که پس از انتگراسیون نتیجه میگردد:

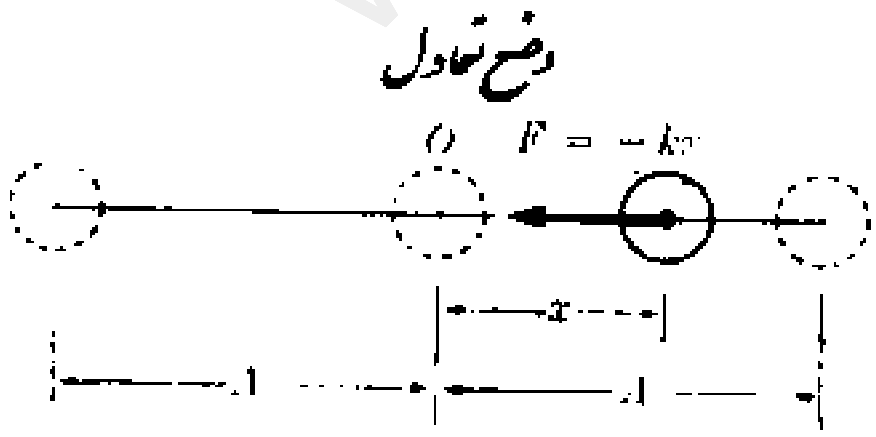
$$\frac{۱}{۲}mv^{۲}+\frac{۱}{۲}kx^{۲}=C_{۱} \qquad (۱۱–۲)$$

جمله اول سمت چپ، انرژی جنبشی جسم و جمله دوم، انرژی پتانسیل الاستیکی است. فرمول ۱۱–۲ میرساند که مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل جسم مقداریست ثابت و مقدار ثابت انتگراسیون یعنی $C_۱$ برابر انرژی کل $E$ میباشد. (این نتیجه باین دلیل صحیح است که نیرو، ذخیره کننده انرژی است).

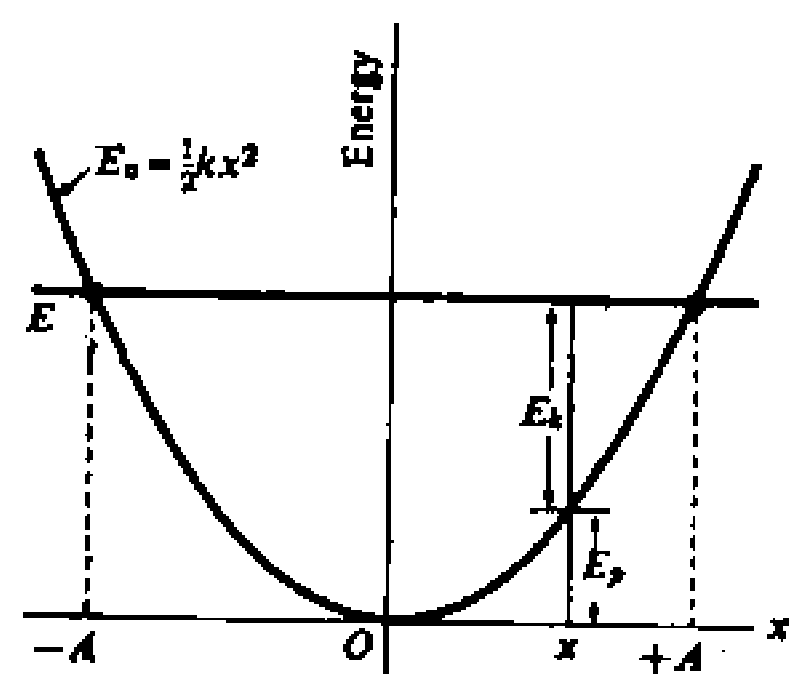
$$E_k + E_p = E$$

شکل ۱۱–۳ اهمیت قضیه فوق را بسادگی نشان میدهد. دراین شکل انرژی بصورت تابعی از $x$ رسم شده است. ابتدا انرژی پتانسیل $E_p=\frac{۱}{۲}kx^{۲}$ را بصورت یك منحنی رسم میکنیم. (این منحنی یك سهمی است). سپس یك خط افقی که ارتفاع آن باندازه انرژی کل است رسم کنیم. اولا می‌بینیم که حرکت بین دومقدار $x$ دونقطه تقاطع خط و منحنی میتواند وجود داشته باشد. خارج از این حدود، حرکت ممکن نیست زیرا انرژی لازم برای چنین حرکتی ازانرژی کل بیشتراست. حرکت جسم نوسان کننده شبیه حرکت جسمی است که بر روی مسیر بدون اصطکاکی بشکل منحنی انرژی، ازارتفاع $E$ رهاشود. وحرکت بعلت وجود «چشمه انرژی پتانسیل» بوجود میآید.






شکل ۱۱–۳




شکل ۱۱–۳

هرگاه درحدودی از $x$ که حرکت وجود دارد خط قائمی رسم کنیم، منحنی آنرا بدوقسمت تقسیم میکند. پاره خط محدود بین محور $x$ ها ومنحنی معرف مقدار انرژی پتانسیل

جسم دروضعیت $x$ وپاره خط محدودبین منحنی خط افقی بالائی (که نشان دهنده انرژی کل است) مشخص کننده انرژی جنبشی جسم دربعد $x$ است. در دونقطه تقاطع منحنی و خط E انرژی، کلا پتانسیل ودونقطه وسطا انرژی کلا جنبشی است . قدرمطلق سرعت در نقطه وسط ماکزیموم است .

$$\frac{۱}{۲}mv^{۲}_{max}=E$$

$$v_{max}=\pm\sqrt{۲E/m} \qquad (۳-۱۱)$$

برحسب اینکه جسم بکدام طرف درحرکت باشد علامت $v$ مثبت یا منفی است

در دونقطه انتهائی مقدار $x$ برابر $x_{max}$ یعنی $A$ (دامنه) است ، پس داریم :

$$\frac{۱}{۲}kx^{۲}_{max}=E \text{ و } |x_{max}|=\sqrt{۲E/k} \qquad (۴-۱۱)$$

وسرعت $v$ درهربعد $x$ بنابر فرمول ۱۱-۲ چنین بدست میآید :

$$v=\sqrt{\frac{۲E-kx^{۲}}{m}} \qquad (۵-۱۱)$$

ویا استفاده ازفرمول ۱۱-۶ نتیجهمیشود.

$$v=\sqrt{k/m}\quad\sqrt{A^{۲}-x^{۲}} \qquad (۶-۱۱)$$

اینك بجای $v$ در فرمول (۱۱-۶) اندازه آنرا یعنی $dx/dt$ قرار داده با انتگراسیون بعد $x$ را بدستمیآوریم:

$$\int\frac{dx}{\sqrt{A^{۲}-x^{۲}}}=\sqrt{\frac{k}{m}}\int dt$$

$$\sin^{-۱}\frac{x}{A}=\sqrt{\frac{k}{m}}\,t+C_{۲} \qquad (۷-۱۱)$$

هرگاه بازاء $t=۰$ داشتهباشیم $x=x_{۰}$ خواهیم داشت :

$$C_{۲}=\sin^{-۱}\frac{x_{۰}}{A}$$

یعنی $C_{۲}$ زاویهایست (برحسب رادیان) که اندازه سینوس آن برابر $x_{۰}/A$ است. هرگاه این زاویه را $\theta_{۰}$ بنامیم داریم

$$\sin^{-1}\frac{x}{A}=\sqrt{\frac{k}{m}}\,t+\theta_0$$

و:

$$x=A\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t+\theta_0\right) \qquad (۹-۱۱)$$

بنابراین بعد $x$ تابع‌سینوسی‌زمان $t$ است. مقدار درون پرانتز زاویه ایست برحسب رادیان این زاویه را **زاویه فاز** یا **فازحرکت** مینامند. زمان تناوب $T$ زمان یك نوسان‌کامل است یعنی در فاصله زمانی $t$ و $t+T$ مقادیر $x$ باهم برابراند. بعبارت دیگر فاز حرکت $(\sqrt{k/m}\,t+\theta_0)$ وقتی زمان $t$ باندازه $T$ زیاد شود $2\pi$ افزایش میابد یعنی:

$$\sqrt{\frac{k}{m}}(t+T)+\theta_0=\sqrt{\frac{k}{m}}\,t+\theta_0+2\pi$$

ویا:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (۱۰-۱۱)$$

**یعنی زمان تناوب $T$ تابع جرم‌جسم وضریب $k$ است**. زمان تناوب تابع دامنه یا انرژی کل‌نیست. بازاء مقادیر معین $m$ و $k$ زمان نوسان، اعم ازاینکه دامنه کم باشد یا زیاد، مقداریست ثابت. اصطلاحاً گویند حرکت نوسانی ساده ایزوکرون **isochrone** (بازمان یکسان) است. فرکانس یا تعداد نوسانات کامل‌جسم دریك‌ثانیه، عکس زمان تناوب $T$است. پس داریم:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

نبض نوسان $\omega$ (یا فرکانس زاویه‌ای) بنابرتعریف برابر $\omega=2\pi f$ است وبرحسب رادیان برثانیه محاسبه میشود اندازه آن با استفاده ازدوفرمول قبل برابراست با:

$$\omega=\sqrt{k/m}$$

وفرمولهای ۱۱-۶ و ۱۱-۹ را میتوان بصورت‌کاملتر زیرنوشت:

$$x=A\sin(\omega t+\theta_0) \qquad (۱۱-۱۱)$$

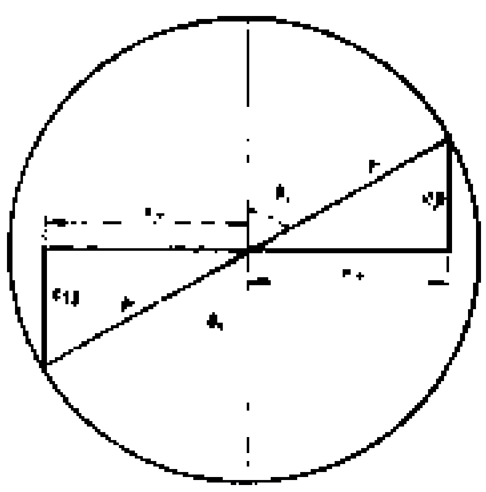
و:

$$v=\omega\sqrt{A^2-x^2} \qquad (۱۲-۱۱)$$

فرمولی که سرعت وشتاب را بصورت تابعی اززمان بیان کند از طـریـق مشتق گیری چنین محاسبه میشود .

$$v=\frac{dx}{dt}=\omega A\cos(\omega t+\theta_0) \qquad (۱۳–۱۱)$$

$$a=\frac{dv}{dt}=-\omega^2 A\sin(\omega t+\theta_0) \qquad (۱۴–۱۱)$$



شکل ۱۱–۴ رابطه بین زاویه فاز اولیه $\theta_0$ وبعد اولیه $x_0$ و سرعت اولیه $v_0$

چون‌داریم $x=A\sin(\omega t+\theta_0)$ میتوانیم‌شتاب را بصورت تابعی از بعد بنویسیم

$$a=-\omega^2 x \qquad (۱۵–۱۱)$$

هرگاه سرعت درلحظه $t=0$ برابر $v_0$ باشد از فرمول ۱۱–۱۳ نتیجه میشود

$$\cos\theta_0=\frac{v}{\omega A} \qquad (۱۶–۱۱)$$

بکمك ایـن فـرمـول و فـرمـول ۱۱–۸ یعنی $\sin\theta_0=x_0/A$ زاویه فاز اولیه یعنی $\theta_0$ را میتوان تعیین نمود. یعنی $\theta_0$ تابع بعداولیه $x_0$ وسرعت اولیه $v_0$ است. شکل ۱۱–۴ رابطه بین فازاولیه را نشان میدهد .از این مثلث نتیجه میشود :

$$A=\sqrt{x_0^2+(v_0/\omega)^2} \qquad (۱۷–۱۱)$$

این رابطه را میتوان بامساوی قراردادن $\frac{1}{2}kx_0^2+\frac{1}{2}mv_0^2$ یعنی‌انرژی اولیه با انرژی پتانسیل دربعد ماکزیموم بدست‌آورد. وضع‌حرکت‌باراه مقدارمعین $m$ و $k$ بادردست‌داشتن بعد اولیه کاملا مشخص میشود .

درجدول ۱۱–۱ مقایسه‌ای‌بین معادلات حرکت متشابه‌التغییروحرکت نوسانی ثبت شده است .

درشکل ۱۱–۵ منحنی تغییرات بعد $x$، سرعت $v$ وشتاب $a$ جسمی که‌حرکت نوسانی ساده دارد، بصورت تابعی اززمان (یازاویه $\omega t$) رسم شده است‌بعداولیه $x_0$ وسرعت اولیه $v_0$ است. زاویه فازاولیه $\theta_0$ برابر $\frac{\pi}{4}$ رادیان اختیارشده .هریك ازمنحنی‌ها درفاصله زمانی $T$

## جدول ۱۱-۱

| حرکت نوسانی ساده و برحسب $\omega$ و $\theta_۰$ | حرکت مستقیم الخط متشابه التغیر |
|---|---|
| $a = -\omega^۲ x$<br>$a = -\omega^۲ V \sin(\omega t + \theta_۰)$ | ثابت $= a$ |
| $v = \pm \omega \sqrt{A^۲ - x^۲}$<br>$v = \omega A \cos(\omega t + \theta_۰)$ | $v^۲ = v_۰^۲ + ۲a(x - x_۰)$<br>$v = v_۰ + at$ |
| $x = A \sin(\omega t + \theta_۰)$ | $x = x_۰ + v_۰ t + \frac{۱}{۲} at^۲$ |
| $A = \sqrt{x_۰^۲ + (v_۰ / \omega)^۲}$<br>$\cos\theta_۰ = v_۰ / \omega A$ | $a = ۲\pi / T = ۲\pi f^۲ = \sqrt{k/m}$<br>$\sin\theta_۰ = x_۰ / A$ |

که درآن فاز $\omega t$ باندازه $۲\pi$ افزایش یافته است رسم شده‌اند. توجه داشته باشید که وقتی بعدجسم، ماکزیموم مقدارخودرا با علامت مثبت یا منفی داشته باشد$(\pm A)$ سرعت صفر وشتاب‌ماکزیموم $(\mp a_{max})$است.همچنین وقتی $x = ۰$است سرعت ماکزیموم$(\pm v_{max})$ وشتاب صفر است.

