برثانیه‌شروع بحرکت میکند. (a) سرعت زاویه‌ای آنرا پس‌از۶ ثانیه حساب کنید . (b) چرخ دراین مدت چه زاویه‌ای راطی‌کرده‌است ؟ (c) سرعت خطی نقطه‌ای واقع برمحیط چرخ درلحظه $t=6sec$ چقدراست. (d) درهمین لحظه برآیند شتابهای مماسی وشعاعی نقطه مذکور را پیدا کنید .

۹ـ۷ چرخی بقطر ۳۰cm ازحالت سکون شروع به حرکت‌کرده درمدت پنج‌ثانیه (با شتاب زاویه‌ای ثابت) سرعت زاویه‌ای آن به ۹۰۰ دوربـردقیقه میرسد. (a) یك ثانیه پس ازشروع حرکت، وضع‌نقطه‌ای راکه درلحظه شروع حرکت دربالاترین نقطه‌بوده‌است مشخص‌کنید ؛ (b) درانتهای یك ثانیه مذکور اندازه وجهت‌شتاب را محاسبه‌کنید.

۹ـ۸ چرخی بقطر ۳۰cm باشتاب ثابت $0/5 rad/sec^2$ ازحال سکون شروع به حرکت‌میکند. اندازه‌وجهت بردارشتاب ونیزاندازه مؤلفه‌های مماسی وشعاعی نقطه‌ای‌واقع برمحیط آنرا درحالات زیرحساب‌کنید.(a) دبموقع شروع‌حرکت. (b) پس‌ازآنکه‌چرخ ۱۲۰° چرخید.(c) پس‌از ۲۴۰° چرخش

۹ـ۹ چرخی ازحال سکون شروع به حرکت‌کرده پس از۲۰ ثانیه سرعت زاویه‌ای آن به ۹۰۰ دور دردقیقه‌میرسد . درانتهای‌ثانیه اول. (a) زاویه چرخش چرخ را و (b) اندازه وجهت مؤلفه‌های شتاب شعاعی وشتاب مماسی نقطه‌ای بفاصله ۱۵cm از محور را حساب‌کنید .

۹ـ۱۰ دورآزاد موتور اتومبیلی ۵۰۰ دور دردقیقه است. وقتی پدال گاز را فشار دهند درمدت پنج‌ثانیه دورآن به ۳۰۰۰دور دردقیقه میرسد.هرگاه‌شتاب ثابت باشد. (a) سرعت زاویه اولیه وانتهائی را (برحسب rad/sec) بدست آورید. (b) شتاب زاویه‌ای چند رادیان‌برمجذور ثانیه است؟ (c) دراین فاصله زمانی موتورچنددورزده‌است؟(d) قطر چرخ لنگراین موتور ۴۵cm است. وقتی موتور ۳۰۰۰ دوردر دقیقه میزند سرعت خطی نقطه‌ای واقع برمحیط را بدست‌آورید. (e) شتاب شعاعی این نقطه درفاصله زمانی مذکور چه اندازه است. (f) شتاب‌شعاعی را در دور ۳۰۰۰ بردقیقه حساب‌کنید.

۹ـ۱۱ سرعت زاویه‌ای یك اولنزاسانتریفوژ چند دور دردقیقه باشد تانقطه‌ای‌بفاصله یکسانتیمتر ازمحور دارای شتاب سیصدهزار $g(3\times10^5)$ برابر شتاب ثقل) شود .

۹ـ۱۲ (a) ثابت‌کنیدکه هرگاه جسمی‌باشتاب زاویه‌ای ثابت ازحالت سکون شروع به دوران‌کند شتاب شعاعی نقطه‌ای ازجسم متناسب با زاویه طی شده است. (b)وقتی‌برآیند شتابها زاویه ۶۰° باشتاب شعاعی داشته‌باشد جسم چند رادیان چرخیده است؟

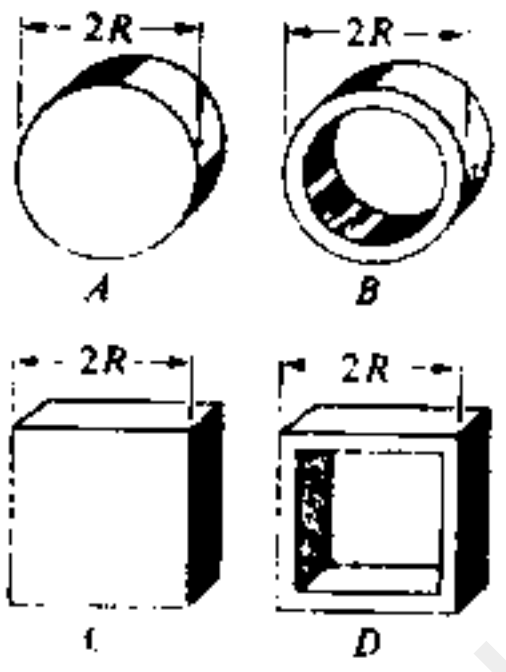
۹ـ۱۳ حرکت نقطه‌ای درصفحه xy تابع فرمولهای زیراست

$$x = R\cos\omega t \qquad y = R\sin\omega t$$

x و y مختصات نقطه متحرك و t زمان است. R و ω مقادیرثابت‌اند (a)، tرابین‌دو معادله‌حذف‌کرده معادله مسیررا بدست آورید. [راهنمائی. فرمولهارا مجذورکنید]. (b) ازمعادلات فوق مشتق‌گرفته مؤلفه‌های سرعت را درامتداد x و y بدست‌آورید. (باروش‌حل این مسئله میتوان شتاب شعاعی وسرعت را نیزبدست آورد).

۹ـ۱۴ ممان‌اینرسی میله‌ای بطول ۲m وبقطر ۴cm وبجرم۸kgm را. (a) نسبت نسبت به محوریکه ازوسط برمیله‌عمود است. (b) نسبت به‌محوریکه ازیك انتهای میله برآن عمودباشد. (c) نسبت به‌محور استوانه حساب‌کنید.

۹ـ۱۵ جرم هریك ازچهارجسمی‌که درشکل ۹ـ۲۳ نشانداده شده‌اند m میباشد. جسم A استوانه توپر بشعاع R جسم B لوله‌ای‌بشعاع‌خارجی R جسم C مکعب مستطیلی به ضلع قاعده ۲R وجسم D که بابعاد C ولی توخالی است. (a) کدام جسم ممان‌دینرسی کمتری دارد (b) ممان دینرسی کدام جسم بیشتر ازهمه است



شکل ۹ـ۲۳

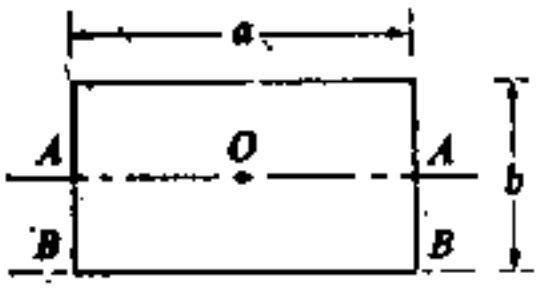
۹ـ۱۶ سه جسم کوچك که جرم هریك m است به وسط و دوانتهای میله‌ای بطول l متصل است. ممان دینرسی وشعاع ژیراسیون دستگاه را نسبت به‌محوری‌که بفاصه ربع‌طول میله‌ازیکطرف آن واقع وبرمیله عمود است بدست آورید. از ممان‌ه‌ینرسی میله‌صرفنظر شود.

۹ـ۱۷ شعاع‌زمین ۶۴۰۰km وجرم آن ۶×۱۰^{۲۷}gm است (a) ممان دینرسی آنرا نسبت به محوریکه ازمرکزآن میگذرد.(b) شعاع ژیراسیون‌را نسبت به‌همین محور بدست آورید. توده ویژه زمین را ثابت فرض‌کنیم

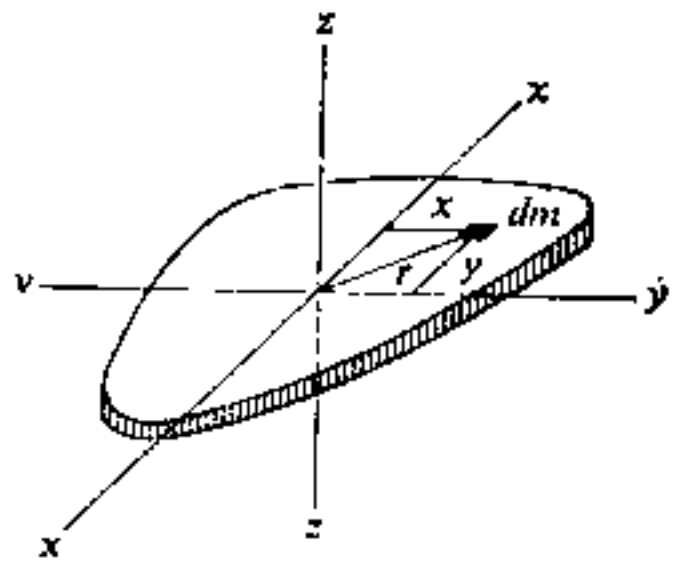
۹ـ۱۸ چرخ لنگری بقطر ۳۰cm وبضخامت ۲/۵cm از دو طرف دو برجستگی استوانه‌ای بآن متصل است. قطرهربرآمدگی ۱۰cm وطول هریك ۷/۵cm است. توده ویژه‌چرخ $۷/۸ \text{gm}/\text{cm}^۳$ است. حساب‌کنید. (a)ممان‌دینرسی چرخ را. (b) شعاع ژیراسیون آنرا .

۹ـ۱۹ صفحه نازك مستطیلی مطابق‌شکل ۹ـ۲۴ بطول a وبعرض b وبجرم m مفروض است. ممان دینرسی آنرا (a) نسبت به‌محور AA و (b) نسبت به محور BB حساب‌کنید .

۹ـ۲۰ (a) ثابت‌کنیدکه ممان‌دینرسی صفحه نازك شکل ۹ـ۲۵ نسبت به محور z



شکل ۲۴–۹



شکل۲۵–۹

برابرمجموع ممان‌دینرسی این صفحه نسبت به‌محور x ها و y ها میباشد . (b) میدانیم ممان‌دینرسی قرص نسبت به محور تقارن آن $\frac{mR^2}{2}$ است . با استفاده از روابط فوق ، ممان‌دینرسی قرص را نسبت به‌یکی ازاقطارآن بدست آورید .(c) با انتگراسیون مستقیم یعنی‌محاسبه r^2dm / صحت جواب‌قسمت. (b) را تحقیق‌کنید. (d) ممان‌دینرسی یك‌قرص نسبت بمحوریکه بریك‌گوشه آن مماس است . حساب‌کنید .

