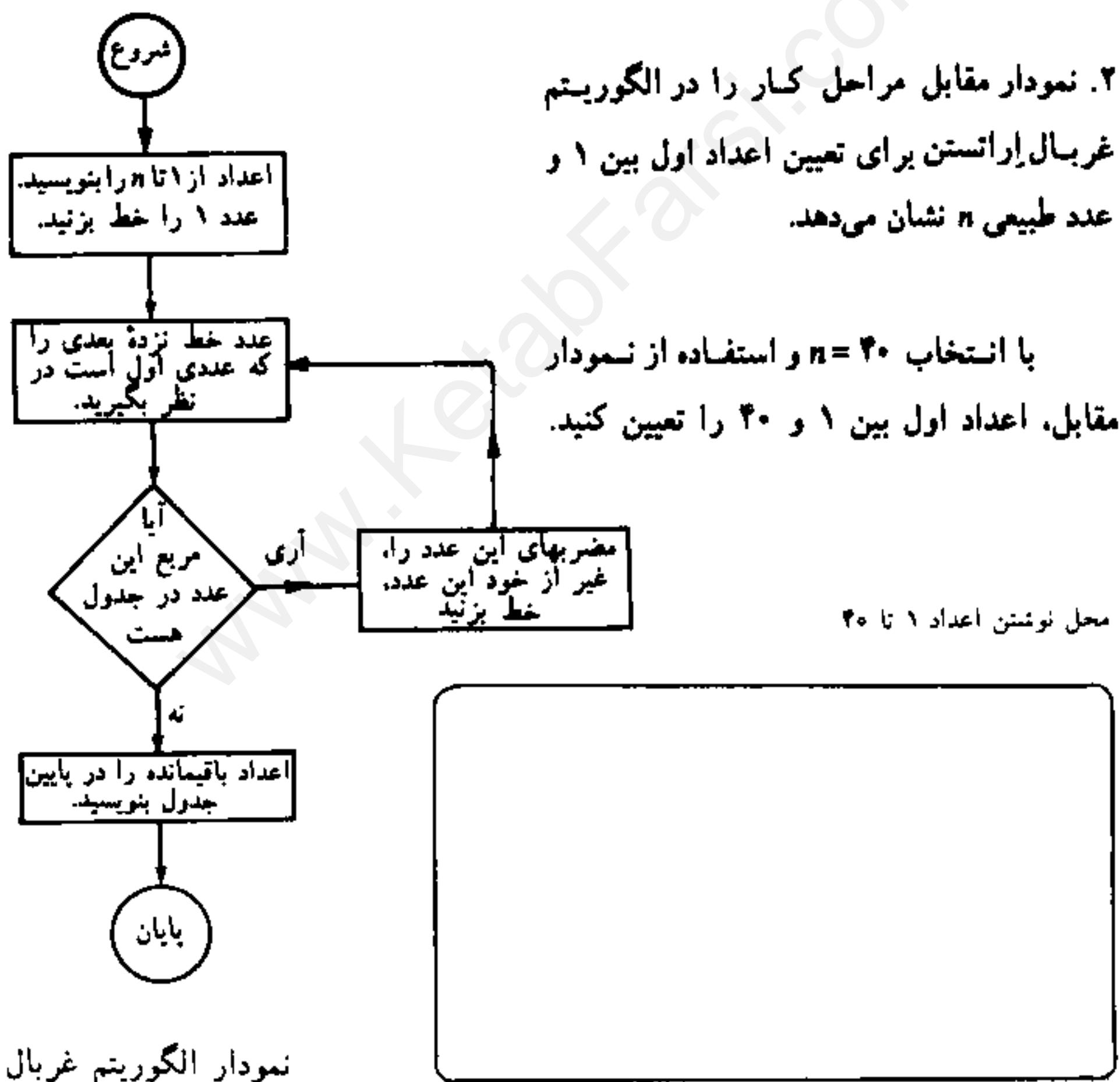
۱۱	۱۳	۱۷	۱۹	۲۳	۲۹	۳۱
۱۵	۲۱	۲۷	۳۳	۳۹	۴۵	۵۱
۲۵	۳۱	۳۷	۴۱	۴۷	۵۳	۵۹

بنابراین اعداد اول بین ۱ تا ۳۰ عبارتند از ۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹ و ۳۱.

روشی که برای تعیین اعداد اول تا ۳۰ بکار بردهم الگوریتم غربال نام دارد و به اراثتین (Erathosten) ریاضی‌دان و منجم و جغرافی‌دان یونانی منسوب است که از سال ۲۷۳ تا سال ۱۹۲ قبل از میلاد می‌زیسته است.



۱. اعداد ۱ تا ۴۰ را در دفترچان بنویسید. اکنون با بکار بردن الگوریتم غربال اعداد اول بین ۱ و ۴۰ را بدست آورید.