هرگاه $t = ۰$ را وقتی اختیارکنیم که جسم دروضع تعادل یا در یکی از دو انتهای مسیر باشد، معادلات حرکت صورت ساده‌تری پیدا خواهندکـرد. مثلا $t = ۰$ را وقتی اختیارکنیم که جسم درمنتهاالیه سمت مثبت مسیرباشد داریم: $x_۰ = +A$ و $\sin\theta_۰ = ۱$ و $\theta_۰ = \frac{\pi}{۲}$ واز آنجا :

$$x = A \sin(\omega t + \frac{\pi}{۲}) = A \cos\omega t$$

$$v = -\omega A \sin\omega t$$

$$a = -\omega^2 A \sin\omega t \qquad (۱۱-۱۸)$$

این مثل این است که درشکل ۱۱-۵ بجای نقطه O نقطه O′ را مبدء قرار دهیم. منحنی x برحسب t منحنی کسینوس ومنحنی v برحسب t، منحنی منهای سینوس وبالاخره منحنی شتاب a منحنی منهای کسینوس است.

هرگاه وقتی جسم درنقطه تعادل اولیه است t = ۰ اختیار شود وجسم ابتدا بطرف راست حرکت کند داریم:

$$x_0 = 0 \quad \sin\theta_0 = 0 \quad \theta_0 = 0$$

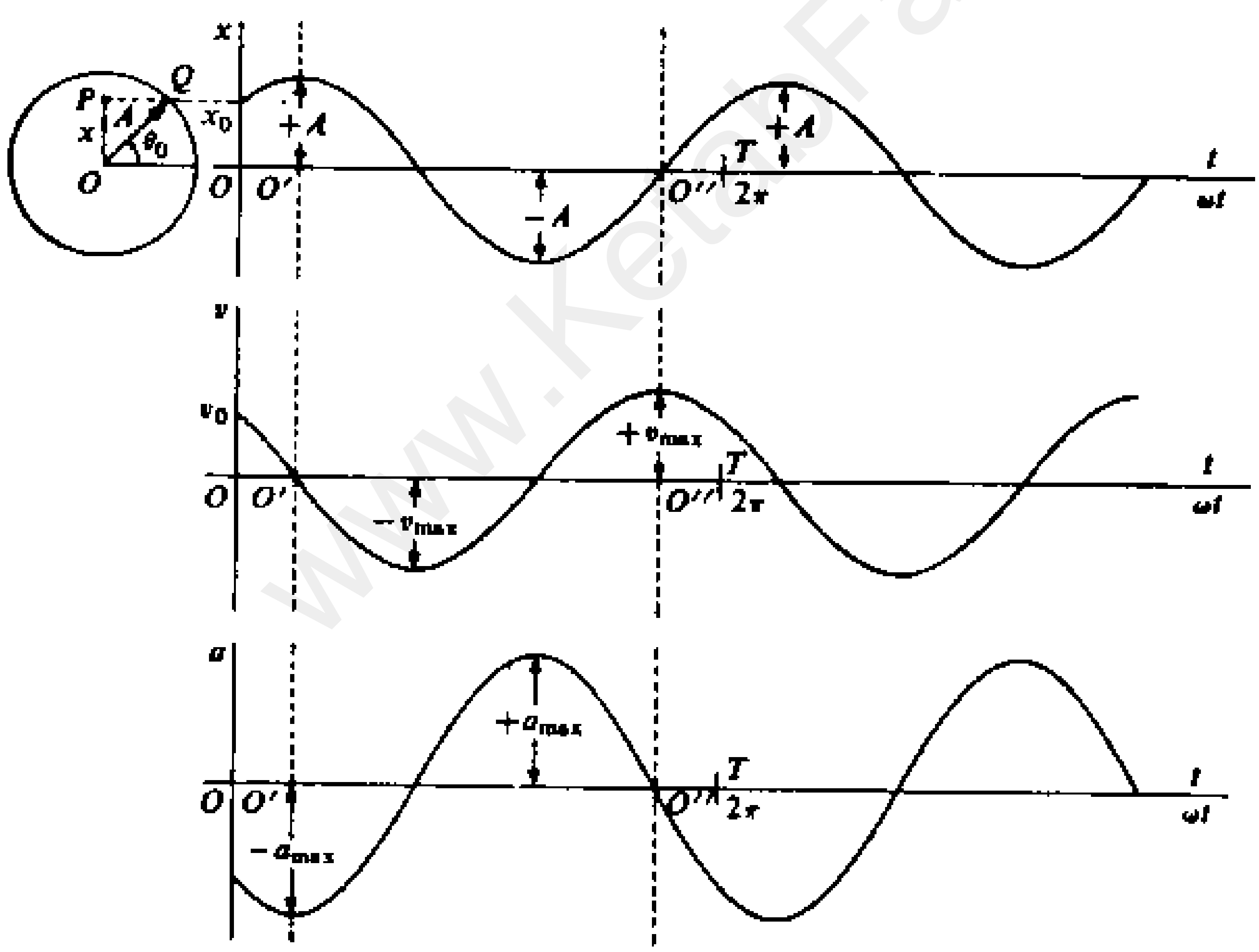
وخواهیم‌داشت:

$$x = A\sin\omega t$$

$$v = \omega A\cos t$$

$$a = -\omega^2 A\sin\omega t \qquad (۱۱-۱۹)$$

و این مثل این است که مبدء مختصات را درشکل ۱۱-۵ نقطه O″ اختیار کنیم.




شکل ۱۱-۵ منحنی تغییرات بعد x سرعت v وشتاب a جسمی که حرکت نوسانی ساده انجام میدهد نسبت به زمان

---

**مثال ـ** فرض کنیم جرم جسم شکل ۱۱-۲ برابر ۲۵gm و ضریب k برابر

$400 dynes/cm$ ونقطه شروع حرکت $10 cm$ درطرفراستوضع تعادل اولیه وسرعت اولیه حرکت $40 cm/sec$ باشد حساب کنید . (a)زمان تناوب T، (b) فرکانس f، (c) فرکانس زاویه‌ای $\omega$، (d)انرژی کل E، (e)دامنه، A (f) زاویه $\theta_0$، (g) سرعت ماکزیمم $v_{max}$، (h) شتاب ماکزیمم $a_{max}$، (i) بعد ، سرعت وشتاب‌را درزمان $\frac{\pi}{8} sec$ پس از شروع حرکت :

$$(a)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{25\,gm}{400\,dynes/cm}} = \frac{\pi}{2} sec = 1/57 sec$$

$$(b)\ f = \frac{1}{T} = \frac{2}{\pi}\ vib/sec = 0/638\ vib/sec$$

$$(c)\ \omega = 2\pi f = 4 rad/sec$$

$$(d)\ E = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = 40000\,ergs$$

$$(e)\ A = \sqrt{2E/k} = 10\sqrt{2}\ cm$$

$$(f)\ \sin\theta_0 = x_0/A = 1/\sqrt{2} \qquad \theta_0 = \frac{\pi}{4} rad$$

$$(g)\ |v_{max}| = \sqrt{2E/m} = 40\sqrt{2} cm/sec = 56/6 cm/sec$$

سرعت ماکزیمم دروضع $x = 0$ وجود دارد . بنابراین ازفرمول ۱۱-۱۲ داریم :

$$|v_{max}| = \omega A = 40\sqrt{2} cm/sec$$

(h) حداکثر شتاب دربعد ماکزیمم وجود دارد . ازفرمول ۱۱-۱۵ داریم :

$$|a_{max}| = \omega^2 x_{max} = 160\sqrt{2} cm/sec^2$$

(i) معادلات حرکت این جسم بدین صورت درمیآید :

$$x = 10\sqrt{2}\sin\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$v = 40\sqrt{2}\cos\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$a = -160\sqrt{2}\sin\left(4t + \frac{\pi}{4}\right)$$

هرگاه $t = \frac{\pi}{8}sec$ فرض‌شود زاویه فاز برابر است با :

$$\left(4t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\pi}{4}\ rad$$

$$x = 10\sqrt{2}\ \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 10\ cm$$

$$v = 40\sqrt{2}\ \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -40\ cm$$

$$a = -160\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -160\ cm/sec^2$$

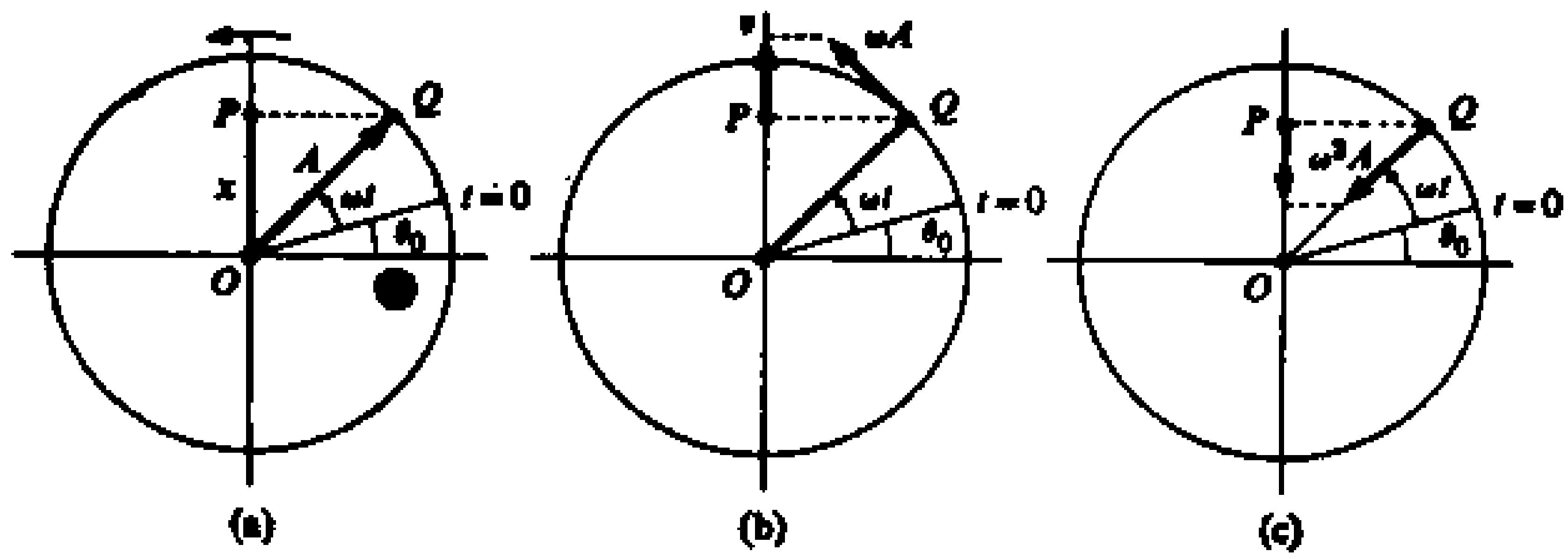
منحنی شکل ۱۰-۴ نمایش معادلات فوق میباشد (بشرط اینکه مقیاس‌های زیر درمورد منحنی مذکور درنظر گرفته شود)

$A = 10\sqrt{2}cm$ $\quad$ $v_{max} = 40\sqrt{2}cm/sec$ $\quad$ $a_{max} = 160\sqrt{2}cm/sec^2$

$$T = \frac{\pi}{2}sec$$

---

معادله حرکت نوسانی را میتوان بطریق هندسی زیر نیز بدست آورد . فرض کنیم پاره خط OQ درشکل ۱۱-۶ (a) بطول A (دامنه نوسان) ، با سرعت زاویه‌ای $\omega$ حول نقطه O بچرخد . گاهی اوقات OQ را بردار دوار میگویند . این تشبیه ممکن است بر صفحه تصویر معقول باشد ولی توجه داشته باشید‌که OQ واقعاً یک کمیت برداری نیست . ما آنرا روتور مینامیم . (درزبان آلمانی آنرا Zeiger مینامندکه بمعنای عقربه است ) . فرض کنیم درلحظه $t = 0$ زاویه بین روتور ومحور افقی برابر زاویه فاز اولیه $\theta_0$ باشد . P تصویر Q برمحور قائم است . وقتی OQ حرکت دورانی‌متشابه داشته باشد P برمحور قائم نوسان ساده‌ای خواهد داشت .