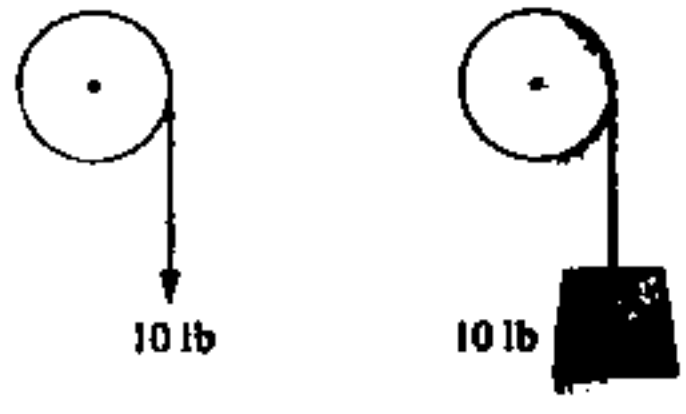
۹–۲۱ چرخی بقطر ۹۰cm بجرم ۴۸kgm با سرعت زاویه‌ای ثابت ۹۰۰ دور دردقیقه می‌چرخد. جسمی را بانیروی ۲۵۰ نیوتون برمحیط آن می‌فشاریم. چرخ در ۱۰ ثانیه ساکن میشود . ضریب اصطکاك بین چرخ و جسم را بدست آورید . اصطکاك محور ها ناچیزاست.

۹–۲۲ وزن چرخی ۲۲۸lb قطر آن ۳ft و شعاع ژیراسیون‌آن $\frac{3}{4}$ ft است. جسمی را بانیروی ۱۰lb بآن میفشاریم . ضریب اصطکاك لغزشی ۰/۶ است و بر محور، گشتاور اصطکاکی معادل ۳lbft واردمیشود. (a) چه نیروئی بردسته این‌چرخ که طول آن۱۵in است واردکنیم تا درمدت ۹ ثانیه آنرا بسرعت زاویه‌ای۱۲۰ دور دردقیقه برساند؟ وسپس چه نیروئی براین دسته واردآوریم تا سرعت زاویه ۱۲۰ دور در دقیقه ثابت بماند . (b) هرگاه اثر نیرو را قطع‌کنیم پس ازچه مدت سرعت زاویه‌ای چرخ از ۱۲۰ دور در دقیقه بصفرمیرسد !

۹–۲۳ برچرخی گشتاور ثابت ۲۰n.m بمدت ۱۰ ثانیه اثر میکند وسرعت زاویه‌ای آن ازصفربه ۱۰۰ دوردردقیقه میرسد . هرگاه اثر گشتاور مذکور قطع شود در ۱۰۰ ثانیه سرعت زاویه‌ای چرخ‌مجدداً بصفرمیرسد. (a) ممان‌دینرسی چرخ راحساب‌کنید. (b) گشتاور

اصطکاك را بدست‌آورید. (c) تعداد دوریکه چرخ درتمام مدت مذکور چرخیده است حساب کنید

۹ـ۲۴ طنابی مطابق شکل ۹ـ۲۶ (a) بدورچرخی پیچیده‌شده است. شعاع چرخ $2ft$ است‌واصطکاك محور ناچیز فرض‌میشود. ممان‌دینرسی چرخ $28slugft^2$ است. (a) شتاب‌زاویه‌ای چرخ را حساب کنید. (b) کارانجام شده را وقتی $20ft$ طناب ازدورچرخ بازشود حساب کنید. (c) هر گاه مطابق شکل ۹ـ۲۶ (b) وزنه ۱۰ پوندی بانتهای طناب‌آویزان شود شتاب زاویه‌ای چرخ را حساب کنید. چرا جواب مسئله در این حالت باجواب حالت (a) یکی نیست ؟



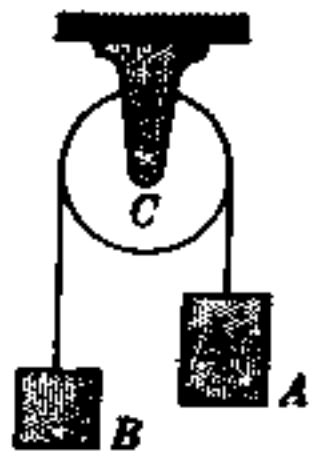
شکل ۹ـ۲۶

۹ـ۲۵ چرخی بجرم $15kgm$ وبقطر ۳۰سانتیمتر حول محور افقی که برمحورآن منطبق‌است‌میتواندبچرخد. چرخ، استوانه‌ای‌توپراست. برمحیط‌چرخ‌طنابی‌پیچیده‌شده‌و بانتهای آزاد طناب وزنه ۸ کیلوگرمی‌آویزان است. (a) درپنج ثانیه وزنه چقدرپائین میآید؟ (b) کشش مؤثربرطناب چه اندازه است. (c) ازبسترهاچه نیروئی برچرخ وارد میشود .

۹ـ۲۶ سطل‌آبی بجرم $30kgm$ بطنابی‌که بدور چرخی پیچیده شده است آویزان است، قطرچرخ $30cm$ وجرم آن $30kgm$ وشکل آن استوانه کامل است. سطل را ازحال سکون رها میکنیم بیست‌مترسقوط میکند. (a) کشش مؤثر برطناب را درهنگام‌سقوط حساب کنید. (b) باچه سرعتی سطل بانتهای‌فاصله $20m$ میرسد. (c) زمان‌سقوط را حساب کنید ازوزن طناب صرفنظر شود.

۹ـ۲۷ یك وزنه ۸ کیلوگرمی روی سطح افقی بدون اصطکاکی قراردارد وبطنابی که ازروی قرقره‌ای‌عبورمیکندبسته شده است. بانتهای‌دیگرطناب نیزوزنه۸ کیلوگرمی‌آویزان است. قطرچرخ $15cm$ است. دستگاه را بدون سرعت اولیه رها میکنیم و ملاحظه‌میکنیم که وزنه پس‌از دوثانیه ۵ مترسقوط میکند. (a) ممان‌دینرسی چرخ چه اندازه است؟ (b) کشش‌مؤثربرطناب‌چه‌اندازه‌است ؟ $g = 10 m/sec^2$

۹ـ۲۸ درشکل۹ـ۲۷ یك‌ماشین‌آتودنشانداده شده است. شتاب خطی دووزنه A وB وشتاب زاویه‌ای چرخC ونیز کشش مؤثربر طناب را در حالات زیر حساب کنید. (a) سطح جانبی قرقره بدون اصطکاك است . (b) طناب روی سطح جانبی‌قرقره نمی‌لغزد جرم وزنه‌های A و B را بترتیب $4kgm$و$2kgm$



شکل ۹ـ۲۷

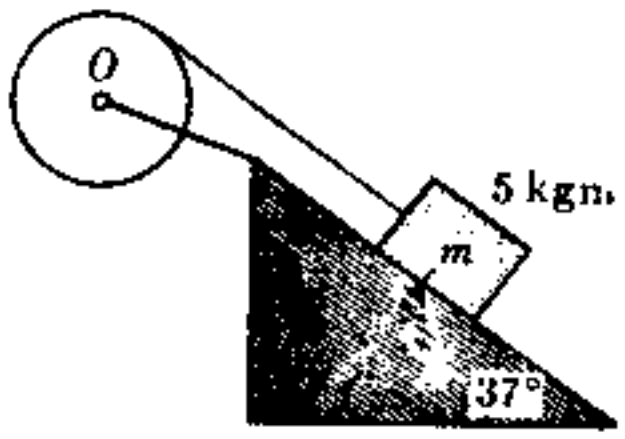
و ممان‌دینرسی‌چرخ‌را $۰/۴kgm$ فرض کنید. $g=۱۰m/sec^۲$ شعاع‌چرخ $۱۵cm$ است.

۹ـ۲۹ قطرچرخی $۹۰cm$ استومیتواند حول محور افقی بچرخد. طنابی برمحیط چرخ پیچیده شده وبانتهای آزاد آن نیروی $۵۰n$ وارد میشود ملاحظه میشود که درچهار ثانیه۸ مترطناب ازدورچرخ بازمیشود. (a) شتاب‌زاویه‌ای‌چرخ. (b) سرعت‌زاویه‌ای‌چرخش را درانتهای چهار ثانیه. (c) انرژی‌جنبشی چرخ دراین لحظه و (d) ممان‌دینرسی چرخ را حساب کنید.

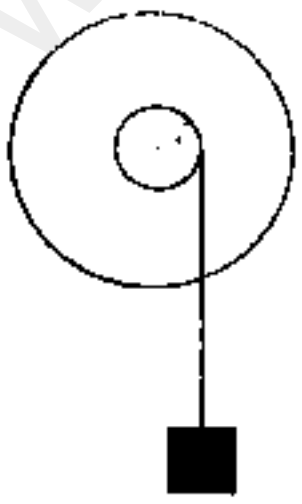
۹ـ۳۰ میله سبك وصلبی بطول $۱۰۰cm$ میتواند حول محوری که از یك انتهای آن میگذرد بچرخد. بانتهای دیگرآن وزنه‌ای بجرم $۵۰gm$ وصل‌است. میله درسطح قائم حول محوردوران میکند. وقتی زاویه‌میله باخط قائم ۵۳° است سرعت وزنه درامتدادمماس برمسیر $۴۰۰cm/sec$ است. دراینحال (a) مؤلفه‌های قائم‌وافقی‌سرعت را بدست‌آورید. (b) ممان‌دینرسی‌دستگاه چه اندازه‌است. (c) شتاب شعاعی جسم. (d) شتاب مماسی آن و (e) کشش یا تراکم مؤثر برمیله را حساب کنید.