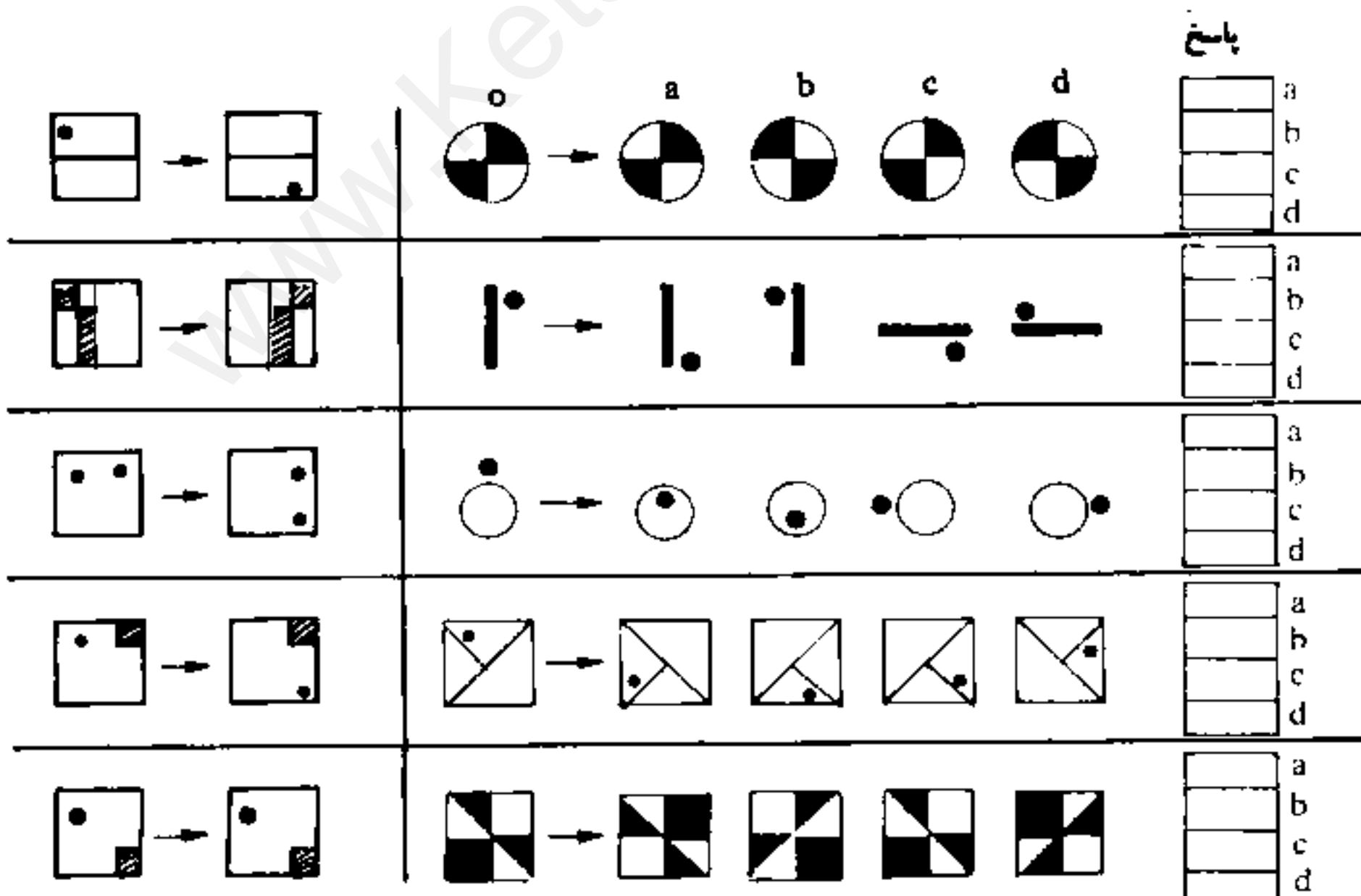


تمرین

۱. مجموعه مقسوم علیه های ۲۴ را بنویسید.
۲. مجموعه مقسوم علیه های ۳۰ را بنویسید.
۳. پنج تا از مضرب های ۲ را بنویسید.
۴. پنج تا از مضرب های ۳ را بنویسید.
۵. آیا ۷۵ مضرب ۲ است؟ مضرب ۳ چطور؟ آیا ۷۵ عددی اول است؟
۶. آیا ۷۷ عددی اول است؟
۷. الگوریتم غربال را برای تعیین اعداد اول بین ۱ و ۱۰۰ بکار برد.
۸. آیا ۴۳ مضرب ۲ است؟ مضرب ۳ چطور؟ مضرب ۵ چطور؟ مضرب ۷ چطور؟
- ب. اگر اعداد از ۱ تا ۴۳ را بنویسید و الگوریتم غربال را بکار برد، آیا ۴۳ خط می خورد؟
- ج. آیا ۴۳ عددی اول است؟



به رابطه بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. کدام یک از شکل های a, b, c و d همان رابطه را با شکل ه دارد؟



حل مسأله

در برخی از مسأله‌ها، تغییرات دو مقدار طوری است که حاصل ضرب آنها ثابت می‌ماند. با تشخیص این موضوع و توجه به آن می‌توانیم این گونه مسأله‌ها را حل کنیم. به یک نمونه توجه کنید.

یک نجار با صرف ۶ ساعت کار در روز می‌تواند یک میز را ۴ روزه بسازد. اگر روزی ۸ ساعت کار کند، همان میز را چند روزه می‌سازد؟

در این مسأله حاصل ضرب تعداد ساعت‌ها کار در روز در تعداد روزها کل ساعت‌ها لازم برای ساختن میز است و بنابراین عددی ثابت است. حالا اگر فرض کنیم با ۸ ساعت کار در روز میز را در a روز می‌سازد می‌توانیم بنویسیم

$$6 \times 4 = 8 \times a$$

بنابراین

$$a = \frac{6 \times 4}{8} = 3 \quad \text{روز.}$$

مسأله‌های زیر را حل کنید.

۱. یک کارگر در پنج روزه ساز، با روزی ۸ ساعت کار می‌تواند یک در را ۶ روزه بسازد. او می‌خواهد در را ۴ روزه بسازد. روزی چند ساعت باید کار کند؟
۲. برای نقاشی یک ساختمان ۳ کارگر ۱۸ روز کار کردند. اگر تعداد کارگرهای ۶ نفر بود، چند روزه این کار انجام می‌شده؟
۳. زهره می‌خواهد یک رومیزی را گلدوزی کند. او حساب کرد که اگر هر روز، پس از انجام تکالیف مدرسه، روزی ۴۵ دقیقه کار کند رومیزی را ۱۲ روزه تمام خواهد کرد. اگر بسخواهد رومیزی را ۹ روزه گلدوزی کند، هر روز چند دقیقه باید کار کند؟
۴. برای امتحان تهابی راهنمایی، در سالن امتحان در هر ردیف ۸ صندلی قرار داده‌اند و ۲۱ ردیف صندلی چیده شده است. اگر صندلی‌ها را در ردیفهای ۶ تایی بچینند چند ردیف خواهند شد؟
۵. معصومه و مادرش برای بافتن یک قالیچه کوچک ۷۸ روز کار کردند. اگر خواهر معصومه به آنها کمک می‌کرد چند روزه این قالیچه را می‌بافتند؟
۶. احمد می‌خواهد یک کتاب را حروفچینی کند. اگر در هر صفحه ۲۴ سطر قرار دهد، متن کتاب ۱۲۰ صفحه خواهد شد. اگر در هر صفحه ۲۸ سطر قرار دهد، متن کتاب چند صفحه خواهد شد؟

توان

عددهای تواندار و قواعد محاسبه با آنها را در سال گذشته یاد گرفته اید. می دانید که مثلاً

$$5^1 = 5 \quad 5^2 = 5 \times 5 = 25 \quad 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

اینک، قواعد محاسبه با عددهای تواندار را با چندمثال یادآوری می کیم.