شکل ۱۱ـ۶ ، نمایش هندسی حرکت نوسانی ازطریق تصویر روتور OQ برمحورقائم

اکنون نشان‌میدهیم که معادله حرکت P عیناً مثل‌معادله‌حرکت نوسانی‌ساده‌ایست که دامنه آن A فرکانس زاویه‌ای آن $\omega$ فاز اولیه‌آن $\theta_0$ باشد . هرگاه $OP=x$ فرض شود درهرلحظه دلخواه t زاویه بین OP ومحورافقی زاویه فاز $\omega t+\theta_0$ است و :

$$x = A\sin(\omega t+\theta_0)$$

سرعت نقطه Q [به شکل ۱۱ـ۶ (b) نگاه‌کنید] برابر $\omega A$ است ومؤلفه قائم آن که برابرسرعت نقطه P است چنین محاسبه میشود .

$$v=\omega A\cos(\omega t+\theta_0)$$

شتاب نقطه Q شتاب شعاعی $\omega^2 A$ است [شکل ۱۱ـ۶ (c) ] ومؤلفه قائم این شتاب که شتاب نقطه P است چنین بدست میآید :

$$a=-\omega^2 A\sin(\omega t+\varphi)$$

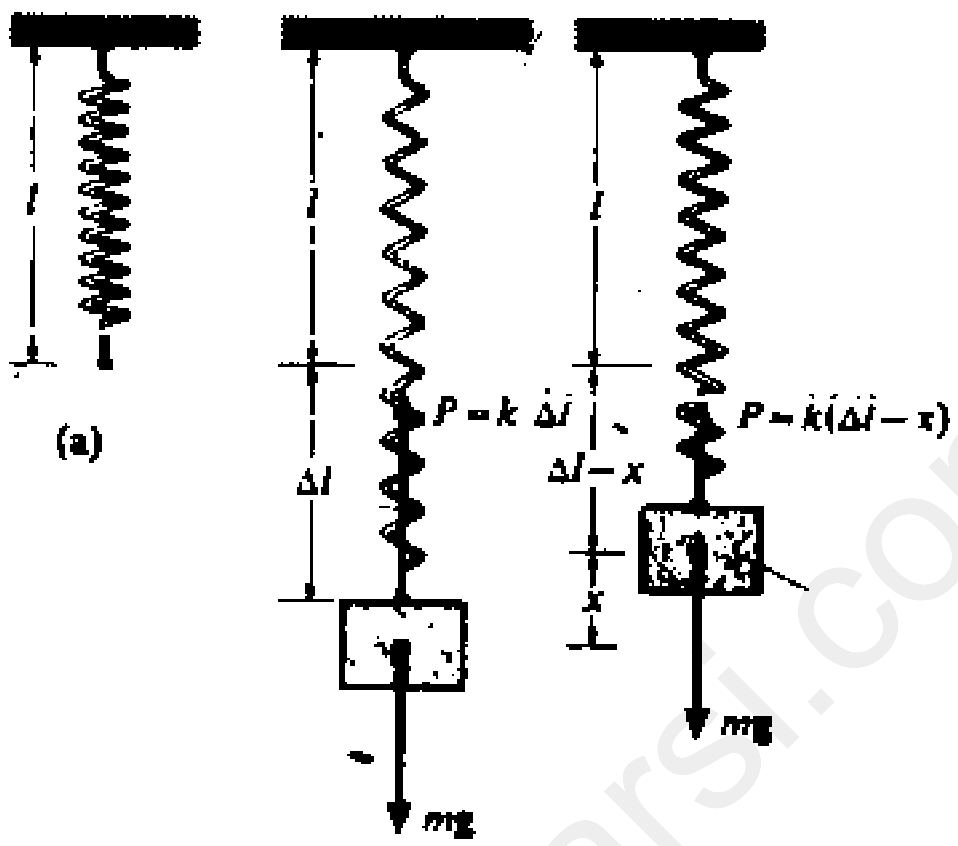
علامت منفی حتماً باید نوشته شود ، زیرا اعم از اینکه سینوس فاز مثبت یامنفی‌باشد شتاب منفی است . در حالت خاصی‌که با فرمولهای ۱۱ـ۸ تطبیق کند زاویهٔ فاز اولیه ۹۰° ونقطه Q درلحظه $t=0$ دربالاترین‌نقطه دایره است . هرگاه درلحظه $t=0$ نقطه Q درانتهای راست قطر افقی باشد $\theta_0=0$ و وضع حرکت با فرمولهای ۱۱ـ۱۹ تطبیق میکند .

## ۱۱ـ۵ ، حرکت جسمی که بفنر مارپیچی آویزان است

درشکل ۱۱ـ۷ (a) فنری نشان داده شده‌است‌که ضریب ثابت‌آن k وطول‌آزادآن l است . هرگاه نظیر قسمت (b) جسمی بجرم m بآن آویزان شود پس‌ازآنکه طول فنر

باندازه $\Delta l$ افزایش یافت ؛ وزنه بافنر بحال‌تعادل میایستد . دراینحال نیروی $P$ وارده‌از فنربه جسم رو ببالا و برابر وزن جسم است . چون داریم : $P=k\Delta l$ بنابراین خواهیم داشت :

$$k\Delta l=mg$$




شکل۱۱-۷ ، نیروی برگشتی مؤثر برجسمی که بفنری آویزان است متناسب با ازدیاد طول نسبت به وضع تعادل اولیه است

حال فرض‌کنیم جسم درفاصله $x$ بالای وضع تعادل‌اولیه‌است(قسمت c شکل). ازدیاد طول فنردراینحال برابر $\Delta l - x$ ونیروئی‌که روببالا برآن اثرمیکند $k(\Delta l - x)$ و $F$ برآیندنیروهای مؤثر برآن، برابراست با :

$$F=k(\Delta l-x)-mg=-kx$$

بنابراین برآیند نیروها متناسب باتغییرطول جسم **نسبت بوضع تعادل** است وهرگاه جسم درامتداد قائم بحرکت درآید بافرکانس زاویه $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ بنوسان درمیآید .

---

جزدرحالتیکه جرم فنرصفراست باید نوسان خود فنررا نیز درنظرگرفت . نمیتوان جرم فنررا باجرم جسم جمع‌کرده مجموع آندو را درمحاسبات بکاربرد . زیرا هرنقطه از فنر دامنه نوسان مخصوص بخود دارد . دامنه نوسان پائین ترین نقطه آن بـاندازه دامنه نوسان جسم ودامنه نوسان نقطه تعلیق آن صفر است . بطریق زیر اثر وجود فنررا تصحیح می‌کنیم .

فرض‌کنیم $L$ طول فنردرحالی است‌که باری بآن آویزان نباشد و $m_s$ جرم آن است

اینك انرژی جنبشی آنرا در حالتیکه سرعت پائین ترین نقطه آن $v$ است محاسبه میکنیم . جزء کوچکی از فنر را بطول $dy$ وبفاصله $y$ زیر نقطه تعلیق درنظر گرفته جرم آنرا $dm_s$ فرض میکنیم داریم :

$$dm_s = \frac{m_s}{L} dy$$

میتوان فرض کرد که تمام نقاط فنر حرکت نوسانی هم فاز دارند وسرعت $v_s$ هر نقطه متناسب با فاصله آن از نقطه ثابت است یعنی $v_s = \frac{y}{L} \cdot v$

وانرژی جنبشی این جزء برابر است با :

$$dE_k = \frac{۱}{۲} \cdot dm \cdot v_s^۲ = \frac{۱}{۲} \frac{m_s}{L} dy \left(\frac{y}{L} v\right)^۲$$

وانرژی جنبشی کل فنر برابر است با :

$$E_k = \frac{۱}{۲} \frac{m_s v^۲}{L^۳} \int_۰^L y^۲ dy = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۳} m_s\right) v^۲$$

یعنی انرژی جنبشی فنری که درحال نوسان است برابرانرژی جنبشی جسمی است که جرم آن $\frac{۱}{۳}$ جرم فنر ودامنه نوسان آن برابر دامنه نوسان انتهای آزاد فنراست . لـــــذا **جرم معادل دستگاه برابر** جرم جسم آویزان باضافه یکسوم جرم فنراست .

---

**مثال** ــ جسمی بجرم یك کیلوگرم به فنری بجرم ۰/۰۳ کیلوگرم آویزان است ضریب ثابت فنر $۶۶ n/m$ است . هرگاه آنرا $۰/۰۳m$ متر ازحالت تعادل اولیه پائین آورده وبا سرعت $۰/۴ m/sec$ بطرف پائین پرتاب کنیم فرکانس و دامنه حرکت جسم را پیدا کنید . فرکانس زاویه‌ای برابراست با :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+m_s}} = \sqrt{\frac{۶۶ n/m}{۱/۰۳ kgm}} = ۸/۰۰ \frac{rad}{sec}$$

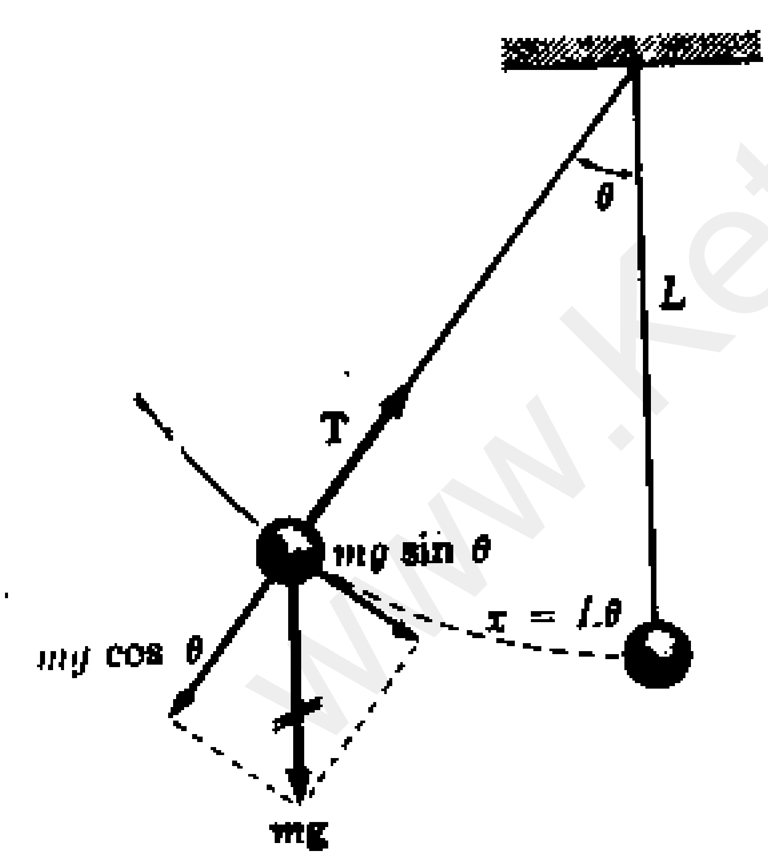
دامنه برحسب بعد اولیه وسرعت را با استفاده از فرمول ۱۱ــ۱۷ بدست میآوریم .

$$A=\sqrt{x_0^2+(v_0/\omega)^2}=\sqrt{(0/03\,m)^2+\left(\frac{0/2\,m}{8}\right)^2}=0/0582\,m$$

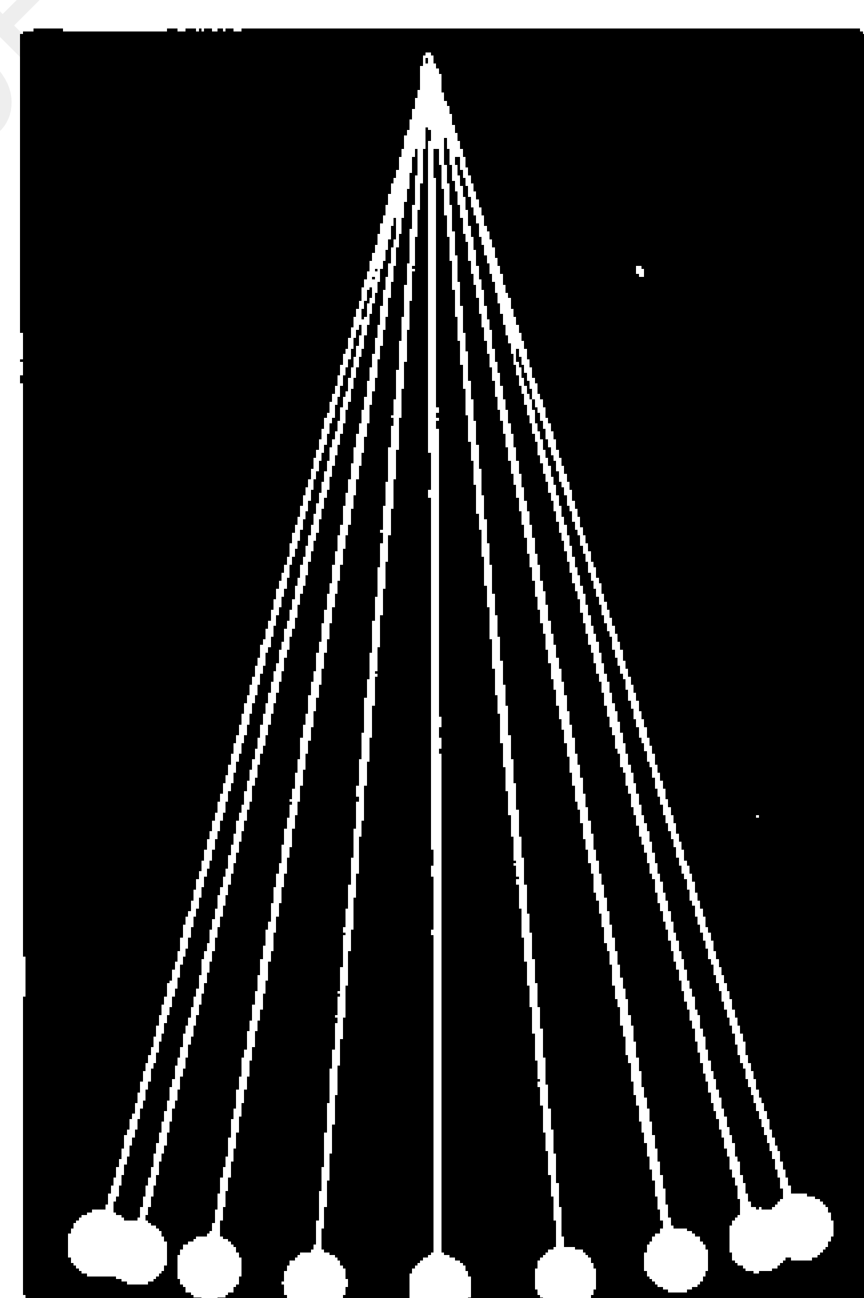
## ۱۱-۶ ، پاندول ساده

پاندول ساده یا ریاضی عبارت است از نقطه مادی بی حجمی که بطناب بیوزن وغیر قابل‌انعطافی آویزان باشد . هرگاه پاندول را باندازه $\theta$ (شکل ۱۱-۸) ازوضع تعادل منحرف کنیم نیروی محرك $mg\sin\theta$ و تغییر مکان $S=L\theta$ است . ( $L$ طول پاندول ) $\theta$ برحسب رادیان سنجیده میشود . حرکت ، نوسانی ساده نیست زیرا نیروی $mg\sin\theta$ متناسب با $\sin\theta$ است ولی جابجائی متناسب با $\theta$ است یعنی نیرو متناسب با جابجائی نیست . هرگاه زاویه $\theta$ کوچك باشد بطوریکه $\sin\theta$ و $\theta$ را بتوان مساوی فرض کرد خواهیم داشت :

$$F\simeq -mg\theta\simeq -\left(\frac{mg}{L}\right)s$$




شکل ۸-۱۱ ، نیروهای مؤثر بر گلوله پاندول



شکل ۱۱-۹ ، نوسان یك پاندول ساده

بنابراین ضریب ثابت (نظیر ضریب ثابت فنر) در اینجا $k=\frac{mg}{L}$ است وزمان

نوسان پاندول از رابطه زیر بدست میآید :