۹ـ۳۱ (a) گشتاور تولید شده درمحورموتور هواپیمائی‌راکه توان‌آن $۲۰۰۰hp$ و دورآن ۲۴۰۰ دور در دقیقه است پیداکنید (b) هرگاه چرخی بقطر $۱۸in$ بر محور این موتور سوارشده باشدوطنابی بدورآن پیچیده وزنه‌ای را بالابرد حداکثر وزن وزنه چقدرباید باشد تا موتور بتواند آنرا بالابرد. (c) این جسم باچه سرعتی بالامیرود

۹ـ۳۲ جسمی بجرم $m=۵kgm$ روی‌سطح شیب‌داری‌بشیب ۳۷° مطابق شکل۹ـ۲۸ میتواند بلغزد. ضریب‌اصطکاك لغزشی سطح $۰/۲۵$ است. این جسم به طنابی متصل است و طناب‌بدورچرخی‌که بربالای سطح‌سوار است‌پیچیده شده‌است. جرم چرخ $M=۲۰kgm$ شعاع خارجی آن $R=۰/۲m$ وشعاع ژیراسیون‌آن نسبت به محور $k_o=۰/۱m$ است. (a) شتاب جسم را وقتی بپائین میلغزد حساب‌کنید. (b) کشش درطناب چه اندازه‌است.



شکل ۹ـ۲۸



شکل ۹ـ۲۹

۹ـ۳۳ مطابق شکل ۹ـ۲۹ جسمی بجرم m بطنابی آویزان است واین طناب‌بدور چرخ‌کوچکی بشعاع r پیچیده شده است. وقتی دستگاه را بدون سرعت اولیه رها کنیم

درپنج ثانیه ۱۷۵cm سقوط میکند. ممان‌دینرسی چرخ‌را برحسب m و r بدست آورید.

۹ـ۳۴ قرصی بجرم m وشعاع R حول محورافقی‌که ازمرکز آن میگذرد میتواند بچرخد. جسمی بجرم m بنقطه‌ای ازمحیط این چرخ وصل است. وقتی جسم اخیرالذکر برانتهای قطرافقی چرخ قراردارد آنرا بدون سرعت اولیه رها میکنیم.سرعت زاویه‌ای‌این جسم را وقتی ازپایین‌ترین نقطه عبورمیکند بدست آورید .

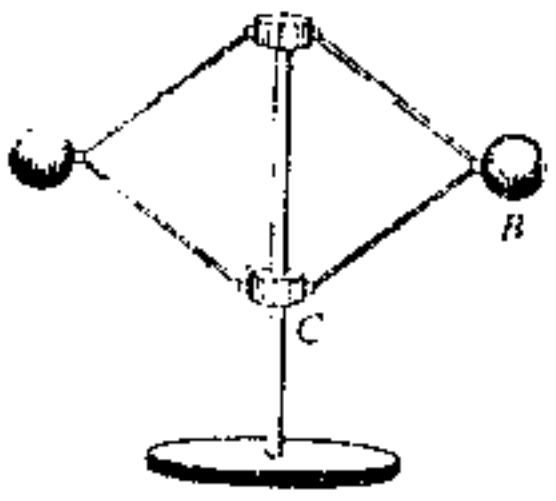
۹ـ۳۵ چرخ لنگریك موتوربنزینی باید بتواند وقتی ازدور ۶۰۰ در دقیقه به دور ۵۴۰ دردقیقه میرسد j ۶۰۰ انرژی ازدست بدهد. ممان‌دینرسی آن چقدراست.

۹ـ۳۶ چرخ‌لنگریك منگنه دارای ممان‌دینرسی $15 slug.ft^2$ است و درهر دقیقه ۳۰۰ دور میزند . (a) هرگاه برای هربارمنگنه‌کردن ۴۵۰۰flb کار لازم باشد ،بازاء هربار منگنه‌کردن چند دور در دقیقه ازدور چرخ کم میشود. (b) هرگاه قراربراین‌باشد که انرژی لازم برای هرمنگنه‌کردن را در ۵ ثانیه بآن پس دهد توان لازم چقدراست

۹ـ۳۷ چرخ‌لنگر موتوری ۳۲۰kgm جرم دارد وشعاع ژیراسیون آن ۱/۲ متر است. موتورگشتاورثابت۱۸۰۰nm تولید میکند وچرخ‌لنگرازحال‌سکون شروع بحرکت مینماید.(a) شتاب زاویه‌ای چرخ لنگر.(b) سرعت زاویه‌ای آن پس از چهار دور و (c) کار موتور را درچهار دور اول حساب‌کنید.

۹ـ۳۸ درمجله‌ای نوشته شده‌که در زوریخ سویس نوعی اتوبوس ساخته شده است‌که انرژی لازم برای حرکت آنرا قبلا درچرخ لنگری ذخیره می‌کنندوهمینکه دورچرخ‌لنگر کم شد درایستگاه های معین بآن انرژی داده آنرا براه می‌اندازند. (مثلا بـا یـك موتور الکتریکی.) فرض‌کنیم چرخ‌لنگر مذکور استوانه‌ای بجرم۱۰۰۰kgm بقطر۱۸۰cm و بسرعت زاویه‌ای ماکزیموم ۳۷۰۰rev/min باشد (a) در این سرعت زاویه‌ای انرژی ذخیره شده درچرخ‌لنگر چه‌اندازه‌است ؟ (b) هرگاه‌توان‌متوسط لازم‌برای حرکت‌اتوبوس ۲۵h.p باشد چرخ لنگر مذکور تاچه مدت می‌تواند اتوبوس را ببرد تا متوقف‌شود .

۹ـ۳۹ چرخی بشکل استوانه‌کامل بشعاع ۶۰cm وبجرم۵۰kgm رادرده‌ثانیه‌ازحال‌سکون بسرعت زاویه‌ای ۳۰۰دوردردقیقه میرسانند. (a) چه‌گشتاوری برای اینکار لازم است؟ (b) انرژی جنبشی چرخ وقتی ۳۰۰ دور در دقیقه میزند چه اندازه است



شکل ۹ـ۳۰

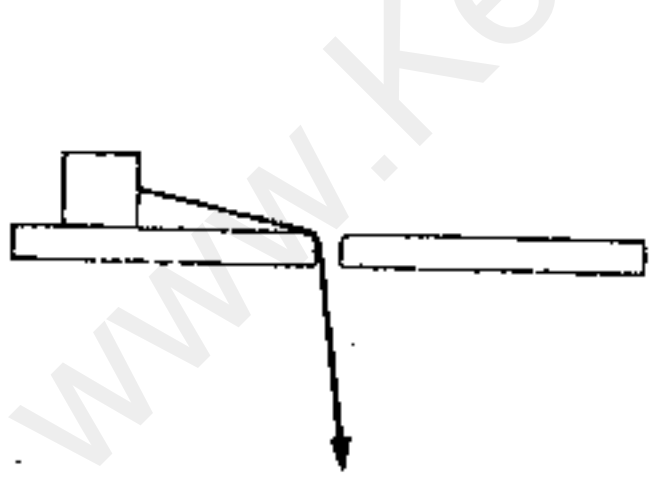
۹ـ۴۰ چرخ‌لنگرموتوری‌دارای ممان‌دینرسی $20 slugft^2$ است. (a)چه گشتاوری میتواند

درده ثانیه دوراین چرخرا ازصفربه ۹۰۰دوردردقیقه برساند ؛ (b) انرژی جنبشی‌انتهائی آن چه اندازه است؟

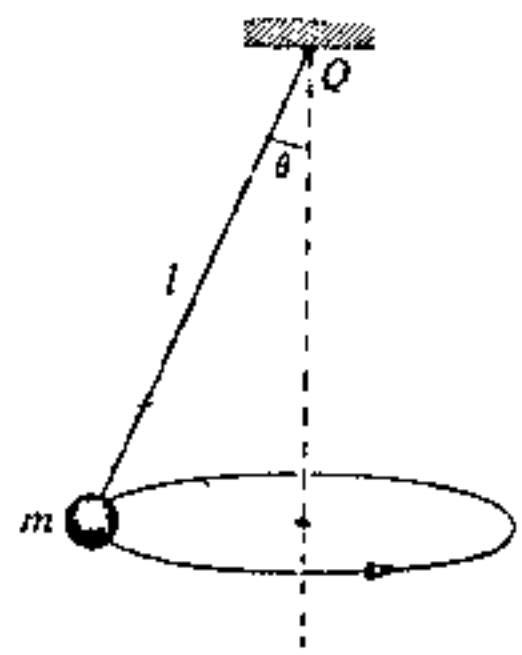
۹ـ۴۱ وزن هریك ازدو وزنه A و B شکل ۹ـ۳۰ برابر ۵۰۰gm است و با سرعت زاویه‌ای ۵rad/sec بدورمحور قائم درگردش هستند. فاصله آنها ازمحور دردور مذکور ۱۵cm است. طوقC رانیروئی روبپائین میکشیم بطوریکه فاصله گلوله‌ها از محور ۵ سانتیمترشود. کار انجام شده دراین عمل چه اندازه است (شکل۹ـ۳۱).

۹ـ۴۲ مطابق شکل ۹ـ۳۱ جسمی بجرم m بطنابی بطول l آویـزان است وجسم برمحیط دایره‌ای درسطح افقی می‌چرخد ممان‌سینتیك وزنه را نسبت به‌محورقائمی‌که ازO میگذرد حساب کنید .

۹ـ۴۳ شخصی روی صندلی دواری نشسته ویك جفت دمبل دردست دارد. فاصله‌دمبل ازمحور دوران ۶۰cm است وشخص باسرعت زاویه‌ای ۲rad/sec حول محوردمی چرخد ممان‌دینرسی‌شخص نسبت‌به‌محور ۹kgm.m^2 است وثابت فرض میشود. جرم دمبل‌ها هریك ۸kgm است وهریك را میتوان یك نقطه مادی فرض نمود. ازاصطکاکها صرفنظرشود. (a) ممان‌سینتیك دستگاه چه اندازه است؟ (b) سرعت زاویه‌ای دستگاه را پس‌ازآنکه شخص دمبل هارا بفاصله ۳۰cm ازمحورقرارداد بدست‌آورید. (c) انرژی‌جنبشی دستگاه‌راقبل وبعداز جابجائی دمبل‌ها حساب کنید .