آ. اگر a عددی دلخواه باشد:

$$a^0 \times a^r = a^{0+r} = a^r$$

$$a^0 \div a^r = a^{0-r} = a^{-r} \quad (a \neq 0)$$

ب. اگر a و b اعدادی دلخواه باشند،

$$a^0 \times b^0 = (ab)^0$$

$$a^0 \div b^0 = \left(\frac{a}{b}\right)^0 \quad (b \neq 0)$$

کار در کلاس

۱. حاصل عبارتهاي زير را به صورت يك عدد تواندار بنويسيد.

$$5^7 \times 5^9 \quad 5^{14}$$

$$(-2)^7 \times (-2)^5$$

$$7^3 \times 7$$

$$8^0 \div 8^7$$

$$(-3)^8 \div (-3)^1$$

$$6 \div 6^5$$

۲. حاصل عبارتهاي زير را به صورت يك عدد تواندار بنويسيد.

$$2^9 \times 5^3$$

$$(-3)^7 \times (-6)^7$$

$$(8/5)^3 \times 4^3$$

$$24^7 \div 8^7$$

$$65^3 \div 13^3$$

$$(8/5)^9 \div 5^9$$

۳. عبارتهاي زير را كامل کنيد.

آ. حاصل ضرب دو عدد تواندار با پايمهای مساوی، عددی تواندار است که پایه آن برابر است با

پایه مشترک آن دو عدد و توان آن مساوی با

ب. حاصل ضرب دو عدد تواندار با توانهای مساوی عددی تواندار است که پایه آن برابر است با

و توان آن مساوی با

تمرین

۱. حاصل عبارتهای زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$5^7 \times 5^3$	$7^4 \times 7^2$	$12^3 \times 12^5$
$8^2 \div 8^2$	$3^3 \div 3$	$10^5 \div 10^3$
$(-1/2)^3 \times (-1/2)^2$	$(-1/7)^3 \times (-1/7)$	$(-2/5) \times (-2/5)^2$
$(5/1)^3 \div (5/1)^2$	$(8/2)^3 \div (8/2)$	$(-1/10)^3 \div (-1/10)^2$
$(\frac{2}{5})^4 \times (\frac{2}{5})^3$	$(\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^5$	$(\frac{2}{7})^6 \div (\frac{2}{7})$
$(\frac{2}{5})^4 \div (\frac{2}{5})^2$	$(\frac{2}{11})^5 \div (\frac{2}{11})$	$(\frac{2}{8})^2 \times (\frac{2}{8})^6$

۲. حاصل عبارتهای زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$4^2 \times 5^3$	$3^2 \times 5^1$	$4^2 \times (25)^3$
$12^3 \div 4^2$	$85^2 \div 17^2$	$32^5 \div 8^5$
$(7/2)^3 \div (-1/9)^2$	$(-1/6)^3 \div 2^2$	$(-1/12)^5 \div 4^5$
$(-1/5)^3 \times 4^2$	$(-1/75)^2 \times 8^3$	$(-2/5)^5 \times (-1/4)^5$
$(\frac{2}{5})^4 \div (\frac{1}{5})^4$	$(\frac{12}{7})^2 \times (\frac{7}{4})^3$	$(\frac{8}{15})^2 \times (\frac{5}{16})^3$

۳. حاصل کسرهای زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

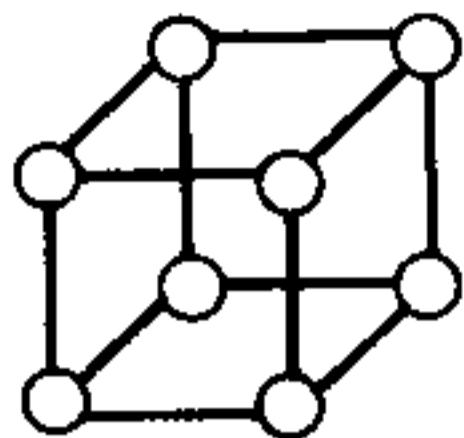
$\frac{4^0 \times 2^2}{2^2 \times 2}$	$\frac{2^5}{2^2}$	$\frac{6^5}{2^5}$	$\frac{21^2}{2^2}$
---------------------------------------	-------------------	-------------------	--------------------

۴. کسرهای زیر را ساده کنید.

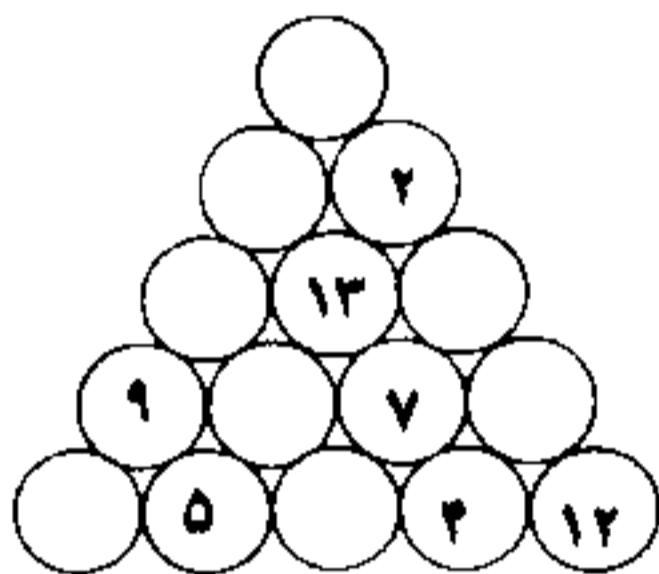
$\frac{2^5}{2^2}$	$\frac{2^2}{2^5}$	$\frac{2^2}{2^5}$	$\frac{2^8}{2^{12}}$
-------------------	-------------------	-------------------	----------------------

$\frac{2^2 \times 2^0}{2^2 \times 2^2}$	$\frac{5^0 \times 7^2}{5^2 \times 7^2}$	$\frac{8^2 \times 9^0}{8^2 \times 9^2}$	$\frac{4^0 \times 6^2}{4^2 \times 6^0}$
---	---	---	---