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (۱۱-۲۰)$$

میتوان نشان داد که هرگاه پاندولی باندازه $\Phi$ (که نسبتاً زیاد است) منحرف شود زمان تناوب آن از رابطه زیر بدست میآید :

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1+\frac{1^2}{2^2}\sin^2\frac{\varphi}{2}+\frac{1^2\times3^2}{2^2\times4^2}\sin^4\frac{\varphi}{2}+\dots\right) \qquad (۱۱-۲۱)$$

بکمك این فرمول باهر تقریب دلخواه میتوان زمان تناوبرا حساب کرد . وقتیدقت بیشترمورد نظر باشد تعداد جملات زیادتریرا بحساب میاوریم . هرگاه $\Phi=15°$ باشد. اختلاف محاسبه ازطریق فرمولهای ۱۱-۲۰ و ۱۱-۲۱ درحدود نیم درصد است .

اینکه پاندول را وسیله سنجش زمان قرار میدهند متکیبراین واقعیت استکه تغییر دامنه نوسان در زمان نوسان بیتأثیراست. بنابراین وقتی دامنه نوسانکمی کمترشود زمان نوسانآن تغییر نمیکند .

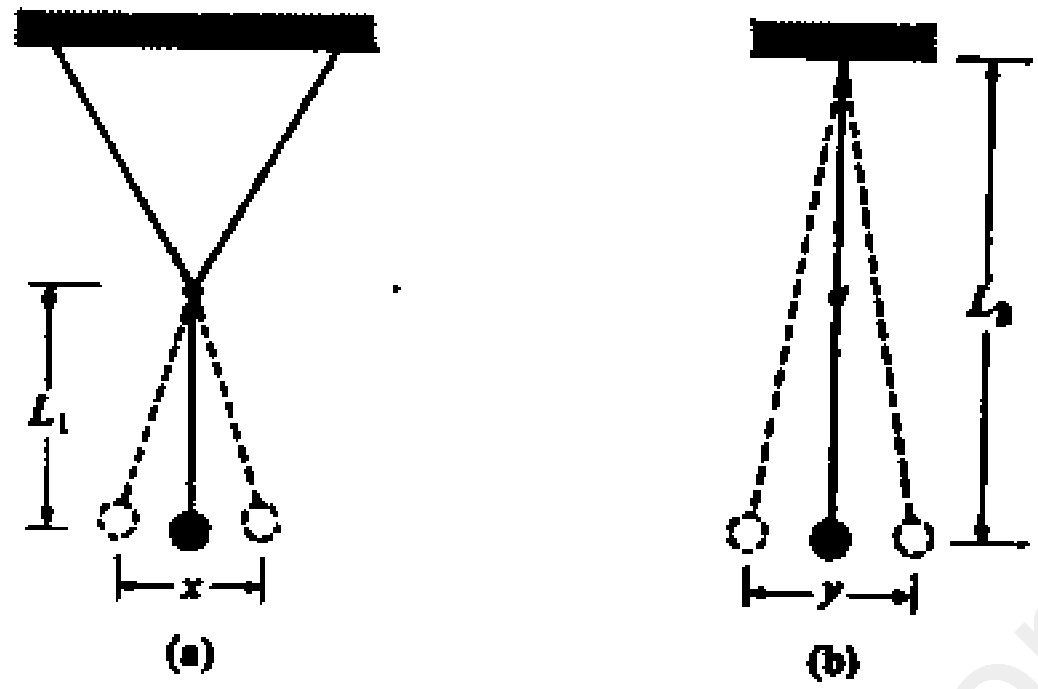
پاندول ساده وسیله مناسبی برای تعیین اندازه g شتاب ثقل است . با معلوم بودن L و T میتوان g را اندازهگرفت . پاندولهائیکه دارای ساختمانهای پیچیدهتر هستند درژئوفیزیك مورد استفاده است . بکمكاین پاندولهامیتوان مقادیر g را درنقاط مختلف زمین بادقت کافی اندازهگرفت . از این طریق میتوان وجود معادن ، آب ویا ترکیبات دیگررا درنقطه معینی از زمین تعیین نمود . میدانیم جرم قشرهای نزدیکتر به محل معینی درزمین در اندازه g آن محل تأثیر بیشتری دارد . پس با اندازهگیری دقیق g در یك نقطه میتوان تاحدودی ترکیبات قشرهای مجاور این نقطه را پیش بینینمود .

شکل ۱۱-۹ عکس برداری‌سریع‌ازپاندولیکه درحال نوسان بوده استنشانمیدهند.

## ۷-۱۱ ، تصاویر Lissajous

منحنیهای لیساژوس منحنیهائی هستندکه مسیر نقطهای را که در یکزمان حول دو محور متعامد x و y حرکت نوسانی ساده دارند نشان میدهند . در حالت کلی دامنه و فرکانس ارتعاش درامتداد دومحور متفاوتاند وهرارتعاش، فاز اولیه خاصخود دارد گلوله پاندول شکل ۱۱-۱۰ را سه نخکه بشکل Y بهم وصل اند آویزان نگاه میدارد . هرگاه مطابق قسمت (a) شکل پاندول در امتداد محور x ها نوسان کند فرکانس آن با فرکانس پاندولی بطول $L_1$ یکی است . درامتداد محور y ها نوسانآن با نوسان پاندولیبطول $L_2$

برابراست . اگردر نوسان درهردوامتداد شروع‌شود گلوله پاندول دارای دوارتعاش‌همزمان با دوفرکانس معین میباشد .




شکل۱۱-۱۰ ، پاندول مضاعف برای رسم منحنی‌های لیسایوس

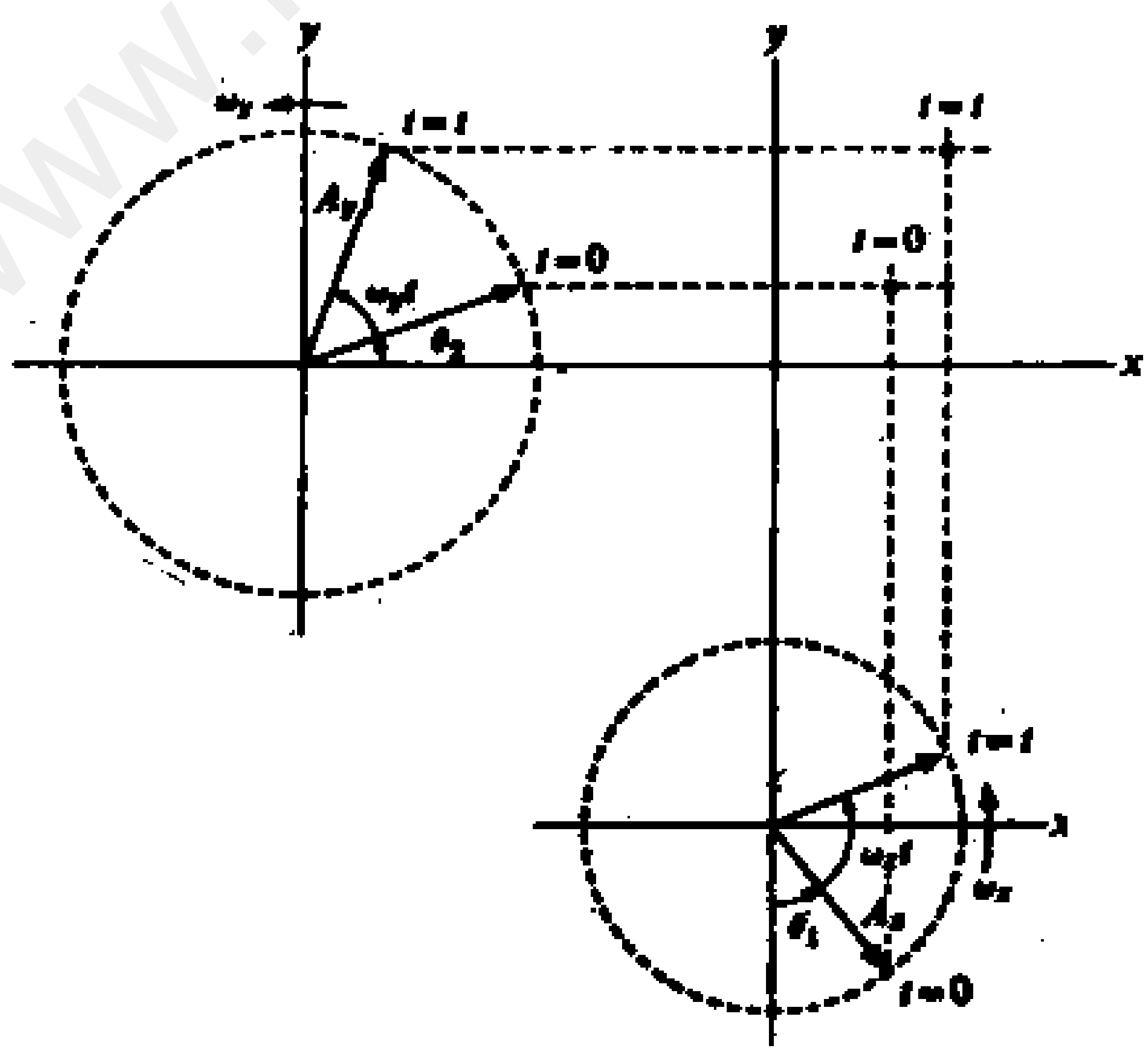
هرگاه ولتاژ متناوب با فرکانس‌های مختلف را به صفحات افقی و عمودی منحرف کننده شعاع الکترون در اسیلوسکوپ وصل‌کنیم برصفحه آن منحنی لیسایوس رسم میشود .

صورت‌کلی معادلات برای این‌منحنی‌ها چنین است .

$$x = A_x \sin(\omega_x t + \theta_1) \qquad y = A_y \sin(\omega_y t + \theta_2)$$

دراین فرمولها $A_x$ و $A_y$ دامنه‌نوسانها در دوامتداد، $\omega_x$ و $\omega_y$ فرکانس‌زاویه‌ای $\theta_1$ و $\theta_2$ فاز اولیه درامتدادهای مذکور هستند . این دو معادله صورت پارامتری معـادله مسیرمیباشند .

با روش نشان داده شده درشکل ۱۱-۱۱ (روش دیاگرام‌روتور) میتوان منحنی‌های




شکل ۱۱-۱۱ ، طریقه رسم منحنی لیسایوس

مذکور را رسم نمود . بعد x روتور در دایره پائینی x نقطه معینی از مسیر و y روتور در دایره بالائی y این نقطه متحرك را مشخص میکند ، بنابراین ، با رسم امتدادهای قائم وافقی از انتهای روتورهای همزمان روی دو دایره مذکور و تقاطع آنها با یکدیگر نقاطی مشخص میشوند که از وصل آنها بیکدیگر منحنی‌های لیسایوس بدست میآید . درشکل ۱۱-۱۱ فقط دونقطه مربوطه به $t=\cdot$ و $t=t$ مشخص شده است .

منحنی‌هائی که درشکل ۱۱-۱۲ رسم شده‌اندچندشکل‌ازمنحنی‌های لیسایوس‌را برای مقادیر مختلف $\theta_1$ و $\theta_2$نشان میدهند $A_x$ و $A_y$ درکلیه‌منحنی‌هایکی‌است.هرگاه‌فرکانسها باهم‌تطبیق کنندمسیرهامرتباً تکرارمیشوند.هرگاه‌فرکانسهابرهم‌تطبیق نکنندمنحنی‌مسیرمنحنی بسته نخواهد بودوشکل کاملا صورت‌پیچیده‌ای‌بخودمیگیرد.هرگاه فرکانسهاخیلی نزدیك بهم باشند مسیر، تغییرمکان‌بسیارکندی‌دارد. هرگاه حرکت‌ارتعاشی‌خیلی سریع‌باشد(که معمولا هم‌چنین‌است)وازآن‌تصویری‌برصفحه‌اسیلوسکوپ‌تشکیل‌شود، نزدیکی‌فرکانسهاباعث‌تغییرمکان واحیاناً تغییرشکل‌تدریجی‌وبسیارکند منحنی‌میشود،پس‌هرگاه‌فرکانسها بسیار نزدیك‌بهم باشند $\left(\frac{\omega_x}{\omega_y} \simeq 1\right)$ منحنی مسیر از خط مستقیم °۴۵ [شکل ۱۱-۱۲(a) ] به بیضی (b) وسپس به دایره (c) ومجدداً به بیضی (d) وبالاخره بخطراستی درامتداد °۴۵ وعمود برخطاولی (e) تبدیل‌میشود .