شکل ۹ـ۳۳



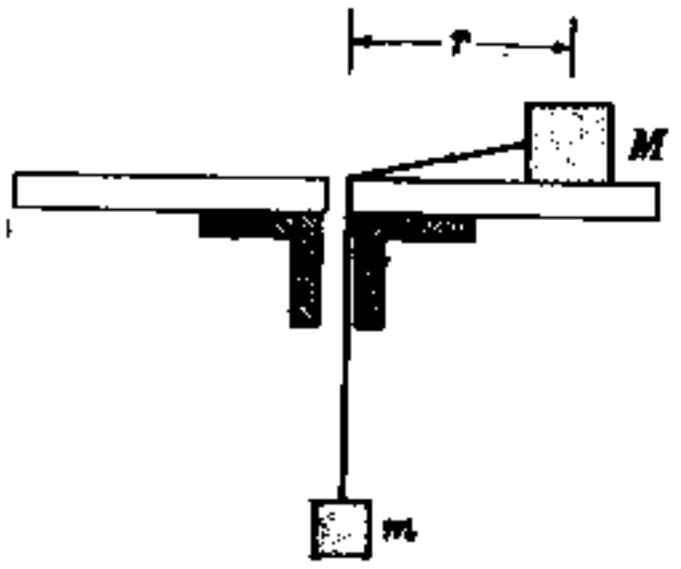
شکل ۹ـ۳۱

۹ـ۴۴ مطابق شکل ۹ـ۳۲ جسمی بجرم ۵۰gm به‌نخی بسته شده و انتهای نخ از سوراخ وسط صفحه‌ای عبورکرده است. جسم در فاصله ۲۰cm از محور با سرعت زاویه‌ای ۳rad/sec می‌چرخد. اصطکاك ناچیز وصفحه افقی است. نخ را آنقدربپائین میکشیم که شعاع چرخش جسم ۱۰cm شود هرگاه جسم‌یك‌نقطه مادی فرض شود. (a) سرعت زاویه‌ای جدیدو (b) تغییرانرژی جنبشی جسم را حساب کنید .

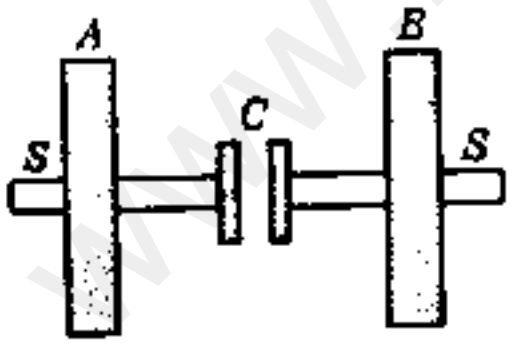
۹ـ۴۵ جسمی بجرم ۴kgm مطابق شکل ۹ـ۳۲ روی‌صفحه افقی بدون اصطکاکی میچرخد وطنابی که باآن‌وصل است‌ازسوراخی‌که دروسط صفحه است عبورمیکند. شعاع دوران درابتدا ۶۰cm است ودرایـنحال سرعت خطی دوران ۴m/sec است. نخ راپائین میکشیم تا شعاع دوران‌کم شود. هر گاه قدرت تحمل طناب ۷۲۰n باشد تاچه حد میتوان شعاع دوران را تنزل داد .

۹ـ۴۶ مطابق شکل ۹ـ۳۳ جسمی بجرم M برصفحه دوار افقی بفاصله r ازمحور قراردارد .صفحه‌باسرعت‌زاویه‌ای ω می‌چرخد طنابی‌که بجسم M وصل است ازسوراخ‌وسط صفحه عبورکرده بجسم آویزانی بجرم m وصل میشود. ضریب اصطکاك بین M وتکیه‌گاه μ است. حداقل وحداکثرشعاع r را طوری پیداکنیدکه جسم نسبت بصفحه دوار (در فاصله این دومقدار r) ساکن‌بماند.

۹ـ۴۷ میله متشابهی بجرم ۳۰gm وبطول ۲۰cm درصفحه افقی حول محوری‌که ازوسط میله عبورمیکند میچرخد. دوجسم کوچك هریك بجرم۳۰gm برروی میله میتوانند حرکت‌کنند. این‌دووزنه بفاصله۵cmازمحوردوران‌محکم شده‌اند ودستگاه باسرعت‌زاویه‌ای ۱۵rev/min میچرخد. هر گاه دوجسم را آزادکنیم تا نتوانند برروی‌میله حرکت‌کنند بدون‌اینکه تغییر دیگری دروضع میله ایجاد شود. (a) وقتی دوجسم بدوانتهائی‌میله رسیدند سرعت زاویه‌ای آنها چقدراست؟ (b) پس‌ازآنکه دوجسم ازدوانتهای میله بخارج لغزیدند سرعت زاویه‌ای میله چه اندازه خواهد شد ؟



شکل ۹ـ۳۳



شکل ۹ـ۳۴

۹ـ۴۸ صفحه‌دوار حول‌محور افقی ثابتی‌درهرده‌ثانیه‌یکدور میچرخد. ممان‌دینرسی آن $1000\,kgm \times m^2$ است شخصی بجرم ۷۲ کیلوگرم‌که ابتدا برمحور صفحه ایستاده است روی یکی ازشعاعهای صفحه شروع بحرکت میکند. وقتی شخص ۲متر روی چرخ‌پیش رفت سرعت زاویه‌ای دستگاه چه اندازه‌است .

۹ـ۴۹ دوچرخ متشابه A و B که حول محور SS میتوانند بچرخند با کلاچC

(شکل ۹ـ۳۴) میتوانند بهم متصل یا ازهم جداشوند. وقتی کلاچ آزاد است A بسرعتزاویه ω_A میرسد وسپس اثر گشتاور مؤثر بر A قطع وکلاچ وصل میشود . از اصطکاک بسترها صرفنظر میشود. درکلاچ ۴۵۰۰ ژول انرژی بحرارت تبدیلمیشود. انرژی جنبشیاولیه A چقدر بوده است .

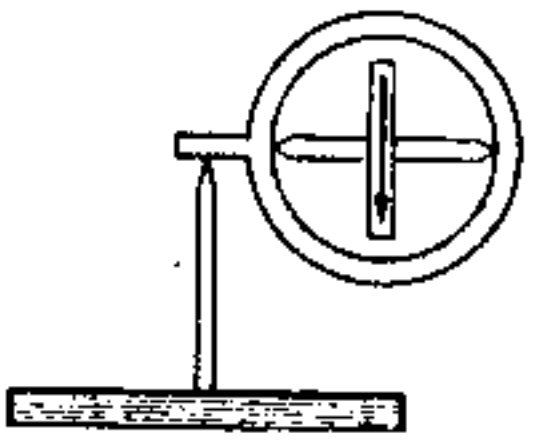
۹ـ۵۰ شخصی بجرم $72\,kgm$ برمحیط دواری بشعاع ۳متر قراردارد.مماندینرسی چرخنسبت به محورآن کهقائم وبدوناصطکاك است $2600\,kgm \times m^2$ میباشد.ابتدا چرخ وشخص ساکن هستند. اگرشخص باسرعت $0/6\,m/sec$ نسبت بزمین برمحیط چرخحرکت کند. (a) چرخ باچه سرعت زاویهای ودرچه جهتیمیچرخد.(b)پساز چند درجه چرخش شخص بجایگاه اولیه خود روی صفحه برمیگردد؟ (c) چه زاویهای طیمیکند تابجایگاه اولیه خود نسبت بزمین برگردد .

۹ـ۵۱ شخصی بوزن $160\,lb$ بر محیط صفحه دواری که میتواند حول محور قائم بدون اصطکاکی بچرخد باسرعت $4\,ft/sec$ درحرکت است. صفحه درجهت مخالف باسرعت زاویه $0/2\,rad/sec$ دوران‌میکند.شعاعصفحه $8\,ft$ وممانداینرسی آن $320\,slugft^2$است. سرعت زاویهای را وقتی شخص نسبت بصفحه ساکن شده روی آن بایستد پیداکنید .

۹ـ۵۲ دوچرخ مانند شکل ۹ـ۳۴ میتوانند باکلاچی بهم وصل یا ازهمجداشوند. ممانداینرسی چرخ A برابر $5/4\,kgm.m^2$ است. وقتی کلاچ آزاد است A را به $600\,rev/min$ میرسانیم.چرخ B ساکناست. کلاچراآزادمیکنیمسرعتهردوچرخمساوی وبرابر $400\,rev/min$ میشود.(a)ممانداینرسی چرخ B چه اندازه است. (b) چهمقدار انرژی دراین عمل بهگرما تبدیل میشود. اثراصطکاك محورها را ناچیز فرض کنید.

۹ـ۵۳ ژیروسکوپ یك کشتی ۵۰ تن جرم دارد .شعاع ژیراسیون آن $5\,ft$ استو باسرعت زاویهای $900\,rev/min$ میچرخد.(a)باتوان $100\,hp$ پساز چه مدت میتوان آنرا ازحال سکون به این سرعت رسانید .(b) چهگشتاوری لازم است تادراثرآن حرکت انتقال محوری باسرعت زاویه یك درجه برثانیه شروع شود .

۹ـ۵۴ جرم چرخ یك فرفره ۱۵۰ گرم وممانداینرسی آن $1500\,gm.cm^2$است جرم قاب آن $30\,gm$ است . وقتی فرفره افقی قرارمیگیردفاصله مرکز ثقل از قرارگاه فرفره $4\,cm$ است . محور درهر۶ ثانیهیکدورمیچرخد (حرکتانتقالی محور) (a)نیروی واردهازقرارگاه برفرفرهچهاندازه است.(b) سرعت زاویهای حرکتوضعیفرفرهراپیداکنید (برحسب دور دردقیقه). (a)دیاگرام برداری ممان سینتیك و گشتاور مؤثر بردستگاه را رسم کنید



شکل ۹ـ۲۵

۹ـ۵۵ ممان‌دینرسی‌چرخ جلو دوچرخه‌ای‌نسبت بمحورچرخش $0.258 slug ft^2$ ، شعاع‌آن $15 in$ وسرعت‌حرکت‌چرخ $20 ft/sec$ است. هرگاه‌وزن چرخ‌وچرخ‌سوارجمعاً $120 lb$ باشد ومرکزثقل‌در امتداد افقی یك اینچ جابجا شود ؛ چرخ جلورا باچه سرعت زاویه‌ای بحرکت در آورند تا مانع افتادن چرخ شود. (چرخ سوارها عملا میتوانند این مسئله را تجربه کرده نتایج محاسبه را عملا امتحان‌کنند) .