بازی با اعداد اول

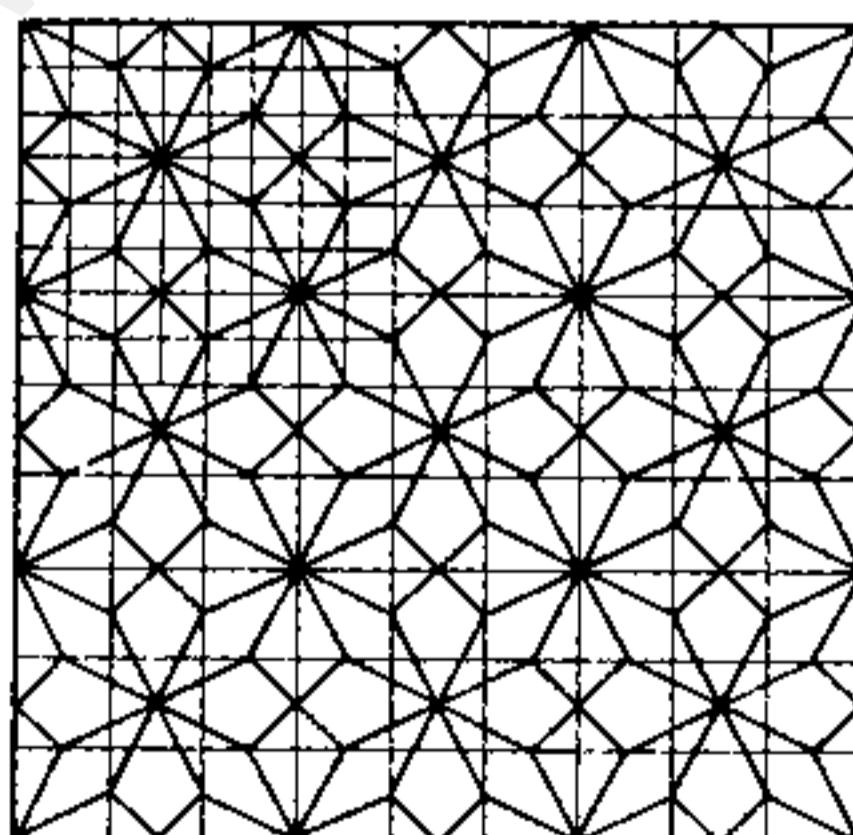


عدد ۱ و اعداد اول ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹ و ۲۳ را در گوشه‌های مکعب طوری بنویسید که مجموع چهار عدد واقع در هر وجه برابر ۴۸ باشد.

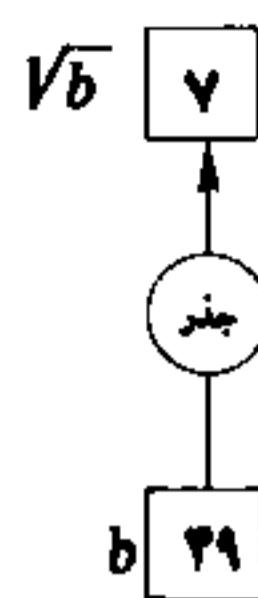


اعداد ۱ تا ۱۵ را در دایره‌های مثلث بالا طوری بنویسید که مجموع اعداد روی هر ضلع مثلث ۳۶ بشود. مجموع اعداد سه دایرهٔ وسط هم ۳۶ بشود.

رسم
مربعی به ضلع ۱۸ سانتیمتر رسم کنید و هر ضلع آن را به ۱۸ قسم متساوی تقسیم کنید. سپس شکل زیر را رسم نمایید و خطوط اضافی را پاک کنید.



شکل را با سلیقه خودتان رنگ آمیزی کنید.



جذر

روش محاسبه جذر تقریبی اعداد را بادگرفته‌اید. مثلاً جذر ۹۵ تا یک رقم اعشار به صورت زیر بدست می‌آید.

۹۵ بین دو محدود کامل ۸۱ و ۱۰۰ است. پس جذر ۹۵ بین ۹ و ۱۰ است. با توجه به این مطلب جذر ۹۵ به شکل زیر محاسبه می‌شود.

$$95 = 81 + 14$$

$$\sqrt{95} \approx 9 + \frac{14}{2 \times 9}$$

$$\sqrt{95} \approx 9.7$$



۱. نمودارهای زیر را کامل کنید.



۲. جذر هر یک از اعداد زیر را تا یک رقم اعشار حساب کنید.

اکنون روش دقیقتری برای معاسبه جذر یک عدد بیان می‌کنیم. به کمک این روش می‌توانیم جذر یک عدد را تا هر تقریبی که بخواهیم، حساب کنیم.

$$\sqrt{1438}$$

می‌خواهیم جذر ۱۴۳۸ را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ بدست آوریم. از سمت راست عدد، دو رقم دورقم جدا می‌کنیم. در اینجا پس از جدا کردن دورقم اول، دو رقم ۱۴ می‌ماند.

$$\begin{array}{r} \sqrt{1438} \\ \quad\quad\quad 2 \\ \hline 9 \end{array}$$

جذر تقریبی ۱۴، یعنی ۳، را می‌نویسیم و مجذور آن را از ۱۴ کم می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} \sqrt{1438} \\ \quad\quad\quad 3 \\ \hline 9 \\ \hline 538 \end{array}$$

دو رقم بعدی را پایین می‌آوریم. عدد ۳ را دو برابر می‌کنیم. حالا از رقم پکان عدد ۵۳۸ صرفنظر می‌کنیم و عدد ۵۲ را برابر ۶ تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت یعنی ۸ را در سمت راست ۶ نوشته و حاصلضرب $6 \times 8 = 48$ را با ۵۳۸ مقایسه می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} \sqrt{1438} \\ \quad\quad\quad 37 \\ \hline 9 \\ \hline 538 \\ \quad\quad\quad 48 \\ \hline 469 \\ \hline 69 \end{array}$$

در اینجا، چون حاصلضرب $6 \times 8 = 48$ از ۵۳۸ بیشتر است، به جای ۸ عدد ۷ را قرار می‌دهیم و حاصلضرب $7 \times 7 = 49$ را از ۵۳۸ کم می‌کنیم. باقیمانده ۶۹ است. اکنون ۷ را در سمت راست ۳ می‌نویسیم و محاسبه تمام می‌شود.

جذر ۱۴۳۸ با تقریب نقصانی کمتر از ۱ برابر است با ۳۷.



کار در کلاس

جذر هر یک از اعداد زیر را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ حساب کنید.

حالا با تکمیل محاسبه‌های زیر، جذر ۷۹۶ را بدست آورید.

دو رقم اول را جدا کنید. یک رقم ۷ باقی می‌ماند.

جذر تقریبی ۷ را بنویسید و مجدور آن را از ۷ کم کنید.

دو رقم بعدی را پایین بیاورید. عدد ۳۹۶ بدست می‌آید. عدد ۲ را دو برابر کنید. از رقم یکان ۳۹۶ صرفنظر کنید و ۳۹ را بردو برابر ۲ تقسیم کنید. خارج قسمت یعنی ۹ را در سمت راست ۴ بنویسید و حاصلضرب ۴۹×۹ را با ۳۹۶ مقایسه کنید.

چون حاصلضرب ۴۹×۹ از ۳۹۶ بیشتر است، به جای ۹ عدد ۸ قرار دهید. سپس حاصلضرب ۴۸×۸ را از ۳۹۶ کم کنید و باقیمانده را پیدا کنید.

حالا ۸ را در سمت راست ۴ بنویسید و رابطه مقابله را کامل کنید.