## ۱۱-۶ ، حرکت نوسانی‌زاویه‌ای

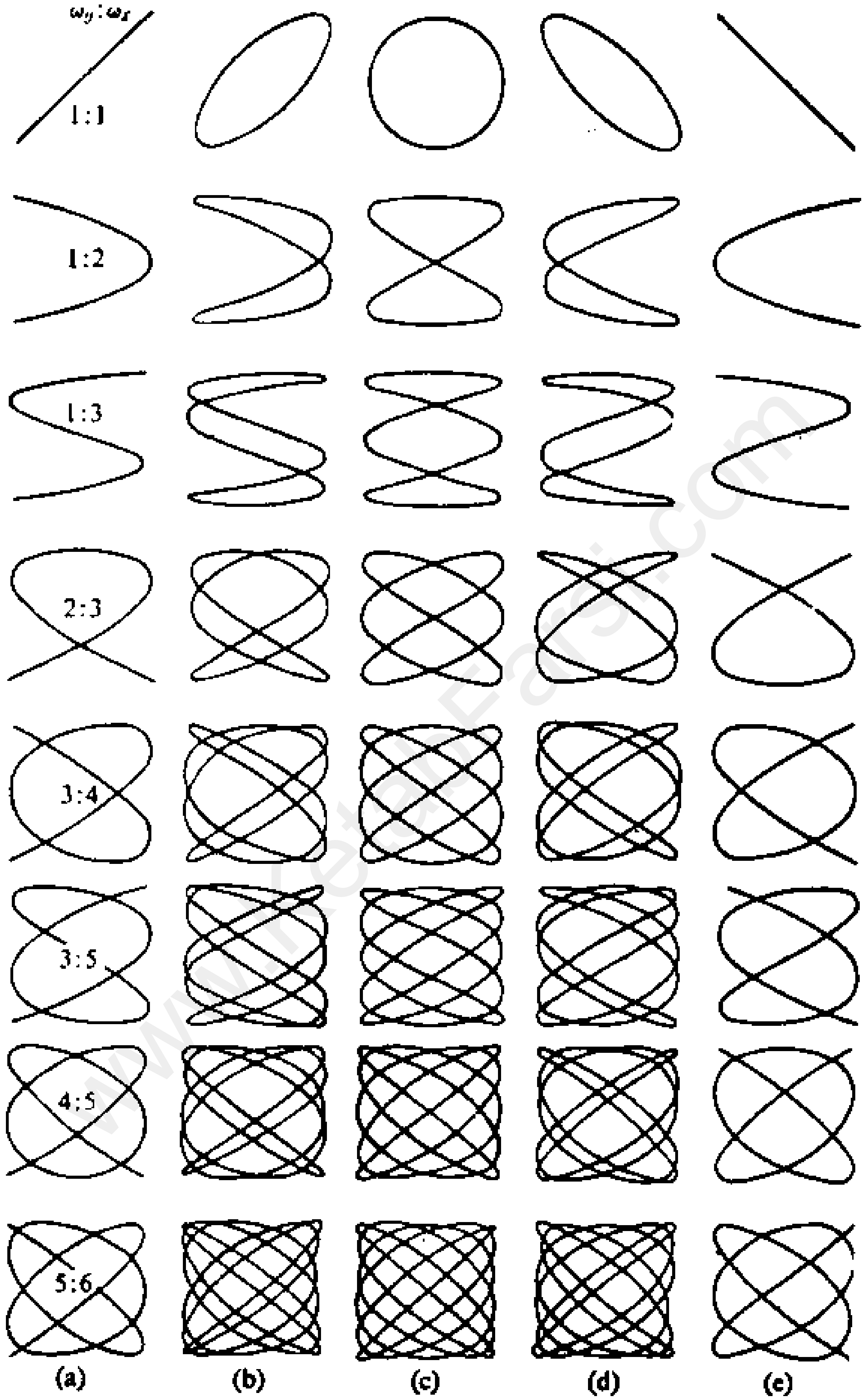
از نظر ریاضی ، نوسان زاویه‌ای کاملا شبیه نوسان خطی است . فرض کنیم جسمی بتواند حول محوری بچرخد و بر آن گشتاور $\Gamma$ که متناسب با $\varphi$ زاویه انحراف جسم از وضع تعادل است وارد شود . دراینصورت داریم :

$$\Gamma = -k'\varphi$$

$k'$ ضریب تناسب بین گشتاور وزاویه انحراف است ومیتوان آنرا گشتاورلازم‌برای انحراف‌واحد(رادیان) دانست . $k'$ را معمولا torque constant مینامند . هرگاه گشتاور اصطکاك قابل اغماض باشد معادله دیفرانسیل حرکت چنین :

$$\Gamma = -k'\varphi = I\alpha = I\omega\frac{d\omega}{d\varphi}$$

$$I\omega\frac{d\omega}{d\varphi} + k'\varphi = \cdot \qquad (۱۱-۲۲)$$






شکل ۱۱ـ۱۲

که درآن I ممان دینرسی جسم نسبت به محور است . چنانکه می‌بینیم فرمول ۱۱-۲۲ ، عیناً شبیه فرمول ۱۱-۱ است . بدین‌ترتیب که جابجائی زاویه‌ای $\Phi$ نظیر جابجائی خطی x ، ممان دینرسی I نظیر جرم m وضریب ثابت گشتاور $k'$ نظیرضریب ثابت نیروی k است . بنابراین حل معادله دیفرانسیل را تکرارنکرده فقط ازروی تشابه مینویسیم :

$$\Phi = \Phi_m \sin(\omega t + \theta_0)$$

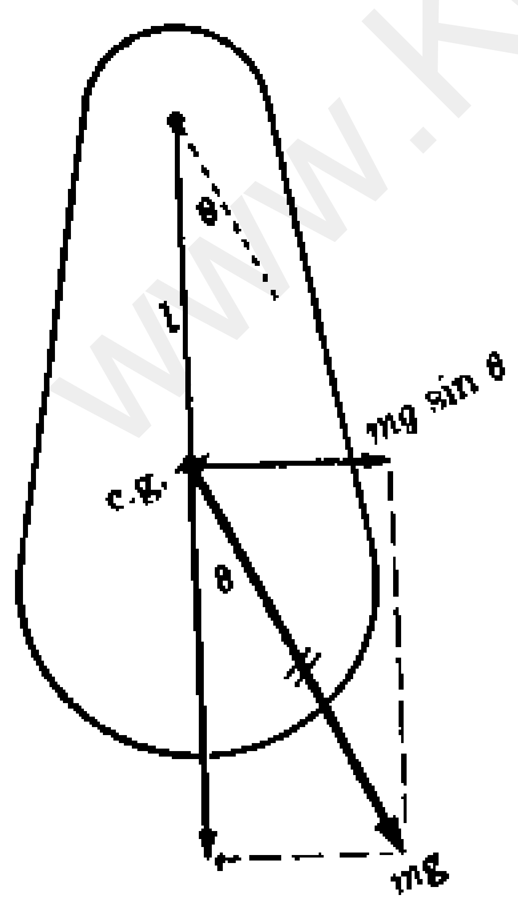
که درآن $\omega = \sqrt{k'/I}$ فرکانس زاویه‌ای و $\Phi_m$ ماکزیمم زاویه انحراف است که میتوان آنرا دامنه زاویه‌ای نامید .

رقاصك ساعت نمونه معمول جسمی است که نوسان زاویه‌ای دارد . فرض براین است که زمان نوسان تابع فشارفنرکوك ساعت نیست. بنابراین میتوان از رقاصك بعنوان کنترل کننده زمان استفاده نمود . ( عملا وقتی ساعت کم‌کوك میشود زمان نوسان رقاصك تغییر میکند . )

## ۱۱-۹ ، پاندول فیزیکی

درشکل ۱۱-۱۳ جسمی باشکل دلخواه نشان داده شده است که بمحور O آویزان است و خطی که O را بمرکز ثقل وصل میکند ازوضع قائم باندازه $\theta$ منحرف شده است. هرگاه l فاصله O تا مرکز ثقل باشد ، گشتاور حاصله ازنیروی mg نسبت به O برابراست با.

$$\Gamma = -mgl \sin\theta$$



شکل ۱۳-۱۱ ، پاندول فیزیکی

بنابراین وقتی پاندول را رها کنند حول محور O نوسان‌میکنداما دراینجا نیزنظیرپاندول ساده ، حرکت نوسانی‌ساده (زاویه‌ای) نیست زیرا $\Gamma$ متناسب با $\sin\theta$ است . هرگاه $\varphi$ کوچك باشد بطوریکه بتوان $\sin\theta$ را با $\theta$ مساوی فرض کرد، میتوان حرکت‌را تقریباً نوسانی‌ساده‌ای(زاویه‌ای) فرض‌نمود . هرگاه چنین‌تقریبی را درنظر گیریم خواهیم داشت :

$$\Gamma = -(mgl)\,\theta$$

وضریب ثابت گشتاور $k' = -\frac{\Gamma}{\theta}$ برابر mgh است . فرکانس زاویه‌ای برابراست با :

$$\omega = \sqrt{k'/I} = \sqrt{mgh/I}$$

وزمان‌تناوب پاندول‌برابرخواهد بودبا .

$$T = \frac{۱}{f} = \frac{۲\pi}{\omega} = ۲\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \qquad (۱۱\text{-}۲۳)$$

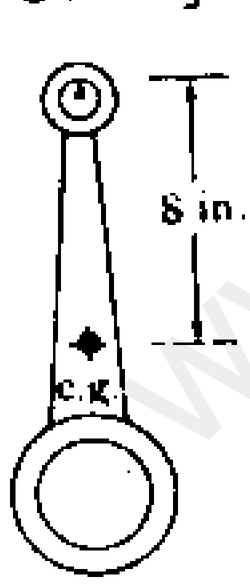
چنین جسمی‌را پاندول فیزیکی مینامندکه برعکس پاندول‌ریاضی که وجودی‌ایده‌آلی است،میتواند وجود داشته باشد . همه پاندول‌های معمولی پاندول فیزیکی هستند .

---

**مثال—** میتوان ممان دینرسی را ازفرمول ۱۱—۲۳ چنین بدست آورد :

$$I = \frac{T^۲ mgh}{۴\pi^۲}$$

مقادیرسمت راست فرمول همگی قابل اندازه‌گیری هستند . بنابراین ممان دینرسی هرجسمی باشکل دلخواه را میتوان باآویزان‌کردن و اندازه‌گیری زمان نوسان آن حول محور ، اندازه‌گرفت . محل مرکز ثقل را میتوان بآسانی از طریق متمادل‌کردن جسم پیدا نمود . چون m و T و g و h معلوم هستند I قابل محاسبه است . مثلا در شکل ۱۱—۴ دسته پیستنی نشان داده شده است‌که مطابق‌شکل به تیغه متکی است . وزن میله ۴lb و مرکز آن ۸in پائین‌تر از تیغه است. وقتی آنرا بنوسان درآورند در مدت ۱۲۰ ثانیه ۱۰۰ نوسان کامل انجام میدهد یعنی $T = \frac{۱۲۰\,sec}{۱۰۰\,sec} = ۱/۲sec$ پس داریم :



شکل ۱۱—۱۴

$$I = \frac{(۱/۲)^۲ sec^۲ \times ۴lb \times \frac{۲}{۳}ft}{۴\pi^۲} = ۰/۰۹۷\ slugft^۲$$

## ۱۱-۱۰ ، مرکز نوسان

وقتی‌یك پاندول فیزیکی دردست باشد میتوان طول پاندول ریاضی مفروضی را چنان

محاسبه وتعیین نمود که زمان نوسان‌آن بازمان نوسان پاندول فیزیکی مساوی باشد. چنین پاندولی را **پاندول همزمان** یا **پاندول معادل** مینامند، هرگاه $L$ طول پاندول ساده همزمان باشد داریم :

$$T=۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=۲\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

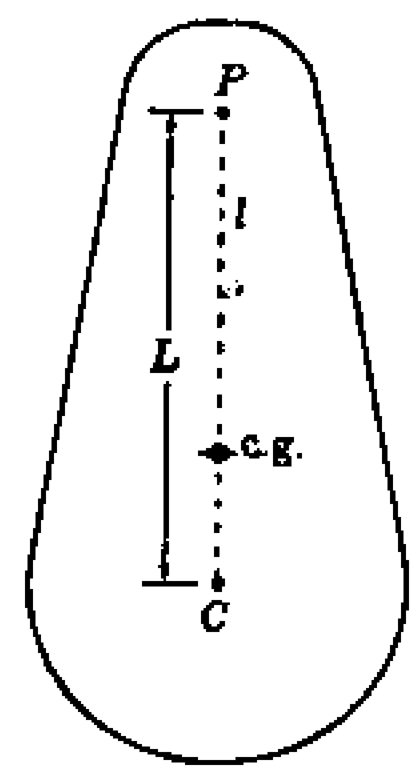
و :

$$L=\frac{I}{mgh} \qquad (۱۱-۲۴)$$

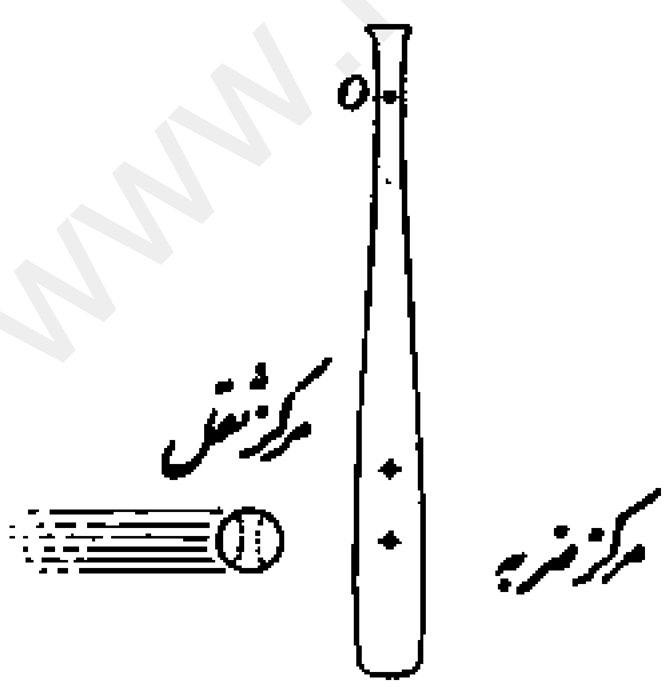
بنابراین در محاسبه زمان نوسان پاندول میتوان تمام جرم آنرا در نقطه‌ای بفاصله $L=\frac{I}{Mh}$ ازآویزگاه‌فرض کرد. این‌نقطه را **مرکز نوسان** پاندول مینامند.