۹ـ۵۶ روتوریك‌ژیروسکپ کوچك درمدت $2 sec$ / ۰ ازحال سکون به $5000 rev/min$ میرسد . ممان‌دینرسی روتور $385 gm \cdot cm^2$ است . (a) شتاب زاویه‌ای را بفرض اینکه ثابت باشد حساب‌کنید . (b) گشتاورلازم برای ایجاد این شتاب چقدر است

فرض‌کنید که اعداد فوق مشخصات ژیروسکپی که درشکل ۹ـ۲۲ نشانداده شده‌است باشدوروتور درجهت عقربه ساعت (وقتی ازسمت چپ محور x ها بآن نگاه‌کنیم) بچرخد. (c) اگرحلقه B را درجهت عقربه ساعت بچرخانند محور حرکت وضعی درچه جهتی میچرخد (ازبالا درامتداد محور zهابچرخ نگاه میکنیم). (d) فرض‌کنیم حلقه‌های A وB در جای خود محکم شوند . چه گشتاوری در امتداد y وارد شود تا سرعت زاویه‌ای حول این محور $\frac{1 \text{ درجه}}{\text{ثانیه شود}}$ شود .

۹ـ۵۷ میتوان بارینگ دوچرخه یك ژیروسکوپ نمایشی ساخت بدین‌ترتیب که سیم های سربی‌بدوررینگ می‌پیچند وآنرا حول‌محوری‌که درحدود $10 in$ طول دارد بدوران آورند. هرگاه شعاع رینگ $30 in$ وجرم حلقه $10 lb$ وتمام جرم درمحیط فرض شود و چرخ درهرثانیه ۵ دوربچرخد نیروئی راکه‌هریك ازدستها برمحور وارد میآورد درحالات زیرحساب‌کنید(a)محورثابت‌است. (b) محوردرسطح‌افقی باسرعت‌زاویه‌ای $0.04 rev/sec$ میچرخد . (c) محور با سرعت زاویه‌ای $0.2 rev/mm$ درسطح افقی میچرخد . (d) باچه سرعتی محور را در سطح افقی بگردانیم تا وقتی چرخ فقط بریکی از دوانتهای محور متکی باشدنیفتد .

۹ـ۵۸ شخص روی صندلی‌دواری نشسته و ممان دینرسی کل‌آنها $1.26 slug/ft^2$ است.این مرد چرخ مذکور درمسئله ۱/ ۵۷ رادردست دارد. محور آنرا قائم نگاه‌میدارد

وبادست خود آنرا باسرعت زاویه‌ای $5rev/sec$ میچرخاند. (نسبت بناظری که از بالا نگاممیکند). (a) سرعت زاویه‌ای مرددر صندلی چقدراست. (b) مرد محور را چرخانیده بحال افقی درمیآورد سرعت زاویه‌ای مرد وصندلی چقدر میشود (c) انرژی جنبشی کل در قسمت (a) چقدر است . (d) انرژی جنبشی درقسمت (b) چه اندازه میشود . (e) چرا جوابهای (c) و (d) یکی نیستند .

www.KetabFarsi.com

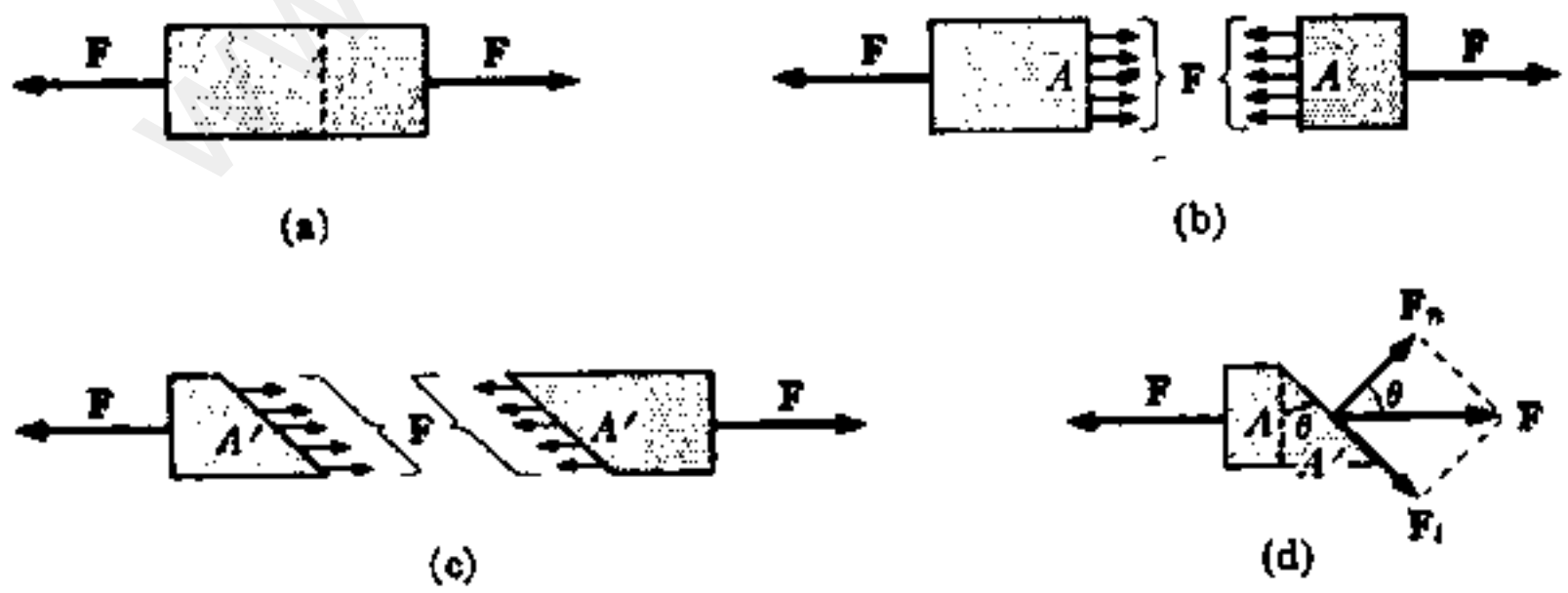
فصل دهم

الاستیسیته

۱۰–۱ ، تنش Stress

درفصول‌قبل اجسام را صلب فرض میکردیم. یعنی فرض براین بودکه جسم تحت‌اثر نیروهای خارجی تغییرشکل نمیدهد. این فرض جنبه ریاضی‌دارد والاهرجسمی‌که کم‌وبیش تحت اثر نیرو تغییرشکل میدهد تغییر شکل باحجم جسمی تحت اثر نیروهای خارجی‌قرار دارد به نیروهای بین‌ملکولی جسم بستگی دارد. متأسفانه‌اطلاعات ما درباره وضع ساختمان ملکولی اجسام و نیروهائی‌که ملکولها بر یکدیگر وارد میکنند کافی نیست .

مبحث فیزیك حالت جامد یا Solid state physics اینك زمینه تحقیق اکثر دانشمندان است ودانش بشری دراین زمینه هرروز درحال افزایش است. اما بهرحال فعلا نمیتوان، مثلاقطعه مسی را تحت اثر نیروهای خارجی قرارداد ووضع‌آن را براساس‌نیروهای بین‌ملکولی مشخص نمود.دراین فصل ما ازخواصی‌که مستقیماً بکمك‌تجربه شناخته میشوند بحث نموده به تفسیر ملکولی‌آنها کاری نداریم .



شکل ۱۰–۱ (a) میله‌ای‌دردوحال کشش (b) تنش درمقطع عمود برطول برابر F/A است (c) و (d) تنش درمقطع موربدرا میتوان به‌تنش قائم $\frac{F_n}{A'}$ وتنش مماسی یا برشی $\frac{F_t}{A'}$ تجزیه نمود ،

شکل ۱۰ـ۱ (a) میله متشابهی‌را نشان میدهدکه سطح مقطع‌آن A است ودونیروی مساوی ومختلف‌الجهت F برطرفین‌آن اثر میکند. گویند میله درحال‌کشش است. مقطعی ازجسم درنظرگیریدکه برطول‌آن عمود باشد. این مقطع درشکل بانقطه‌چین مشخص شده است. چون هرقسمت از جسم بحال تعادل است ، بخش سمت راست میله باید توسط قسمت چپ بانیروی F کشیده شود وبالعکس. هرگاه مقطع انتخابی به‌دوانتهای میله زیادنزدیك نباشد نیرو برسطح مقطع A بطور متشابه توزیع شود [شکل ۱۰ـ(b)] بنابرتعریف تنش S یا (Stress) درسطح مقطع عبارتست ازنسبت نیروی F بسطح A .

$$\text{Stress} = S = \frac{F}{A} \qquad (۱۰-۱)$$

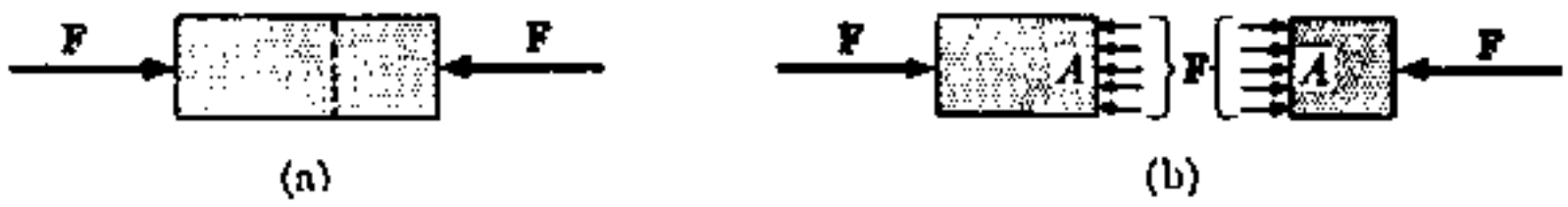
این تنش‌را تنش کششی یا tensile stress مینامند زیرا هرمقطع ، مقطع مجاور خودرا میکشد . این تنش‌را تنش قائم یا normale stress نیز مینـامند زیرانیروی توزیع شده برسطح عموداست.واحدهای تنش‌نیوتون برمترمربع n/m^2، دین‌برسانتیمتر مربع $dyne/cm^2$ ودردستگاه انگلیسی lb/ft^2 (پوند برفوت مربع) است .