کار در کلاس



جذر هریک از عددهای زیر را با تقریب نقصانی کمتر از ۱ بدست آورید.

$$\sqrt{521} \quad \dots$$

$$\sqrt{201} \quad \dots$$

$$\sqrt{675} \quad \dots$$

جذر اعداد اعشاری

به مجددر هر یک از عددهای اعشاری زیر توجه کنید.

$$(0/6)^2 = 0/36$$

$$(1/2)^2 = 1/44$$

$$(2/15)^2 = 4/6225$$

مشاهده می‌کنید که اگر یک عدد اعشاری را مجددر کنیم، تعداد رقمهای اعشاری مجددر زوج است. پس برای یافتن جذر یک عدد اعشاری، ابتدا به تعداد رقمهای اعشاری آن توجه می‌کنیم. در صورتی که تعداد ارقام اعشاری آن فرد باشد، یک صفر در سمت راست آن قرار می‌دهیم تا تعداد ارقام اعشاری زوج شود. اکنون بدون

در نظر گرفتن معیز جذر را محاسبه می‌کنیم.

در آخر معیز جذر و باقیمانده را درج

می‌کنیم، با توجه به این که همواره:

۱. تعداد ارقام اعشاری جذر نصف تعداد ارقام اعشاری عدد اصلی است.

۲. تعداد ارقام اعشاری باقیمانده، مساوی تعداد ارقام اعشاری عدد اصلی است.

$$\begin{array}{r} \sqrt{5,42/0,80} \\ \hline 23/2 \\ 2 \times 2 = 4 \\ \hline 142 \\ - 14 \\ \hline 129 \\ - 12 \\ \hline 128 \\ - 12 \\ \hline 924 \\ - 924 \\ \hline 4/56 \end{array}$$

کار در کلاس



جذرهای زیر را تا یک رقم اعشار حساب کنید.

$$\sqrt{74/00}$$

$$\sqrt{8/4}$$

$$\sqrt{42/7}$$

امتحان جذر

اگر یک جذر را درست انجام داده باشیم،

- آ. دو برابر جذر به اضافه ۱ از باقیمانده جذر بزرگتر است.
- ب. مجذور جذر به اضافه باقیمانده مساوی عدد داده شده است.

$$\checkmark \quad \begin{array}{r} 1438 \\ \hline 9 \\ \hline 538 \\ 469 \\ \hline 69 \end{array} \quad \begin{array}{r} 37 \\ \hline 3 \times 2 = 6 \\ 68 - 6 = 62 \\ 67 \times 7 = 469 \end{array}$$

$$2 \times 37 + 1 = 75, 75 > 69$$

$$(37)^2 + 69 = 1438$$

اگر در محاسبه جذر پیش روی داشته باشیم یا بخواهیم جذر یک عدد اعشاری را بگیریم، در مورد آن قبل از درج معیزها، امتحان جذر را انجام می‌دهیم.

کردن کلاس



در کدام یک از موارد زیر جذر درست محاسبه شده است؟

a. $\checkmark \quad \begin{array}{r} 15/30 \\ \hline 9 \\ \hline 630 \\ 541 \\ \hline 0.09 \end{array}$

$$\begin{array}{r} 3/9 \\ \hline 2 \times 3 = 6 \\ 69 \times 9 = 621 \end{array}$$

b.

$\checkmark \quad \begin{array}{r} 7/25 \\ \hline 4 \\ \hline 225 \\ 229 \\ \hline 0.16 \end{array}$

$$\begin{array}{r} 2/7 \\ \hline 2 \times 2 = 4 \\ 77 - 4 = 73 \\ 73 \times 7 = 511 \end{array}$$

c. $\checkmark \quad \begin{array}{r} 9/50.00 \\ \hline 9 \\ \hline 50 \\ 0 \\ \hline 0.00 \\ 4400 \\ \hline 0.0001 \end{array}$

$$\begin{array}{r} 3/07 \\ \hline 2 \times 3 = 6 \\ 60 \times 0 \\ \hline 2 \times 30 = 60 \\ 607 \times 7 = 4249 \end{array}$$

d.

$\checkmark \quad \begin{array}{r} 982/90 \\ \hline 9 \\ \hline 82 \\ 81 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline 11 \end{array}$

$$\begin{array}{r} 21/2 \\ \hline 2 \times 2 = 4 \\ 81 \times 1 = 81 \\ 2 \times 21 = 42 \\ 622 \times 2 = 1849 \end{array}$$

در هر یک از تمرینهای زیر پس از محاسبه جذر، آن را امتحان کنید.

۱. جذرهای زیر را حساب کنید.

$$\sqrt{5039}$$

$$\sqrt{147}$$

۲. جذر ۲ و جذر ۳ را تا دو رقم اعشار بدست آورید.

$$\begin{array}{r} \sqrt{21000000} \\ -1 \\ \hline 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 2 \times 1 = 2 \\ 40+0=40 \\ 24 \times 4 = 96 \end{array}$$

$$\sqrt{3}$$

تمرین

۱. جذر هر یک از عددهای زیر را حساب کنید و در هر مورد جذر را امتحان کنید.

۲۶۰۱

۷۰۴۴

۴۲۵۶

۹۴۰۹

۲. جذر هر یک از اعداد زیر را تا دو رقم اعشار بدست آورید.

۵۹/۳۵

۷۳/۸

۲۸

۴۵۲۰

۷

۱۰

مجموعه‌های اعداد مجموعه اعداد طبیعی

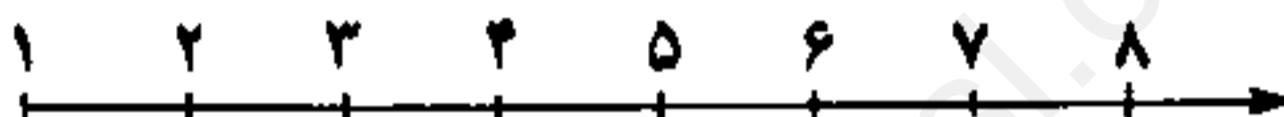
می‌دانید که هریک از اعداد $1, 2, 3, \dots$ را یک عدد طبیعی می‌نامیم. مجموعه اعداد طبیعی عبارت است از

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

این مجموعه را معمولاً با حرف N ، که از کلمه انگلیسی Natural یا معادلهای دیگر اروپایی آن گرفته شده است، نمایش می‌دهند. بنابراین

$$1 \in N, \quad 120 \in N, \quad 0 \notin N, \quad -\frac{1}{5} \notin N$$

کوچکترین عدد طبیعی ۱ است، اما بزرگترین عدد طبیعی وجود ندارد.