---

درشکل ۱۱-۱۵ جسمی نشانداده شده‌است‌که حول محور $O$ میتواند نوسان کند و مرکز نوسان آن نقطه $P$ است. مرکز نوسان و نقطه تعلیق دارای خاصیت جالبی هستند بطوری‌که اگرجسم‌را به محوری‌که از $P$ میگذرد‌آویزان کنیم زمان نوسان‌آن تغییر نمیکند ونقطه $P$ مرکز نوسان جدیداست. نقطه تعلیق ومرکز نوسان را **نقاط مزدوج** مینامند.



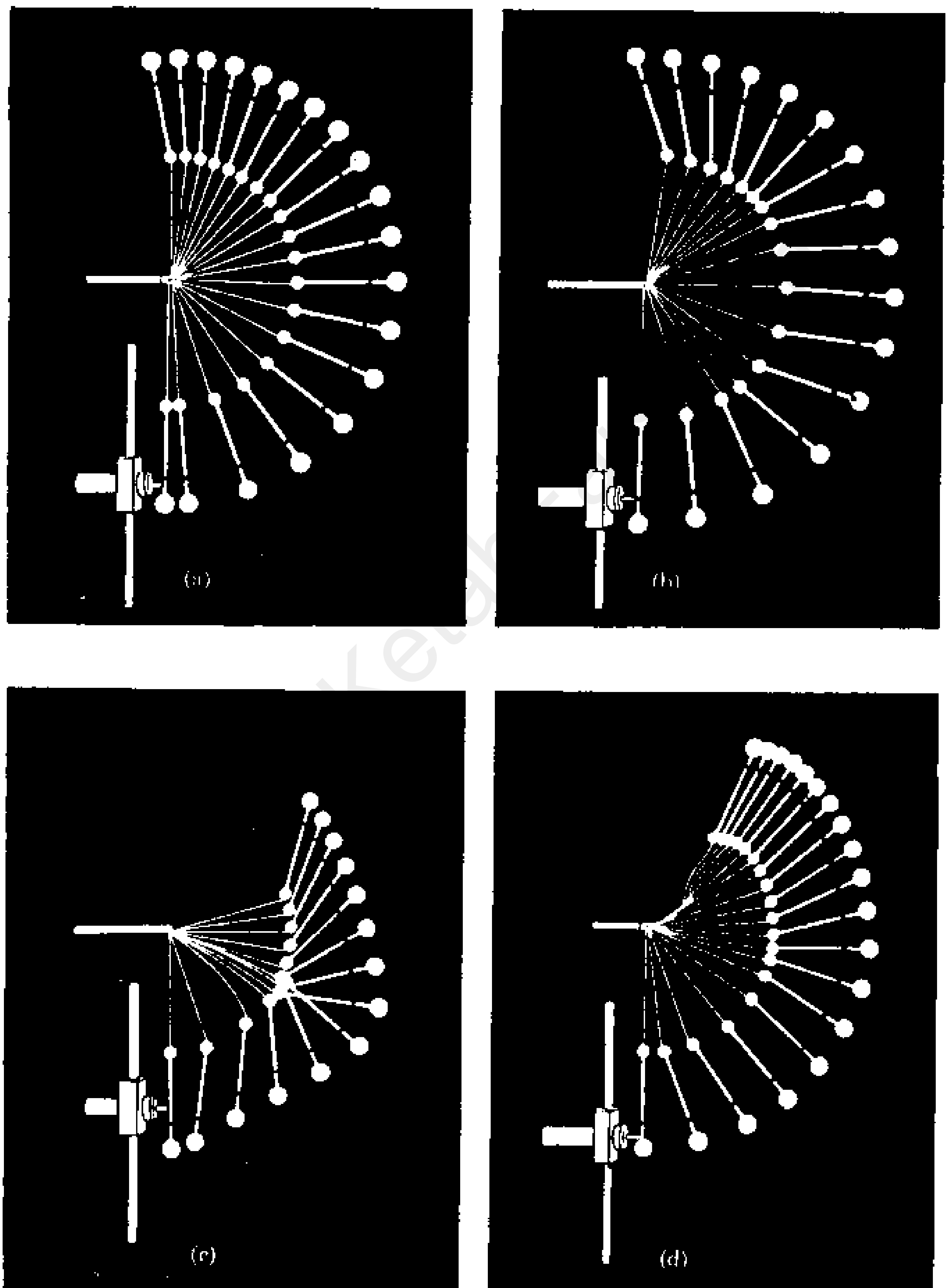

شکل۱۱-۱۵ مرکز نوسان طول $L$ برابر طول‌پاندول ساده همزمان است




شکل۱۱-۱۶ مرکزنوسان برمرکزضربه منطبق‌است

مرکز نوسان خاصیت مهم دیگری را دارا میباشد. شکل ۱۱-۱۶ راکت تنیسی را نشان میدهد که بنقطه $O$ آویزان است. هرگاه توپی بمرکز نوسان‌آن برخورد‌کند، نیروی ضربه‌ای برمحور تعلیق اثر نمیکند وبهمین دلیل مرکز نوسان را **مرکزضربه** نیزمینامند.

درشکل ۱۱ـ۱۷ عکس برداری سریع ومتوالی ازجسمی‌آویزان که برآن ضربه افقی وارد آمده‌است برداشته شده مرکز ثقل با خط سیاهی‌که روی جسم رسم شده مشخص است .




شکل ۱۱ـ۱۷ حرکات جسمی که به‌طور آویزان است و جسمی در امتداد افق بآن ضربه وارد میکند .

در(a) ضربه برمرکزضربه واردشده وچنانکه دیده میشود مسیر حرکت جسم صاف ومنظم است. در (b) ضربه برمرکز ثقل وارد شده است در اینجا جسم نمیخواهد حول محور بچرخد و حرکت آن در ابتدا فقط حرکت انتقالی است . و این میرساندکه مرکز ثقل ومرکز ضربه برهم منطبق نیستند. در(c) و (d) بترتیب ضربه بربالا وپائین مرکز ضربه وارد شده است.

# مسائل

**۱۱ــ۱** صورت کلی معادلات حرکت نوسانی ساده $y=A\sin(\omega t+\theta_0)$ است که میتوان آنرا بصورت $y=B\sin\omega t+C\cos\omega t$ نوشت. (a) رابطه ای بین A دامنه و ضرائب B و C و $\theta_0$ راپیداکنید. (b) بارسم شکل ، این مقادیر را با بردار نمایش دهید .

**۱۱ــ۲** برجسمی بجرم ۰/۲۵kgm نیروی الاستیکی وارد میشود و ضریب ثابت $k=۲۵n/m$ است.(a) منحنی انرژی پتانسیل $E_p$ برحسب تغییرمکان x را در فاصله $+۰/۳m > x > -۰/۳m$ رسم کنید. هرسانتیمتر را معادل ۰/۰۱ ژول (روی‌محور قائم ) و۰/۰۳m ( روی محور افقی ) فرض کنید.

هرگاه جسم باانرژی پتانسیل اولیه ۰/۶j وبا انرژی جنبشی اولیه ۰/۲j بحرکت درآید بکمك منحنی بسئوالات زیر جواب دهید :

(b) دامنه حرکت چــه اندازه است ؟ (c) انرژی پتانسیل را وقتی بعد نصف دامنه است بدست‌آورید. (d) درچه بعدی انرژی جنبشی‌وپتانسیل مساوی یکدیگرند. (e)اندازه سرعت جسم درنقطه وسط مسیر چه اندازه‌است ؟ ( f ) زمان تناوب T و (g) فرکانس f و ( h ) فــرکانس زاویــه‌ای $\omega$ رابدست‌آورید.( i ) هرگــاه $A=۱۵cm$ و بعد اولیه $x_0=۷/۵cm$ وسرعت اولیه $v_0$ منفی باشد اندازه فازاولیه $\theta_0$ راپیداکنید.

**۱۱ــ۳** جسمی بافرکانس ۴vib/sec و دامنه ۱۵cm حرکت نوسانی ساده دارد . پیداکنید.(a)ماکزیموم‌اندازه‌سرعت‌وشتاب.(b) شتاب وسرعت‌را وقتی‌بعد $x=۹cm$ است. (c) زمان لازم برای رفتن جسم ازوضع تعادل به بعد ۱۲cm

**۱۱ــ۴** جسمی بجرم m حرکت نوسانی ساده ای با دامنه ۲۴cm و زمان تناوب ۴sec انجام میدهد. درلحظه $t=۰$ بعد جسم $+۲۴cm$ است حساب‌کنید. (a) بعدجسم درلحظه $t=۰/۵sec$ (b) اندازه و جهت نیروئی‌که دراین لحظه برجسم وارد می‌شود .

(c) حداقل زمان لازم برای اینکه جسم ازوضع اولیه به‌بعد ۱۲cm — برسد. (b) سرعت جسم را وقتی x = — ۱۲cm است.

**۱۱ــ۵** حرکت پیستن موتورها تقریباً نوسانی‌ساده است. هرگاه طول مسیر پیستن (دو برابر دامنه) برابر ۱۰cm ودور موتور ۳۶۰۰rev/min باشد حساب کنید: (a) شتاب پیستن را درانتهای مسیر (b) هرگاه جرم پیستن ۵۰۰gm باشد نیروئی‌راکه دراین نقطه بر پیستن وارد میشود و(c) سرعت پیستن در وسط مسیر برحسب km/hr

**۱۱ــ۶** جسمی بوزن ۴lb بفنری‌که جرم‌آن قابل اغماض است‌آویزان شده وفنر ۸ اینچ افزایش طول یافته است. (a) ضریب ثابت فنر چه‌اندازه‌است. (b) زمان نوسان‌جسم را پیداکنید. (آنرا پائین‌کشیده رها میکنیم). (c) هرگاه وزن جسم ۸lb می‌بود زمان نوسان چقدر میشد.

**۱۱ــ۷** نیروسنجی‌که حد اکثر ۱۵ کیلوگرم را میتواند وزن‌کند درجائی داردکه طول آنها ۱۴cm است. جسمی بآن‌آویزان است ودرهرثانیه ۱/۵ ارتعاش انجام میدهد. وزن جسم چه اندازه‌است. ازوزن فنرصرفنظر کنید.

**۱۱ــ۸** جرم جسمی ۴kgm است. این جسم بفنری آویزان ودرحال نوسان است دامنه نوسان ۶۰cm است و در بالاترین نقطه مسیر طول فنربرابر طول‌آزاد آن است. انرژی پتانسیل الاستیکی، انرژی جنبشی وانرژی پتانسیل تقلی فنررا (سطح مبدء پائین ترین نقطه مسیر) درحالات زیرحساب کنید. (a) جسم‌درپائین‌ترین نقطه‌است. (b) دروضع تعادل و (c) دربالاترین نقطه قراردارد.

**۱۱ــ۹** جسمی بجرم ۱۶۰kgm بسیمی بطول اولیه $l_0 = ۳m$ آویزان شده طول آنرا ۳میلی مترافزایش میدهد. سطح مقطع سیم‌که میتوان‌آنرا ثابت فرض‌کرد ۰.۱میلی‌متر مربع‌است. (a) هرگاه جسم را پائین کشیده رها کنیم زمان نوسان آنرا بدست آورید. (b) مدول یونگ را بدست آورید.

**۱۱ــ۱۰** جسم‌کوچکی روی سطح افقی نوسان میکند. دامنه نوسان ۱۰cm است. درنقطه‌ای بفاصله ۶cm از وضع تعادل اندازه سرعت v = ± ۲۴cm/sec است. (a) زمان تناوب و (b) بعدی راکه سرعت در آن ± ۱۲cm/sec است حساب کنید (c) هرگاه جسم را دروضع انتهائی نگاهداشته جسم‌کوچك دیگری برروی آن بگذاریم و سپس آنرا رهاکنیم؛ جسم اخیر درآستانه لغزیدن قرار میگیرد. ضریب اصطکاك بین دو جسم چقدراست؟

**۱۱ــ۱۱** نیروی ۳۰n فنری راکه درامتداد قائم آویزان است ۱۵cm می‌کشد.

(a) چه وزنه‌ای بفنر آویزان شود که زمان آن $\frac{\pi}{4}$ sec شود. (b) هرگاه دامنه نوسان 7/5cm باشد $\frac{\pi}{12}$ ثانیه پس از لحظه‌ای که جسم از وضع تعادل اولیه گذشت بعد جسم چه اندازه میشود؟ (c) وقتی جسم ۴/۵ سانتی متر پائین تراز وضع تعادل است چه نیروئی ازفنر برجسم وارد میشود؟

**۱۱-۱۲** جسمی بجرم m بفنری آویزان‌است زمان صد نوسان کامل آن‌برای‌مقادیر مختلف m اندازه گیری ودرجدول ثبت شده‌است.

| m برحسب گرم | ۱۰۰ | ۲۰۰ | ۴۰۰ | ۱۰۰۰ |
|---|---|---|---|---|
| زمان چند نوسان برحسب ثانیه | ۲۳/۴ | ۳۰/۶ | ۴۱/۸ | ۶۴/۷ |

دومنحنی برای تغییرات (a)، T برحسب m و (b)، $T^2$ برحسب m رسم کنید. (c) آیا نتایج حاصل ازاندازه گیری بانتایج نظری وفق میدهد؟ (d) هیچیک ازاین دو منحنی خط مستقیم نیستند؟ (e) اگر یکی ازآنها خط مستقیم است آیا ازمبدء میگذرد. (f) ضریب k و (g) جرم فنررا حساب کنید.