سپس مقطع دلخواهی باامتداد نامشخص [شکل ۱۰ـ۱(a)] درنظرمی‌گیریم. نیروئی که هریك ازدوطرف سطح مقطع بردیگری وارد میکند F است. اما دراینحال نیروی F برسطح بزرگتر A' توزیع شده است. هرگـاه نیروی مؤثر برتمام سطح را بایك بردار منفرد F نشان دهیم و اندازه این‌بردار F باشد مطابق شکل ۱۰ـ۱(d) میتوان این بردار را بدو مؤلفه F_n که عمود برسطح A' است و مولفه F_t که در سطح A' قراردارد تجزیه نمود. تنش نرمال خارج قسمت F_n برسطح A' و تنش مماس خارج قسمت F_t بر A' است‌که تنش برشی مؤثر A' نیز نامیده میشود .

$$\text{تنش برشی} = \frac{F_t}{A'} \qquad \text{تنش نرمال} = \frac{F_n}{A'} \qquad (۱۰-۲)$$

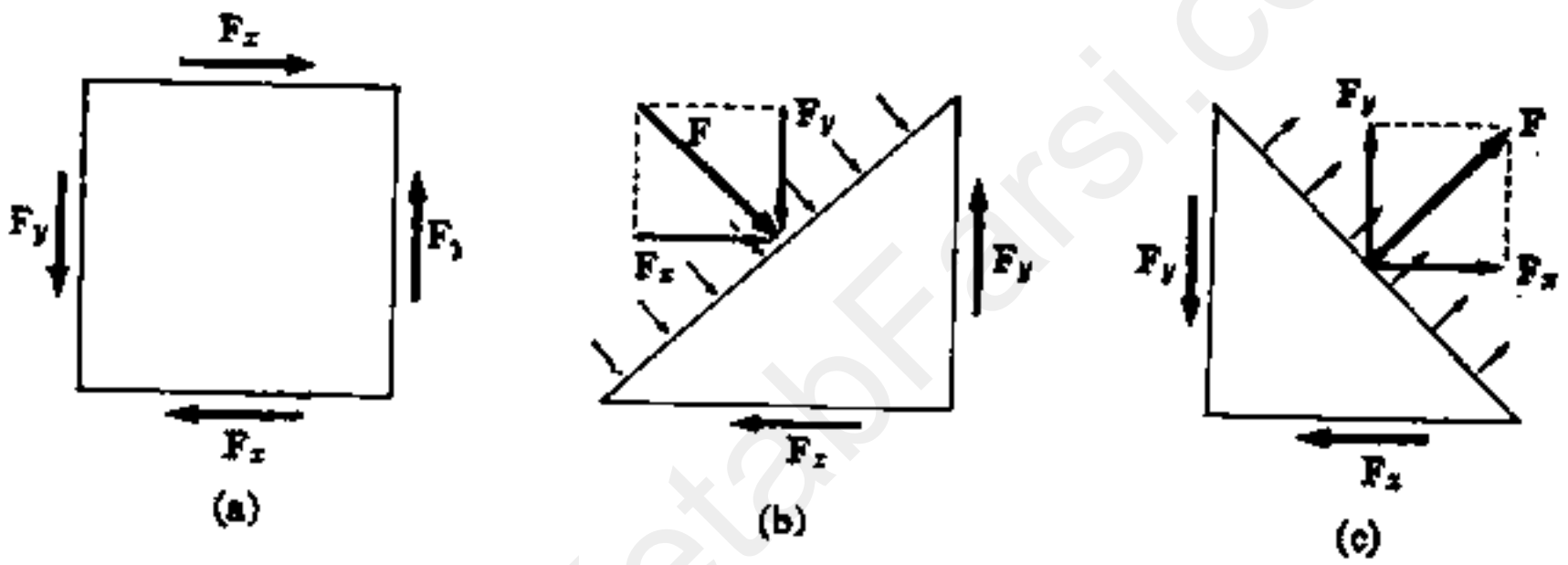
تنش‌را نمیتوان کمیت برداری نامید زیرا برخلاف نیرو، نمیتوان جهت مشخصی‌برای آن تعیین نمود. نیروی مؤثر برقسمتی از جسم‌که دریکطرف مقطع واقع‌است دارای امتداد وجهت مشخصی است . تنش نوعی‌کمیت فیزیکی است‌که تانسور نامیده میشود.

وقتی نیروئی از دوطرف روبداخل برمیله‌ای وارد شود (شکل ۱۰ـ۲) گویند میله درحال تراکم است. درقسمت (b) تنش مؤثر برمقطع نقطه چین نشانداده شده‌است . این تنش نیز تنش نرمال است . زیرا هرقسمت ، قسمت دیگررا ازخود میراند . مسلم است‌که اگر مقطع را درامتداد دلخواه فرض‌کنیم هم‌تنش برشی وهم تنش نرمال برآن مؤثراست.



شکل ۱۰–۲ میله‌ای درحال کشش

هرجسمی که سطح مقطع آن مربع است ومانند شکل ۱۰–۳ (a) تحت اثر نیروهای مساوی ومختلف‌الجهت (زوج‌ها) F_x و F_y قرار دارد نمونه دیگری از اجسام تحت اثر تنش میباشد .



شکل ۱۰–۳ (a) جسمی تحت‌تأثیر برش، تنش مؤثر برمقطع قطری در قسمت (b) فقط تنش تراکمی وتنش مؤثر برمقطع قطری قسمت (c) فقط کششی است.

جسم ونیز هرقسمت دلخواه که ازآن اختیارشود درحال تعادل‌است. بنابراین برآیند نیروهای مؤثر برمقطع قطری که درشکل ۱۰–۳ (b) نشانداده شده F است که مؤلفه های آن F_x و F_y میباشد. لذا تنش مؤثر براین مقطع فقط تراکمی‌است درحالیکه تنش‌مؤثر برمقطع قائم ، هم تراکمی وهم برشی است. درمقطع شکل ۱۰–۳ (c) تنش‌مؤثر برمقطع قطری فقط‌کششی است.

سیالی را درنظر گیرید که تحت اثر فشار خارجی است. سیال بجسمی اطلاق میشود که بتواند جریان یابد . بنابراین مایعات وگازها سیال هستند هرگاه تنش برشی برسیالی وارد شود، سیال دراثر این تنش « بریده شده » یا«شکاف برمیدارد». پس وقتی‌سیالی‌بحال تعادل است، تنش برشی درهمه نقاط سیال برابرصفراست. درشکل ۱۰–۴ سیالی نشانداده شده است که درون سیلندری قرار دارد و پیستنی برروی آن قرارگرفته است . برپیستن نیروئی از بالا به پائین وارد میشود . درون آن قسمتی از سیال بشکل یك گوه (منشور مثلث القاعده‌ای که سطح قاعده‌آن مثلث قائم‌الزاویه است) مفروض است. هرگاه وزن سیال

ناچیز فرض شود نیروهای مؤثر برآن فقط نیروهائی است که ازطرف سیال خـارجی برآن وارد میشود . چون برگوه مذکور تنش برشی (مماسی) دارد نمیشود ؛ نیروهای خارجی مؤثر برهریك از وجوه ، باید برآن عمود باشند . فرض کنیم $\mathbf{F}_x$ و $\mathbf{F}_y$ و $\mathbf{F}$ سه نیروی مؤثر برسه وجه جانبی باشند . چون سیال بحال تعادل است میتوان نوشت :

$$\mathbf{F}\sin\theta = \mathbf{F}_x \quad \text{و} \quad \mathbf{F}\cos\theta = \mathbf{F}_y$$

همچنین :

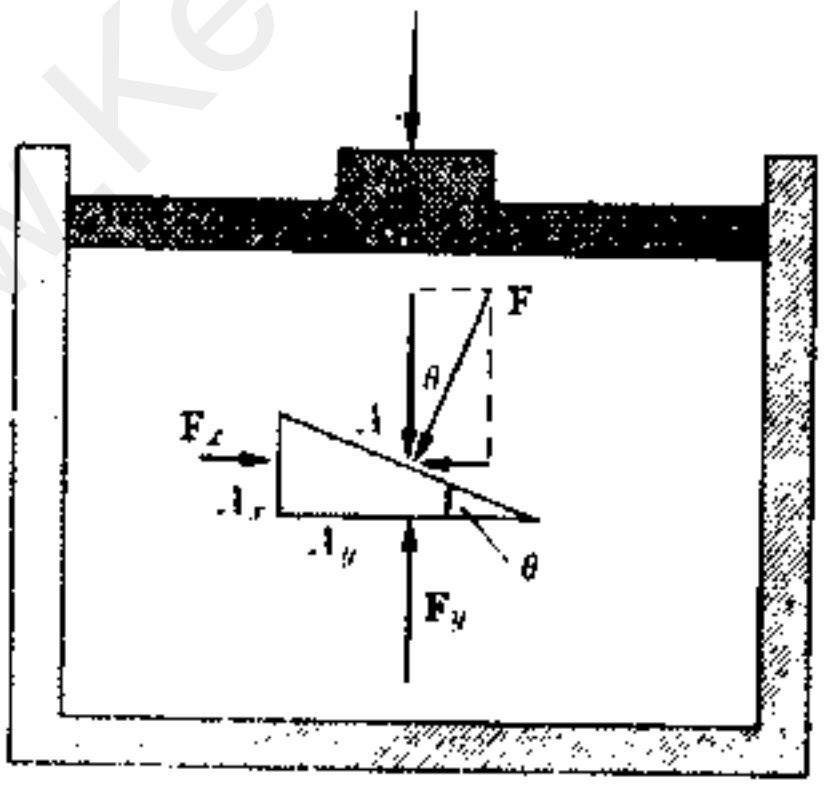
$$\mathbf{A}\sin\theta = \mathbf{A}_x \quad \text{و} \quad \mathbf{A}\cos\theta = \mathbf{A}_y$$

از تقسیم روابط بالا بریکدیگر نتیجه میشود :

$$\frac{\mathbf{F}}{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{F}_x}{\mathbf{A}_x} = \frac{\mathbf{F}_y}{\mathbf{A}_y}$$

یعنی نیروی مؤثر برواحد سطح ، صرفنظراز امتداد قـرارگرفتن‌سطح، مقداریست ثابت و همیشه تراکمی است . هریك از نسبت‌های بالا را **فشار هیدروستاتیکی** درون سیال نامیده آنرا با $\mathbf{p}$ نشان میدهیم . دراینصورت‌داریم :

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{A}} \quad , \quad \mathbf{F} = \mathbf{p}\cdot\mathbf{A} \qquad (۳-۱۰)$$



شکل ۱۰-۴ ، سیالی‌که تحت فشار هیدروستاتیکی است . نیروی مؤثر بر هروجه برآن عمود است .