مجموعه اعداد صحیح

هریک از اعداد $0, 1, -1, 2, -2, \dots$ را یک عدد صحیح می‌نامیم.

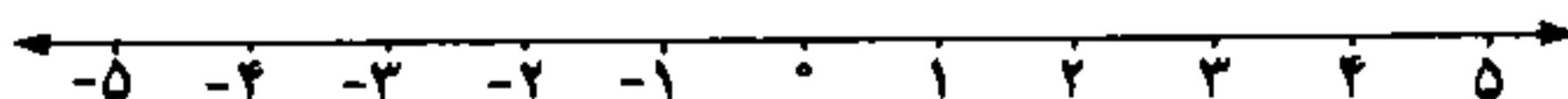
مجموعه اعداد صحیح عبارت است از $\{\dots, -2, 0, 1, 2, \dots\}$

این مجموعه را معمولاً با حرف Z ، که از کلمه آلمانی Zahlen یعنی عدد صحیح گرفته شده است، مشخص می‌کنند. بنابراین

$$-25 \in Z, \quad 0 \in Z, \quad +228 \in Z$$

$$-\frac{2}{3} \notin Z, \quad 0/35 \in Z, \quad \sqrt{2} \notin Z$$

در مجموعه اعداد صحیح نه کوچکترین عضو وجود دارد و نه بزرگترین عضو.

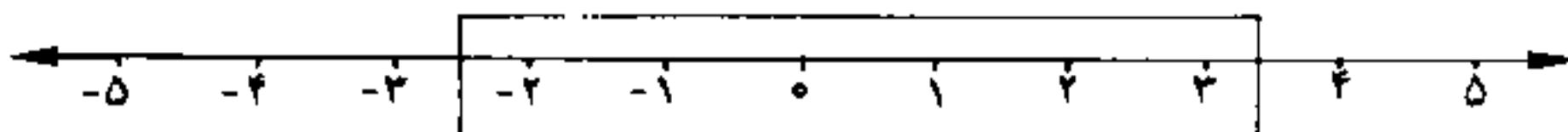


هر عدد طبیعی یک عدد صحیح مثبت است.

اعداد صحیح منفی عبارتند از $-1, -2, -3, \dots$

عدد صحیح 0 نه مثبت است و نه منفی.

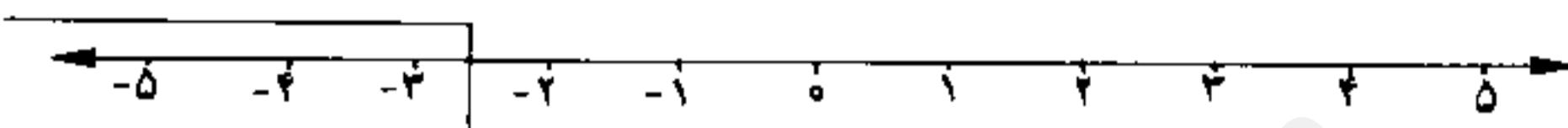
مجموعه اعداد صحیح بین -3 و 4 عبارت است از $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$



این مجموعه را به صورت زیر نیز می‌توان بیان کرد.

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -3 < x < 4\}$$

مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از -2 عبارت است از $\{\dots, -5, -4, -3\}$



شکل دیگر بیان این مجموعه به صورت زیر است.

$$\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } x < -2\}$$



کار در کلاس

۱. هر یک از مجموعه‌های زیر را به صورتی دیگر مشخص کنید.

$$A = \{5, 4, 3, 2, 1, 0\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و }$$

$$B = \{-7, \dots, -9, -8\} =$$

$$C = \{-7, \dots, -5, -6, -4\} =$$

۲. مجموعه‌های زیر را با اعضاشان مشخص کنید.

$$D = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } 0 < x < 5\} = \{ \}$$

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } x < 6\} =$$

$$F = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } x > -2\} =$$

۳. درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. هر جا لازم است از مجموعه‌های بالا استفاده کنید.

$$0 \in \mathbb{Z}$$

$$0 \in \mathbb{N}$$

$$-38 \in \mathbb{Z}$$

$$-5 \in \mathbb{N}$$

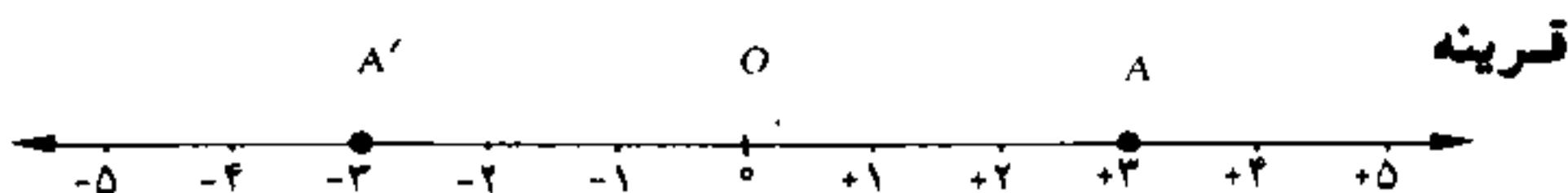
$$-20 \in \mathbb{B}$$

$$12 \in \mathbb{C}$$

$$4 \in \mathbb{D}$$

$$4 \in \mathbb{E}$$

$$0 \in \mathbb{F}$$



ناماد قرینه

در شکل بالا نقاط A' و A قرینه یکدیگر هستند.

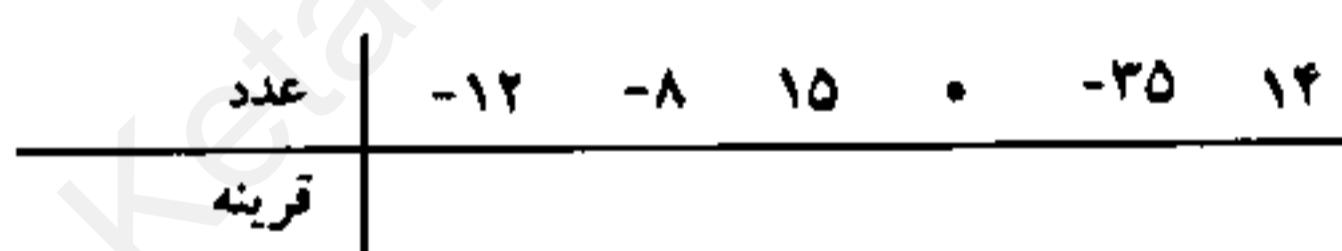
$$-A = A' \quad \text{و} \quad -A' = A$$

اعداد صحیح متناظر با این نقاط نیز قرینه یکدیگر هستند.