**۱۱-۱۳** جسمی بجرم ۱۰۰gm بفنر مارپیچ درازی آویزان است. هرگاه آنرا تا ۱۰cm زیر وضع تعادل کشیده سپس آنرا رها کنیم زمان نوسان آن دوثانیه‌است. (a) سرعت آنرا هنگام عبور ازوضع تعادل بدست‌آورید. (b) شتاب‌آن را وقتی ۵cm بالای وضع تعادل است حساب کنید. (c) وقتی جسم از پائین ببالا میرود درچه زمانی از ۵cm زیر وضع تعادل به ۵cm بالای وضع تعادل میرسد. کاهش طول فنررا وقتی اثر وزنه از روی آن برداشته شود بدست‌آورید.

**۱۱-۱۴** جسمی بجرم ۴/۹kgm بفنری‌آویزان وزمان نوسان‌آن ۰/۵sec است. وقتی جسم را برداریم طول فنرچقدر کوتاه میشود.

**۱۱-۱۵** وقتی چهارنفر که جمعاً ۳۰۰kgm جرم دارند سوار اتومبیلی میشوند فنر اتومبیل ۵cm جمع میشود. هرگاه بارکلی که روی فنراست ۹۰۰kgm باشد زمان نوسان فنررا بدست آورید.

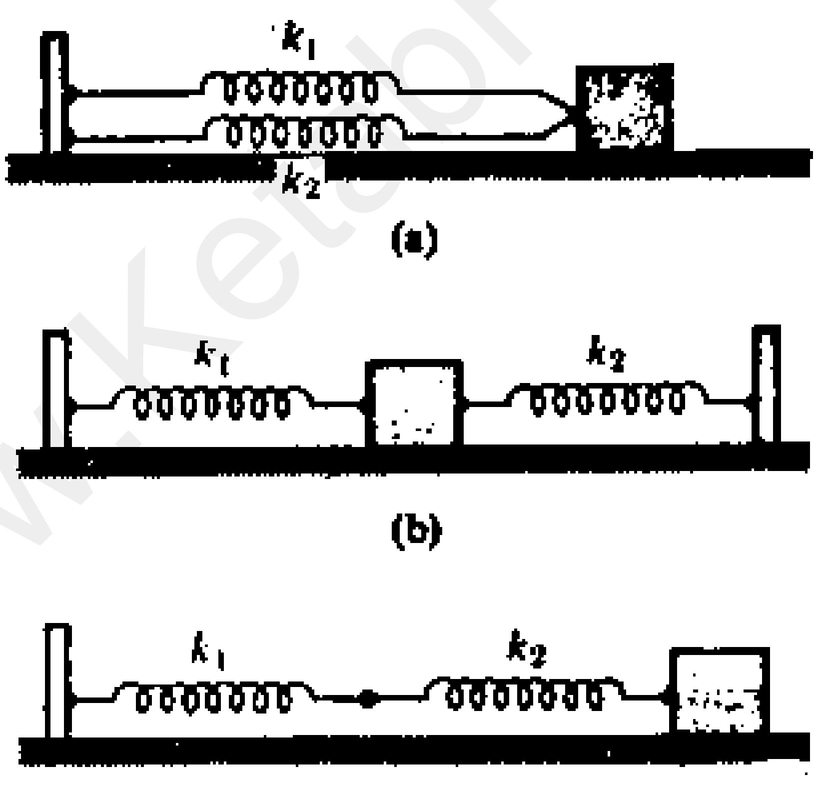
**۱۱-۱۶** جسمی بفنری آویزان است وحرکت نوسانی ساده انجام میدهد. وقتی‌بعد آن نصف دامنه است چه کسری ازانرژی کل آن جنبشی‌وچه کسری پتانسیل است. (b) وقتی

فنر دروضع تعادل است طول آن باندازه s بیش ازطول آزاد آن است. ثابت کنیدکه

$$T = ۲\pi \frac{s}{g}$$

**۱۱ــ۱۷** بفنری بار اولیه ۴kgm آویزان است. باچه نیروئی آنرا پائین کشیده رهاکنیم تا در ۴۸ ثانیه ۳۲ نوسان بادامنه ۷/۵cm انجام دهد؟ (b) در حالات زیراز فنرچه نیروئی برجسم وارد میشود. جسم درپائین‌ترین نقطه مسیر، دربالاترین نقطه و در وضع تعادل قراردارد. (c) انرژی جنبشی را وقتی جسم ۲/۵cm زیر وضع تعادل قرار دارد بدست آورید. انرژی پتانسیل آنرا نیز دراین وضع پیداکنید.

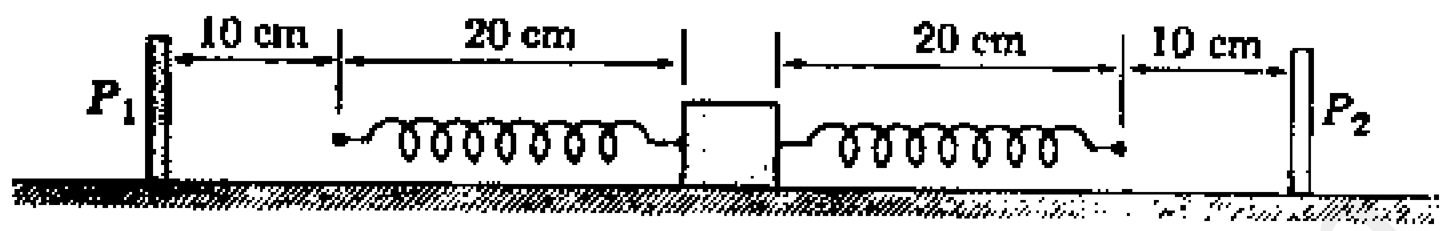
**۱۱ــ۱۸** نیروی ۶۰n فنری را ۱۳/۵cm میکشد. جسمی بوزن ۴۰n را بفنر آویزان کرده آنرا بحال سکون رهامیکنیم. سپس آنرا ۱۰cm پائین کشیده رهامیکنیم (a) زمان‌نوسان. (b) اندازه‌وجهت شتاب جسم وقتی ۵cm بالای نقطه تعادل است (c) کشش مؤثر برفنر را درهمین وضع و (d) زمان لازم برای رفتن از وضع تعادل به ۵cm بالای آن بدست آورید. (e) وقتی جسم کوچکی روی جسم اول قرار گیرد آیا این جسم همیشه روی جسم اول میماند یانه. (f) هرگاه دامنه نوسان دو برابر مقدار قبل شود آیا جسم کوچك همیشه روی جسم اول قرار دارد یانه ؟




شکل ۱۱ــ۱۸

**۱۱ــ۱۹** دوفنر که ضرائب‌ثابت آنها $k_۱$ و $k_۲$ است مطابق شکل ۱۱ــ۱۸ بجسمی بجرم m وصل میشوند. ضریب معادل را درهریك ازسه حالت(a) و (b) و (c)بدست آورید. (d) جسمی بجرم m بفنر (۱) آویزان وفرکانس آن $f_۱$ است. هرگاه فنر را نصف‌کرده همان جسم را باآن آویزان کنیم فرکانس آن $f_۲$ میشود نسبت $f_۱/f_۲$ را بدست آورید.

**۱۱-۲۰** دوفنر که طول آزاد هریک $20\,cm$ وضرایب ثابت آنها $k_1$ و $k_2$ است مطابق شکل ۱۱-۱۹ ازدو طرف بجسمی بجرم $m$ متصل‌اند. سطح تکیه‌گاه افقی و بدون اصطکاک است. دوطرف آزاد دوفنر را کشیده، بدودیوار وصل می کنیم. هرگاه $k_1 = 1000\,dynes/cm$ و $k_2 = 3000\,dynes/cm$ و نیز $m = 100\,gm$ باشد. (a) طول هر فنر را در وضع تعادل جدید بدست آورید. (b) هرگاه جسم را بنوسان درآوریم زمان نوسان آن چقدرمیشود ؟




شکل ۱۱-۱۹

**۱۱-۲۱** جسم مذکور درمسئله ۱۱-۲۰ بادامنه $5\,cm$ نوسان میکند. وقتی جسم از وضع تعادل عبور میکند جسم ۱۰۰ گرمی دیگری روی آن میاندازیم که بآن می چسبد . (a) زمان نوسان جدیدرا حساب کنید. (b) آیا کاهش انرژی مکانیکی وجوددارد یانه؟ اگر هست درکجاست و اندازه آن چقدر است. (c) هرگاه جسم دوم درانتهای مسیر روی جسم اول می‌افتاد جواب عین همین جوابها بود یانه ؟

**۱۱-۲۲** پاندول ساده‌ای بطول $2/4\,m$ بادامنه $30\,cm$ نوسان میکند. (a) سرعت آنرا هنگام عبورازوضع تعادل بدست آورید. (b) شتاب آن دردوانتهای مسیر چه اندازه‌است؟

**۱۱-۲۳** طول پاندول ساده‌ای که زمان نوسان آن $1\,sec$ است در نقطه‌ای که $g = 981\,cm/sec^2$ است چقدراست؟

**۱۱-۲۴** (a) هرگاه شتاب ثقل باندازه $dg$ تغییر کند درزمان تناوب آن چه تغییر $dT$ ایجاد میشود . (b) تغییرات نسبی زمان تناوب $\frac{dT}{T}$ را برحسب تغییر نسبی شتاب ثقل $\frac{dg}{g}$ بدست آورید. (c) ساعتی درمحل $g = 980\,cm/sec^2$ درست کار میکند. هرگاه آنرا به نقطه مرتفع‌تری ببریم روزی ده ثانیه کند می‌رود . اندازه $g$ را در این نقطه پیدا کنید. ( ازدیفرانسیل استفاده کنید .)

باحل این مسئله یاد میگیریم که چگونه اندازه کمیتی را که خود تابع کمیت دیگر است ؛ ( پس ازتغییر جزئی در کمیت دوم ) حساب کنیم . با دردست داشتن تغییرات جزئی کمیت دوم مثلا، $dT$ میتوان تغییرات جزئی کمیت اول مثلا $dg$ را پیدا کرد وپس ازمحاسبه

مقدار $dg$ آنرا با $g$ جمع یاتفریق میکنیم . هرگاه بخواهیم اندازه جدید را با تقریب $۰/۱ cm/sec^2$ حساب کنیم باید اعداد دارای چهار رقم معنی دار باشند و مثلا با استفاده ازجدول لگاریتم چهار رقمی محاسبات را انجام داد . از خط‌کش محاسبه نمیتوان استفاده نمود. اما اگر بجای اندازه جدید $g$ فقط $dg$ را حساب کنیم کار محاسبه آن بسیار آسان است و حتی میتوان با خط‌کش محاسبه های کوچك آنرا محاسبه نموده سپس آن را با $g$ جمع وتفریق نمود .

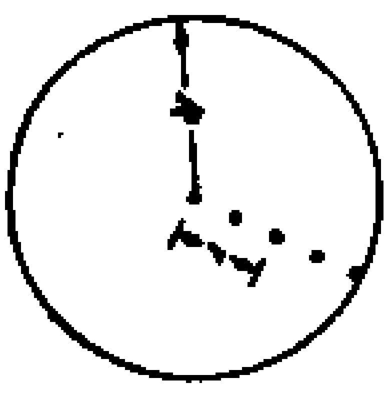
**۱۱–۲۵** پاندول ساده‌ای که از سیم پولادی بسطح مقطع $۰/۰۱ cm^2$ ساخته شده و جرم سربی ۱۰ کیلوگرمی بآن آویزان است در هرثانیه یك نوسان میکند . اگر بجای وزنه سربی آلومینیومی بجرم ۲ کیلوگرم بآن آویزان کنیم ( مشخصات هندسی دو وزنه یکی است ). (a) طول پاندول را وقتی گلوله سربی بآن آویزان است و (b) تغییر نسبی زمان تناوب را پس‌ازتعویض وزنه بدست‌آورید ( ازدیفرانسیل استفاده کنید)

**۱۱–۲۶** دامنه نوسان زاویه‌ای رقاصك ساعتی $\pi$ رادیان وزمان نوسان‌آن ۰/۵ ثانیه است. (a) حد اکثر سرعت زاویه ای را حساب کنید . (b) سرعت زاویه ای را وقتی بعد زاویه‌ای نصف دامنه زاویه ایست بدست آورید (c) شتاب زاویه ای را وقتی بعد $۶۵^\circ$ است بدست‌آورید .

**۱۱–۲۷** آچاری بنقطه‌ای آویزان ومانند یك پاندول فیزیکی نوسان میکند . زمان نوسان‌آن ۰/۹sec وفاصله محور تعلیق ازمرکزثقل ۱۵cm است. (a) شعاع ژیراسیون آن چه اندازه است؟ (b) هرگاه آچاررا ازوضع تعادل ۰/۱ رادیان‌منحرف کرده آن را آزاد بگذاریم تانوسان‌کند سرعت زاویه‌ای‌آنرا هنگام عبور ازوضع تعادل محاسبه‌کنید .