واحدهای فشار نیوتون برمترمربع $\mathrm{n/m^2}$ ، دین برسانتیمترمربع $\mathrm{dyne/cm^2}$ و پوند برفوت مربع $\mathrm{lb/ft^2}$ است فشار نیز مانند انواع تنش‌کمیت‌برداری نیست وجهت اثرآن مشخص ومعین نمیباشد . نیروی وارده بر هـرسطح درون سیال (یا سطوح مرزی)

ساکن که تحت‌اثر فشار هیدروستاتیکی باشدبرآن سطح‌عمود است‌وتابع امتداد قرارگرفتن سطح نیست . این‌بیان‌نظیر بیان زیراست. «فشار درون یك‌سیال درهمه جهات‌یکسان‌است».

تنش در داخل یك جامد نیز نظیر فشار هیدروستاتیکی است بشرط آنکه تنش مؤثر بر سطح‌خارجی‌آن درتمام نقاط یکسان باشد یعنی نیروی وارده‌برواحدسطح درتمام نقاط‌سطح خارجی‌یکسان توزیع شده و برآن عمود وروبداخل امتداد داشته باشد . درشکل ۱۰ـ۲ که فقط بردوطرف جسم نیرو وارد میشود وضع‌چنین نیست. ولی‌هرگاه‌جسم‌جامدی درون‌سیالی قرارگیرد وضع آن کاملا شبیه وضع سیال است .

۱۰ـ۲ ، تغییر بعد نسبی Strain

تغییر بعد نسبی به تغییرابعاد وشکل‌جسمی‌که تحت اثر تنش قرار دارد اطلاق میشود . هرنوع تنش تغییر بعد نسبی نظیر خودرا ایجاد میکند .

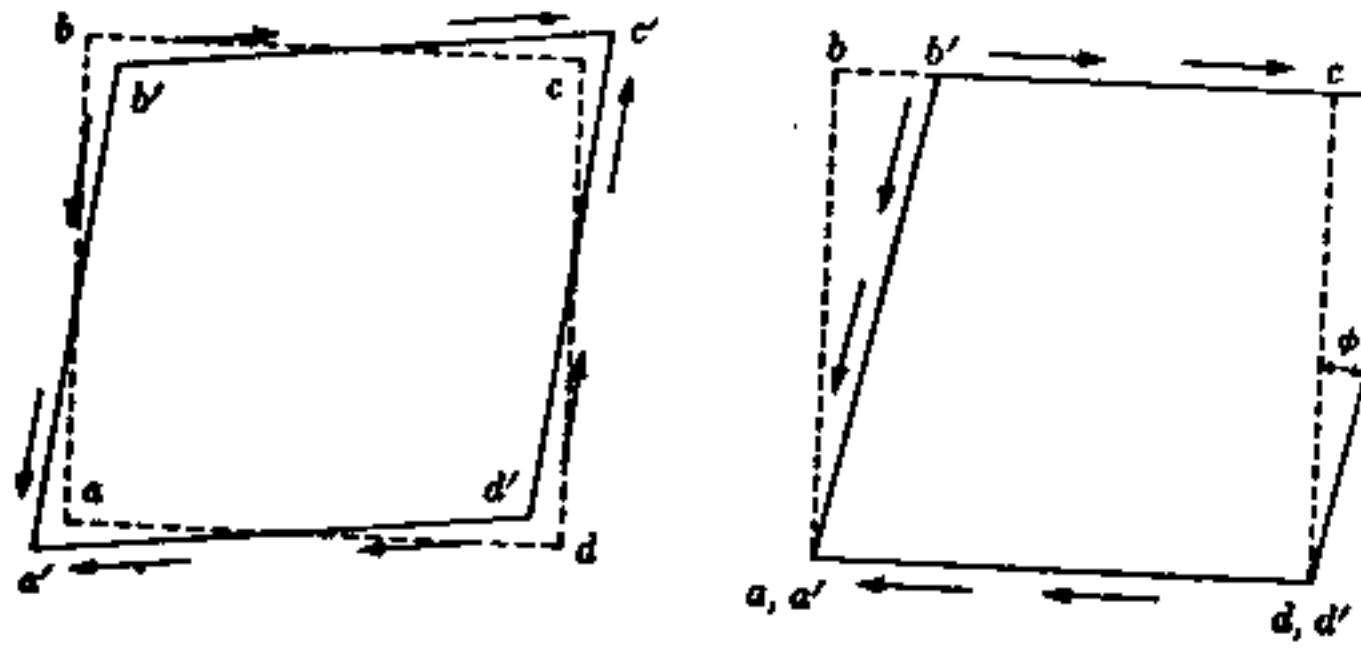
درشکل ۱۰ـ۵ میله‌ای نشان‌داده شده‌که طول اولیه آن l_0 است ودراثردو نیروی مساوی و مختلف‌الجهت‌که برطرفین‌آن وارد میشودطول آن به l افزایش می‌یابد . مسلماً افزایش طول فقط منحصر به دو انتها نیست بلکه تمام اجزاء میله بیك نسبت‌کشیده میشوند . افزایش نسبی طول **tensile strain** عبارت ازنسبت افزایش طول بطول‌اولیه است یعنی :

شکل ۱۰ـ۵ ، تغییر بعد نسبی طولی عبارتست از نسبت $\Delta l / l_0$

$$\text{افزایش‌نسبی‌طول} = \text{تغییر بعد نسبی کششی} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \qquad (۴-۱۰)$$

کاهش طول نسبی یا **compressive strain** نیز بهمین طریق تعریف میشود یعنی عبارت است‌از نسبت‌کاهش طول جسم بطول اولیه آن .

درشکل ۱۰ـ۶ (a) نحوه تغییر شکل جسم دراثر تنش برشی نشان‌داده شده است . نحوه اثراین تنش قبلا درشکل ۱۰ـ۳ نشان داده شده است مربع نقطه چین **abcd** جسم را درحالتی‌که تنش برآن مؤثر نبوده و $a'b'c'd'$ شکل‌جسم را پس از تأثیر تنش نشان میدهد . درقسمت (a) مرکزجسم درحال‌آزاد برمرکز آن پس‌از تأثیر تنش منطبق است . درقسمت (b) ضلع **ad** وضلع $a'd'$ برروی یکدیگرقرار دارند . طول اضلاع دراثر تنش برشی تغییرمحسوسی ندارد در حالیکه طولهای موازی قطر **bd** کاهش و موازی قطر **ac** افزایش می‌یابد . بایدتوجه داشت‌که این‌تغییرطول‌ها درصورتی ایجاد میشودکه تنش‌داخلی مناسب (نظرآنچه درشکل ۱۰ـ۳ نشان‌داده شده است) برجسم وارد شود . این نوع تغییر



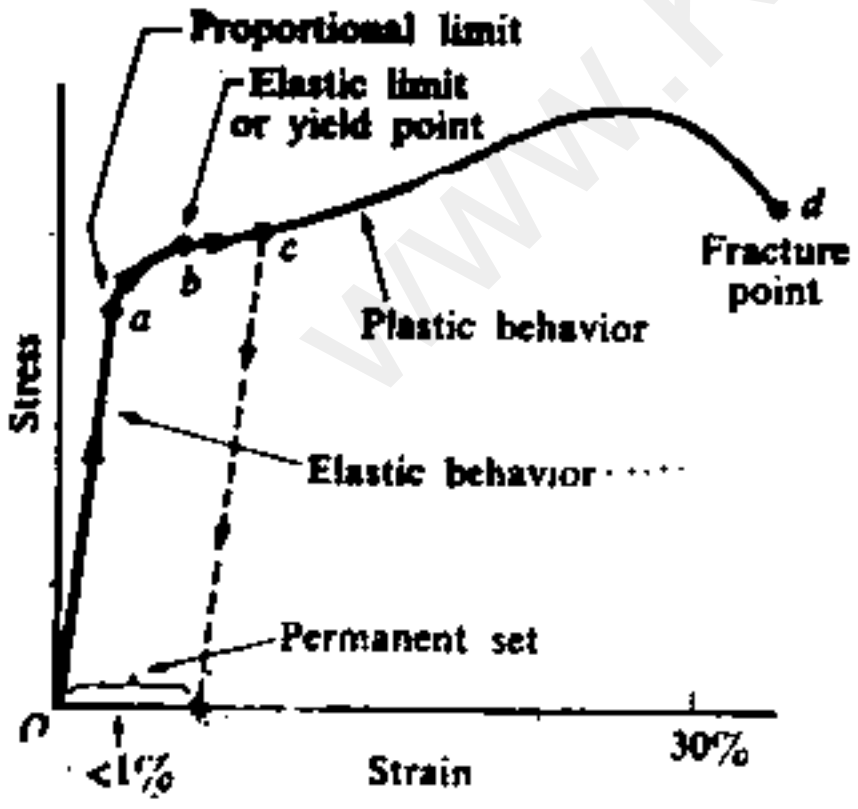
(a) (b)

شکل ۱۰–۶ ، تغییرشکل جسمی که تحت اثر برش است تغییربعد برشی عبارتست از $\tan\Phi \simeq \Phi$

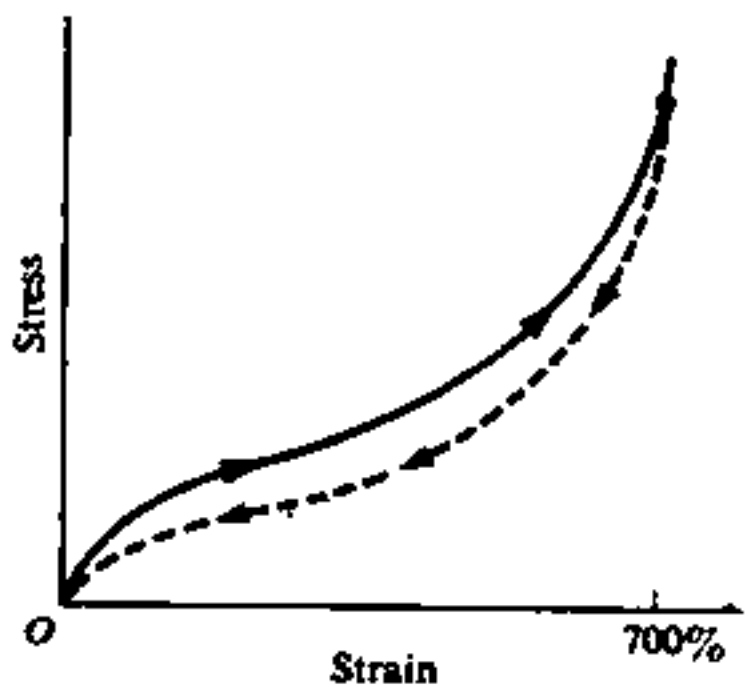
بعد را **تغییربعد برشی** یا **shearing strain** مینامند وبرابراست باتانژانت زاویه Φ. چون Φ زاویه‌ای بسیار کوچك است میتوان تانژانت Φ را با اندازه Φ برحسب رادیان برابر گرفت .

$$\text{تغییربعد برشی} = \tan\Phi \simeq \Phi \text{(برحسب رادیان)} \qquad (۱۰-۵)$$

تغییربعد برشی نظیر سایرانواع تغییربعد ، عددی است مطلق .