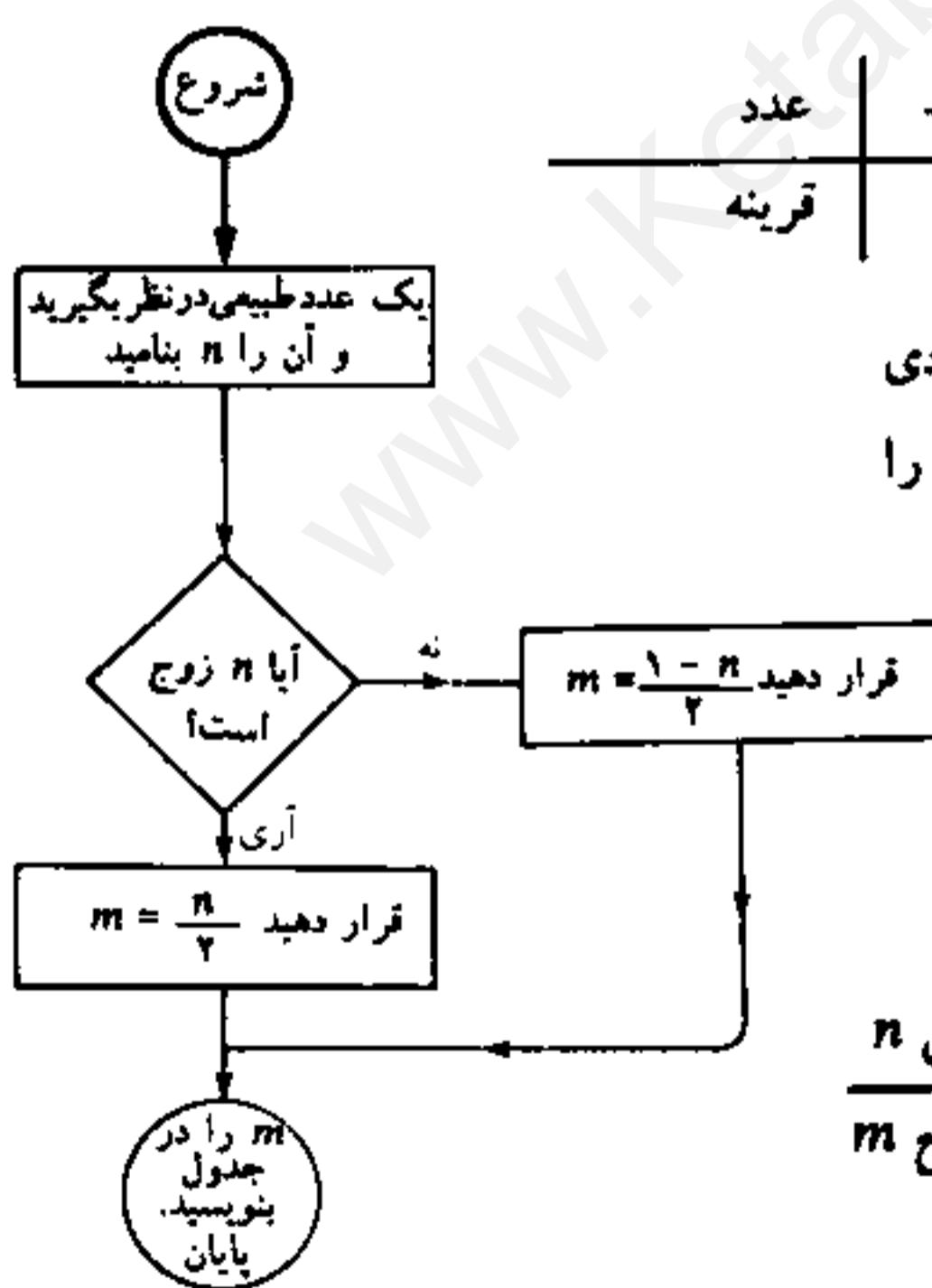
$$-(+3) = -3 \quad \text{و} \quad -(-3) = +3$$

کار در کلاس

قرینه‌های اعداد زیر را بدست آورید.



اعداد طبیعی جدول زیر را به ترتیب در ورودی نمودار قرار دهید. اعداد صحیح بدست آمده را در زیر آنها بنویسید.



n عدد طبیعی	m عدد صحیح
۱	۰
۲	۱
۳	۱
۴	۲
۵	۲
۶	۳
۷	۳
۸	۴
۹	۴

تمرین

۱. در هر یک از عبارتهای زیر، یکی از نمادهای \in یا \subseteq را که درست است بجای \square قرار دهید و یک عبارت درست بنویسید.

$5 \in N$	$\cdot \in N$	$-12 \in Z$	$-12 \in N$
$\frac{3}{5} \in N$	$128 \in N$	$-\frac{2}{3} \in Z$	$\sqrt{4} \in N$
$-\frac{6}{2} \in Z$	$-(-2) \in N$	$\frac{12}{-4} \in Z$	$5^{\circ} \in N$
$5^{\circ} \in Z$	$5^{\circ} \in N$	$12 \Box 18 \in N$	$\sqrt{2} \in N$

۲. نمایش هر یک از مجموعه‌های زیر را با مشخص کردن اعضای آنها بنویسید.
- مجموعه A شامل اعداد طبیعی بین ۱ و ۱۵
- مجموعه B شامل اعداد زوج بین ۲ و ۱۰
- $D = \{ x \mid -x \in B \}$
- مجموعه C شامل فرینه‌های اعضای مجموعه A

$$F = \{ x \mid x \in N, x < 0 \}$$

$$E = \{ x \mid x \in N, x < 5 \}$$

$$H = \{ x \mid x \in Z, x < 1 \}$$

$$G = \{ x \mid x \in N, 5^{\circ} < x \}$$

$$J = \{ x \mid -x \in I \}$$

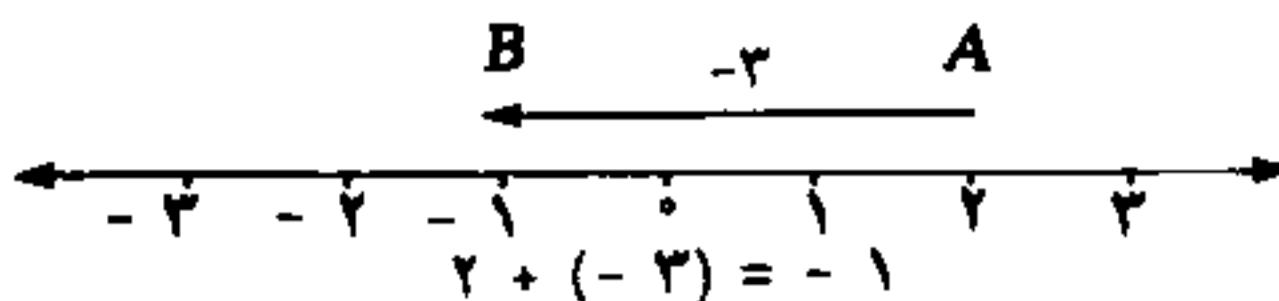
$$I = \{ x \mid x \in Z, -8 < x < 0 \}$$

۳. در هر کدام از مجموعه‌های تمرین ۲ که کوچکترین عضو وجود دارد، کوچکترین عضورا مشخص کنید.