**۱۱–۲۸** درکتب درسی فیزیك نشان میدهند که‌ممان دینرسی هرجسم نسبت بهرمحور دلخواه ازرابطه $I = I_G + mh^2$ بدست میآیدکه در آن $I_G$ ممان دینرسی نسبت به‌محوری که ( بموازات محور مفروض ) از مرکز ثقل میگذرد. $m$ جرم جسم و $h$ فاصله محور مفروض ازمرکز‌ثقل است .

هرگاه قرصی حول محوری‌که برصفحه‌آن عمود و فاصله‌آن تامرکز $r$ است نوسان کند ( شکل ۱۱–۲۰ ) . (a) زمان نوسان‌را ( وقتی انحراف کم فرض‌شود )، هرگاه $r$ مقادیر زیر داشته باشد بدست‌آورید $\frac{R}{4}$ ، $\frac{R}{2}$ ، $\frac{3R}{4}$ ، $R$ (b) هرگاه $T_0$ زمان تناوب‌بازاء $r = R$ و $T$ هرمقدار دلخواه $r$ باشد منحنی $\frac{T}{T_0}$ رابصورت‌تابعی‌از $\frac{r}{R}$



شکل ۱۱–۲۰

| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | .... | 0000 | 3010 | 4771 | 6021 | 6990 | 7782 | 8451 | 9031 | 9542 |
| 1 | 0000 | 0414 | 0792 | 1139 | 1461 | 1761 | 2041 | 2304 | 2553 | 2788 |
| 2 | 3010 | 3222 | 3424 | 3617 | 3802 | 3979 | 4150 | 4314 | 4472 | 4624 |
| 3 | 4771 | 4914 | 5051 | 5185 | 5315 | 5441 | 5563 | 5682 | 5798 | 5911 |
| 4 | 6021 | 6128 | 6232 | 6335 | 6435 | 6532 | 6628 | 6721 | 6812 | 6902 |
| 5 | 6990 | 7076 | 7160 | 7243 | 7324 | 7404 | 7482 | 7559 | 7634 | 7709 |
| 6 | 7782 | 7853 | 7924 | 7993 | 8062 | 8129 | 8195 | 8261 | 8325 | 8388 |
| 7 | 8451 | 8513 | 8573 | 8633 | 8692 | 8751 | 8808 | 8865 | 8921 | 8976 |
| 8 | 9031 | 9085 | 9138 | 9191 | 9243 | 9294 | 9345 | 9395 | 9445 | 9494 |
| 9 | 9542 | 9590 | 9638 | 9685 | 9731 | 9777 | 9823 | 9868 | 9912 | 9956 |
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 0170 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 |
| 17 | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | 2430 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 |
| 18 | 2553 | 2577 | 2601 | 2625 | 2648 | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 |
| 19 | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2878 | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 |
| 20 | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 |
| 21 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3365 | 3385 | 3404 |
| 22 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 |
| 23 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 |
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 |
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 |
| 26 | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 |
| 27 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 |
| 28 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 |
| 29 | 4624 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 |
| 30 | 4771 | 4786 | 4800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 |
| 31 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4969 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 |
| 32 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 |
| 33 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 |
| 34 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 |
| 35 | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 |
| 36 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 |
| 37 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 |
| 39 | 5911 | 5922 | 5933 | 5944 | 5955 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 |
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 |
| 45 | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 |
| 46 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 |
| 47 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 |
| 48 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 6893 |
| 49 | 6902 | 6911 | 6920 | 6928 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 6981 |
| 50 | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 |
| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 |
| 51 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 |
| 52 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7218 | 7226 | 7235 |
| 53 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 |
| 54 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 |
| 55 | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7451 | 7459 | 7466 | 7474 |
| 56 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7528 | 7536 | 7543 | 7551 |
| 57 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7604 | 7612 | 7619 | 7627 |
| 58 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7679 | 7686 | 7694 | 7701 |
| 59 | 7709 | 7716 | 7723 | 7731 | 7738 | 7745 | 7752 | 7760 | 7767 | 7774 |
| 60 | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7825 | 7832 | 7839 | 7846 |
| 61 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7896 | 7903 | 7910 | 7917 |
| 62 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7966 | 7973 | 7980 | 7987 |
| 63 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8021 | 8028 | 8035 | 8041 | 8048 | 8055 |
| 64 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8102 | 8109 | 8116 | 8122 |
| 65 | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8169 | 8176 | 8182 | 8189 |
| 66 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8222 | 8228 | 8235 | 8241 | 8248 | 8254 |
| 67 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8299 | 8306 | 8312 | 8319 |
| 68 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8363 | 8370 | 8376 | 8382 |
| 69 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8426 | 8432 | 8439 | 8445 |
| 70 | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8488 | 8494 | 8500 | 8506 |
| 71 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 8537 | 8543 | 8549 | 8555 | 8561 | 8567 |
| 72 | 8573 | 8579 | 8585 | 8591 | 8597 | 8603 | 8609 | 8615 | 8621 | 8627 |
| 73 | 8633 | 8639 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8669 | 8675 | 8681 | 8686 |
| 74 | 8692 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8727 | 8733 | 8739 | 8745 |
| 75 | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 8774 | 8779 | 8785 | 8791 | 8797 | 8802 |
| 76 | 8808 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8842 | 8848 | 8854 | 8859 |
| 77 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8899 | 8904 | 8910 | 8915 |
| 78 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8954 | 8960 | 8965 | 8971 |
| 79 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9009 | 9015 | 9020 | 9025 |
| 80 | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9063 | 9069 | 9074 | 9079 |
| 81 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9117 | 9122 | 9128 | 9133 |
| 82 | 9138 | 9143 | 9149 | 9154 | 9159 | 9165 | 9170 | 9175 | 9180 | 9186 |
| 83 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9222 | 9227 | 9232 | 9238 |
| 84 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9274 | 9279 | 9284 | 9289 |
| 85 | 9294 | 9299 | 9304 | 9309 | 9315 | 9320 | 9325 | 9330 | 9335 | 9340 |
| 86 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9375 | 9380 | 9385 | 9390 |
| 87 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9425 | 9430 | 9435 | 9440 |
| 88 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9474 | 9479 | 9484 | 9489 |
| 89 | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9523 | 9528 | 9533 | 9538 |
| 90 | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9571 | 9576 | 9581 | 9586 |
| 91 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9619 | 9624 | 9628 | 9633 |
| 92 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9666 | 9671 | 9675 | 9680 |
| 93 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9713 | 9717 | 9722 | 9727 |
| 94 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9759 | 9763 | 9768 | 9773 |
| 95 | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9805 | 9809 | 9814 | 9818 |
| 96 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9850 | 9854 | 9859 | 9863 |
| 97 | 9868 | 9872 | 9877 | 9881 | 9886 | 9890 | 9894 | 9899 | 9903 | 9908 |
| 98 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9939 | 9943 | 9948 | 9952 |
| 99 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9974 | 9978 | 9983 | 9987 | 9991 | 9996 |
| 100 | 0000 | 0004 | 0009 | 0013 | 0017 | 0022 | 0026 | 0030 | 0035 | 0039 |
| N | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

جرم اتمی عناصر براساس عدد ۱۲ که در کنگره بین‌المللی شیمی‌دانها در ۱۹۶۱ برای ایزوتوپ کربن ۱۲ تعیین گردید ، معین شده است
(جرم اتمی عناصری که مصنوعاً تهیه شده‌اند، جرم اتمی تقریبی ایزوتوپ‌های پایدارتر آنها در گروشه نوشته شده است)

| Group→ | | I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | | | O |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Period | Series | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 H 1.00797 | | | | | | | | | | 2 He 4.0026 |
| 2 | 2 | 3 Li 6.939 | 4 Be 9.0122 | 5 B 10.811 | 6 C 12.01115 | 7 N 14.0067 | 8 O 15.9994 | 9 F 18.9984 | | | | 10 Ne 20.183 |
| 3 | 3 | 11 Na 22.9898 | 12 Mg 24.312 | 13 Al 26.9815 | 14 Si 28.086 | 15 P 30.9738 | 16 S 32.064 | 17 Cl 35.453 | | | | 18 A 39.948 |
| 4 | 4 | 19 K 39.102 | 20 Ca 40.08 | 21 Sc 44.956 | 22 Ti 47.90 | 23 V 50.942 | 24 Cr 51.996 | 25 Mn 54.9380 | 26 Fe 55.847 | 27 Co 58.9332 | 28 Ni 58.71 | |
| | 5 | 29 Cu 63.54 | 30 Zn 65.37 | 31 Ga 69.72 | 32 Ge 72.59 | 33 As 74.9216 | 34 Se 78.96 | 35 Br 79.909 | | | | 36 Kr 83.80 |
| 5 | 6 | 37 Rb 85.47 | 38 Sr 87.62 | 39 Y 88.905 | 40 Zr 91.22 | 41 Nb 92.906 | 42 Mo 95.94 | 43 Tc [99] | 44 Ru 101.07 | 45 Rh 102.905 | 46 Pd 106.4 | |
| | 7 | 47 Ag 107.870 | 48 Cd 112.40 | 49 In 114.82 | 50 Sn 118.69 | 51 Sb 121.75 | 52 Te 127.60 | 53 I 126.9044 | | | | 54 Xe 131.30 |
| 6 | 8 | 55 Cs 132.905 | 56 Ba 137.34 | 57–71 Lanthanide series* | 72 Hf 178.49 | 73 Ta 180.948 | 74 W 183.85 | 75 Re 186.2 | 76 Os 190.2 | 77 Ir 192.2 | 78 Pt 195.09 | |
| | 9 | 79 Au 196.967 | 80 Hg 200.59 | 81 Tl 204.37 | 82 Pb 207.19 | 83 Bi 208.980 | 84 Po [210] | 85 At [210] | | | | 86 Rn [222] |
| 7 | 10 | 87 Fr [223] | 88 Ra [226.05] | 89–Actinide series** | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Lanthanide series: | 57 La 138.91 | 58 Ce 140.12 | 59 Pr 140.907 | 60 Nd 144.24 | 61 Pm [147] | 62 Sm 150.35 | 63 Eu 151.96 | 64 Gd 157.25 | 65 Tb 158.924 | 66 Dy 162.50 | 67 Ho 164.930 | 68 Er 167.26 | 69 Tm 168.934 | 70 Yb 173.04 | 71 Lu 174.97 |
| **Actinide series: | 89 Ac [227] | 90 Th 232.038 | 91 Pa [231] | 92 U 238.03 | 93 Np [237] | 94 Pu [242] | 95 Am [243] | 96 Cm [245] | 97 Bk [249] | 98 Cf [249] | 99 Es [253] | 100 Fm [255] | 101 Md [256] | 102 No | 103 |

خطای اندازه‌گیری اعداد در مقابل آنها نوشته نشده است ، در صورت احتیاج به

American Institute of Physics Hand book رجوع کنید

| Name of Quantity | Symbol | Value |
|---|---|---|
| Velocity of light in vacuum | $c$ | $2.9979 \times 10^8$ m/sec |
| Charge of electron | $q_e$ | $-1.602 \times 10^{-19}$ coul = $-4.803 \times 10^{-10}$ statcoul |
| Rest mass of electron | $m_e$ | $9.108 \times 10^{-31}$ kgm |
| Ratio of charge to mass of electron | $q_e/m_e$ | $1.759 \times 10^{11}$ coul/kgm = $5.273 \times 10^{17}$ statcoul/gm |
| Planck's constant | $h$ | $6.625 \times 10^{-34}$ j-sec |
| Boltzmann's constant | $k$ | $1.380 \times 10^{-23}$ j/°K |
| Avogadro's number (chemical scale) | $N_0$ | $6.023 \times 10^{23}$ molecules/mole |
| Universal gas constant (chemical sca | $R$ | 8.314 j/mole·°K |
| Mechanical equivalent of heat | $J$ | $4.185 \times 10^3$ j/kcal |
| Standard atmospheric pressure | 1 atm | $1.013 \times 10^5$ new/m² |
| Volume of ideal gas at 0°C and 1 atm (chemical scale) | | 22.415 liter/mole |
| Absolute zero of temperature | 0°K | −273.16°C |
| Acceleration due to gravity (sea level, at equator) | | 9.78049 m/sec² |
| Universal gravitational constant | $G$ | $6.673 \times 10^{-11}$ new·m²/kgm² |
| Mass of earth | $m_E$ | $5.975 \times 10^{24}$ kgm |
| Mean radius of earth | | $6.371 \times 10^6$ m = 3959 mi |
| Equatorial radius of earth | | $6.378 \times 10^6$ m = 3963 mi |
| Mean distance from earth to sun | 1 AU | $1.49 \times 10^{11}$ m = $9.29 \times 10^7$ mi |
| Eccentricity of earth's orbit | | 0.0167 |
| Mean distance from earth to moon | | $3.84 \times 10^8$ m = 60 earth radii |
| Diameter of sun | | $1.39 \times 10^9$ m = $8.64 \times 10^5$ mi |
| Mass of sun | $m_S$ | $1.99 \times 10^{30}$ kgm = 333,000 × mass of earth |
| Coulomb's law constant | $C$ | $8.98 \times 10^9$ new·m²/coul² |
| Faraday's constant (1 faraday) | $F$ | 96,500 coul/mole |
| Mass of neutral hydrogen atom | $m_{H^1}$ | 1.008142 amu |
| Mass of proton | $m_p$ | 1.007593 amu |
| Mass of neutron | $m_n$ | 1.008982 amu |
| Mass of electron | $m_e$ | $5.488 \times 10^{-4}$ amu |
| Ratio of mass of proton to mass of electron | $m_p/m_e$ | 1836.12 |
| Rydberg constant for nucleus of infinite mass | $R_\infty$ | 109,737 cm⁻¹ |
| Rydberg constant for hydrogen | $R_H$ | 109,678 cm⁻¹ |
| Wien displacement law constant | | 0.2898 cm·°K |

Numerical constants: $\pi = 3.142$; $e = 2.718$; $\sqrt{2} = 1.414$; $\sqrt{3} = 1.732$