۴. صورت دیگر نمایش مجموعه‌های زیر را بنویسید.

$\{ -3, \dots, 6, 7, 8 \}$	$\{ -12, \dots, -11, -10 \}$
$\{ -4, \dots, -2, -3, -1 \}$	$\{ 15, \dots, 16, 17 \}$
$\{ 0, \dots, 12, 13, 14, 15 \}$	$\{ 10, \dots, 13, 14, 15 \}$
$\{ \dots, -35, -36, -37 \}$	$\{ -1, \dots, -2, -3 \}$

جمع اعداد صحیح



جمع اعداد صحیح و گویا را سال گذشته باد گرفته‌اید. در نوشتن جمع اعداد علامت‌دار، گاهی پرانتزها و نماد جمع را حذف می‌کنیم و فقط عدها را با علامتشان به دنبال یکدیگر می‌نویسیم. مثلًاً

$$\begin{array}{ll} (+12) + (-8) = +12 - 8 & \left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{8}\right) = +\frac{3}{5} - \frac{1}{8} \\ (-9) + (+5) = -9 + 5 & \left(-\frac{2}{9}\right) + \left(+\frac{5}{12}\right) = -\frac{2}{9} + \frac{5}{12} \\ (-7) + (-11) = -7 - 11 & (-7) + \left(-\frac{1}{3}\right) = -7 - \frac{1}{3} \end{array}$$



کار در کلاس

۱. عبارتهای زیر را با برداشتن پرانتز و نماد جمع ساده کنید.

$$\begin{array}{ll} (-8) + (+15) = -8 + 15 & (+13) + (-10) = \\ (+9) + (-8) = & (+8) + (+5) = \\ (-5) + (-17) = & (-10) + (-6) = \\ \left(+\frac{2}{5}\right) + \left(+\frac{1}{5}\right) = & \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(+\frac{4}{5}\right) = \\ \left(-\frac{2}{7}\right) + \left(-\frac{2}{9}\right) = & \left(+\frac{8}{13}\right) + \left(-\frac{2}{4}\right) = \end{array}$$

۲. با گذاشتن پرانتز، هر کدام از عبارتهای زیر را به صورت مجموع دو عدد علامت‌دار بنویسید.

$$\begin{array}{ll} -8 + 12 = & +3 - 12 = \\ +9 - 5 = & -17 - 10 = \\ -\frac{6}{5} + \frac{9}{4} = & +\frac{1}{6} + \frac{5}{9} = \\ +\frac{2}{3} - \frac{7}{4} = & -\frac{2}{7} - \frac{2}{9} = \end{array}$$

اینک، روش محاسبه حاصل جمع را یادآوری می‌کنیم. گاهی با برداشتن پرانتز، مجموع دو عدد صحیح به جمع یا تفریق اعداد طبیعی تبدیل می‌شود.

$$(+12) + (+7) = 12 + 7 = 19$$

$$(+13) + (-4) = 13 - 4 = 9$$

$$(-5) + (+7) = -5 + 7 = 7 - 5 = 2$$

در این موارد محاسبه حاصل جمع به سادگی انجام می‌شود. هرگاه با برداشتن پرانتز، جمع با تفریق عادی بدست نماید، از قرینه‌یابی استفاده می‌کنیم.

$$(-11) + (+6) = -11 + 6 = -(11 - 6) = -5$$

$$(-8) + (-4) = -8 - 4 = -(8 + 4) = -12$$



کار در کلاس

۱. حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$+12 - 9 =$$

$$-7 + 10 =$$

$$-5 - 7 =$$

$$8 - 5 =$$

$$8 + 7 =$$

$$-8 + 7 =$$

$$-4 + 9 =$$

$$-9 + 4 =$$

$$-3 - 6 =$$

$$-5 - 12 =$$

$$+58 - 37$$

$$+90 - 85$$

$$-67 - 85$$

$$97 - 115$$

$$38 + 52$$

۲. حاصل جمعهای زیر را حساب کنید. ابتدا با برداشتن پرانتز ساده کنید و سپس مانند بالا حاصل جمع را بدست آورید.

$$(-12) + (+17)$$

$$(-14) + (+10)$$

$$(-6) + (-8)$$

$$(+9) + (+7)$$

$$(-9) + (+15)$$

$$(-9) + (-7)$$

$$(+9) + (-15)$$

$$(-25) + (+75)$$

$$(-75) + (+25)$$

$$(-62) + (-38)$$

تفریق اعداد صحیح

$$(-1) - (-3) = +2 \quad \begin{array}{c} B \quad -3 \quad A \\ \hline -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad +1 \quad +2 \quad +3 \\ \hline +3 \end{array}$$

$$(-1) + (+3) = +2$$

در سال قبل دیدید که برای تفریق عدد b از عدد a ، می‌توانیم قرینه b را با a جمع کنیم:

$$a - b = a + (-b)$$

به مثالهای زیر نوچه کنید:

$$(-1) - (-3) = (-1) + (+3) = -1 + 3 = 2$$

$$(-5) - (+4) = (-5) + (-4) = -5 - 4 = -9$$

بنابراین، برای محاسبه حاصل تفریق، ابتدا تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم و سپس حاصل جمع را بدست می‌آوریم.

کار در کلاس



۱. با تبدیل تفریق به جمع، تساویهای زیر را کامل کنید.

$$(-5) - (+3) = (-5) + (-3)$$

$$(+3) - (+4) =$$

$$(-2) - (-8) =$$

$$(-6) - (-7) =$$

$$(+8) - (-5) =$$

$$(-1) - (+9) =$$

۲. تفریقهای زیر را ابتدا به جمع تبدیل کنید و سپس با برداشتن پرانتز حاصل آن را بدست آورید.

$$(+8) - (+5) =$$

$$(-5) - (+14) =$$

$$(-9) - (-3) =$$

$$(+12) - (-15) =$$

$$(-6) - (-7) =$$

$$(+18) - (+18) =$$

$$(+3) - (+12) =$$