شکل ۱۰–۷ ، منحنی تغییرات **stress-strain** برای فلزی که قابلیت مفتول‌شدن دارد .



شکل ۱۰–۸ ،منحنی تغییرات **stress-strain** برای لاستیك .هیسترزیس یا پس‌ماندالاستیکی مشاهده میشود .

تغییرحجم حاصل‌ازفشار هیدروستاتیکی را که **volume strain** نامیده میشود

عبارتست‌از نسبت تغییر حجم Δv بحجم اولیه v_0 که عددی است مطلق :

$$\text{volume strain} = \text{تغییر حجم نسبی} = \frac{\Delta v}{v_0} \qquad (۱۰-۶)$$

۱۰ـ۳ ، الاستیسیته و پلاستیسیته

رابطه بین هرسه نوع تنش با تغییر بعدهای نسبی نظیر ، در رشته‌ای ازفیزیك بنام تئوری الاستیسیته و یا مبحث صنعتی مقاومت مصالح strength of materials نقش اساسی را برعهده دارد . هرگاه منحنی stress–strain اجسام مختلف رسم شود دیده میشود که برحسب نوع جسم ، تمام منحنی‌ها بدو یاسه گروه مشابه تقسیم‌میشود. دو دسته‌ازاجسام یعنی فلزات ومواد لاستیکی درعلوم وصنایع امروزی نقش اساسی‌دارند .

حتی درفلزات نیزمیتوان دسته‌های فرعی متعدد پیدا کـرد . درشکل ۱۰ـ۷ منحنی stress–strain را برای فلزی که قابلیت مفتول شدن‌دارد ، ductile metal رسم کرده‌اند . تنش فقط کششی ، وتغییر بعد ، افزایش طـول است . در قسمت اول منحنی (که افزایش نسبی‌طول درحدود۱٪است) تنش وافزایش طول متناسب‌اند(تانقطه a روی منحنی). این قسمت را منطقه تناسب proportional limit مینامند .

تناسب افزایش‌نسبی طول وتنش را (درمنطقه تناسب) **قانون هوك** مینامند . درفاصله a و b بین‌تغییرطول نسبی strain وتنش تناسب وجود ندارد ولی هرگاه اترتنش را کم کنند دوباره طول جسم بوضع قبل برمیگردد . در این منطقه جسم را الاستیك و نقطه b را **حد الاستیك** یا elastic limit ویا نقطه تسلیم yield point مینامند .

هرگاه تنش ازحد مذکور بالاتر رود افزایش نسبی طول تسریع شده وچنانچه بار را از روی جسم بردارند بطول اولیه برنمیگردد . مسیر برگشت، نقطه چینی است که در شکل۱۰ـ۷ نشان‌داده شده‌است.وقتی تنش‌مجدداً بصفر برسدطول جسم بیش‌ازطول‌اولیه‌است گوئیم جسم **افزایش طول دائمی** پیدا کرده است . هرگاه تنش را باز هم زیادتر کنیم افزایش طول نسبی‌بازهم‌بیشترمیشود تادرنقطهd جسم گسیخته میشود Fractare point درفاصله bd جسم خاصیت پلاستیکی دارد . دراین فاصله ، سطوحی‌که تنش برشی مؤثر بر آنها ماکزیموم است روی هم میلغزند . هرگاه تغییرشکل پلاستیکی درفاصله حدالاستیسیته وحد انقطاع درفلزی زیاد باشد فلز را قابل تورق یا ductile نامند . (این‌خاصیت را قابلیت مفتول شدن نیزمینامند). هرگاه پس‌از حد ارتجاع ، جسم خیلی زود بحد انقطاع برسد جسم را **شکننده** brittle مینامند .

درشکل۱۰ـ۸ منحنی stress–strain برای نمونه‌ای‌ازلاستیك‌که طول‌آن تاهفت

برابرافزایش یافته است نشان میدهد. دراین منحنی منطقه تناسب‌وجود ندارد یعنی‌هیچگاه تنش و افزایش‌طول نسبی باهم متناسب نیستند. معنی خاصیت الاستیکی دراینجا این است که جسم پس‌از قطع اثر تنش بطول اولیه باز میگردد. وقتی تنش را بتدریج **کاهش دهیم** منحنی برگشت روی منحنی اولیه نیست ومنحنی نقطه چین شکل ۱۰ـ۸ است. **عدم‌انطباق** این دومنحنی بر یکدیگر بعلت وجـــــــود **هیسترزیس** یا **پس‌ماند الاستیکی** است. (elastic hysteresis) بعداً خواهیم‌دیدکه اجسام فرومانیتیك نیزهنگام مغناطیس‌شدن هیسترزیس مغناطیسی دارند. میتوان نشـان دادکه سطح محصور درون منحنی هیسترزیس، چه‌درمغناطیس وچه درجسم‌الاستیك‌برابر انرژی‌ذخیره شده درون‌جسم است. وجود خاصیت ارتجاعی درمواد لاستیکی باعث میشود که از این مواد در جذب و مستهلك کردن حرکات ارتعاشی‌استفاده شود هرگاه قطعه لاستیکی بین قسمت لرزان یك ماشین ومثلاً کف باشد، در هرسیکل هیسترزیس الاستیکی اتفاق می‌افتد. انرژی مکانیکی به انرژی‌حرارتی‌تبدیل شده باعث بالا رفتن دمای لاستیك میشود. در نتیجه فقـط جزئی از انرژی ارتعاشی به‌کف منتقل میشود.

۱۰ـ۴، مدول‌های الاستیکی

منطقه تناسب دراجسام قابل ارتجاع، درصنعت وفیزیك دارای اهمیت خاصی است. نسبت تنش به‌تغییربعدنسبی رامدول **الاستیکی** مینامند. مدول‌الاستیکی تـابع خواص جسم است. مفهوم قانون هوك را چنین میتوان خلاصه نمود «پائین تر از حد ارتجاع، مدول الاستیکی یك جسم مقداریست ثابت».

ابتدا درباره تنش و تغییربعدطولی (تراکمی یاکششی) بحث خود را شروع میکنیم. تجربه نشان میدهدکه دریك جسم‌بازاء مقدار معینی ازتنش، تغییربعد نسبی مشخصی ایجاد میشود، خواه تنش تراکمی باشد و خواه‌کششی. بنابراین در یك جسم نسبت **تنش‌کششی** به افزایش طول نسبی برابر نسبت تنش تراکمی به کاهش طول نسبی است. این نسبت را **مدول‌کششی** یا **مدول یونگ** نامیده آنـرا به Y نمایش میدهیم. داریم:

$$Y = \frac{\text{تنش کششی}}{\text{افزایش نسبی‌طول}} = \frac{\text{تنش تراکمی}}{\text{کاهش نسبی طول}}$$

ویا:

$$Y = \frac{F_0/A}{\Delta l/l_0} \qquad (۷-۱۰)$$

چون تغییر طول نسبی عدد مطلق است ، واحد مدول الاستیسیته و واحد تنش یکی است یعنی (نظیرواحد فشار) خارج قسمت واحد نیرو برواحد سطح است .

درجدول ۱۰ـ۱ مدول‌های مختلف چند جسم برحسب lb/in^2 و $dynes/cm^2$ ثبت شده است .

جدول ۱۰ـ۱ مدول تقریبی چند جسم

نام جسم	مدول یونگ Y		مدول برشی S		مدول حجمی	
	$10^{12}\frac{dynes}{cm^2}$	$10^6\frac{lb}{in^2}$	$10^{12}\frac{dynes}{cm^2}$	$10^6\frac{lb}{in^2}$	$10^{12}\frac{dynes}{cm^2}$	$10^6\frac{lb}{in^2}$
آلومینیوم	۰/۷۰	۱۰	۰/۲۴	۳/۴	۰/۷۰	۱۰
برنج	۰/۹۱	۱۳	۰/۳۶	۵/۱	۰/۶۱	۸/۵
مس	۱/۱	۱۶	۰/۴۲	۶/۰	۱/۴	۲۰
شیشه	۰/۵۵	۷/۸	۰/۲۳	۳/۳	۰/۳۷	۵/۲
آهن	۰/۹۱	۱۳	۰/۷۰	۱۰	۱/۰	۱۴
سرب	۰/۱۶	۲/۳	۰/۰۵۶	۰/۸	۰/۰۷۷	۱/۱
نیکل	۲/۱	۳۰	۰/۷۷	۱۱	۲/۶	۳۴
پولاد	۲/۰	۲۹	۰/۸۴	۱۲	۱/۶	۲۳
تنگستن	۳/۶	۵۱	۱/۵	۲۱	۲/۰	۲۹

نسبت تنش برشی به تغییر بعدنسبی برشی‌را **مدول برشی** مینامند وآنرا با S نشان میدهند . این مدول را مدول سختی modulus of rigidity یا مدول پیچشی torsion modulus نیز مینامند .

$$S=\frac{\text{تنش برشی}}{\text{تغییر بعد نسبی برشی}}=\frac{F_t/A}{\Phi} \qquad (۸-۱۰)$$

برای فهم Φ بهشکل ۱۰ـ۶ مراجعه شود. واحد مدول برشی نیز برابر نسبت واحد نیرو برواحد سطح است. اندازه‌آن دراغلب اجسام نصف مدول یونگ‌استمدولی‌که مربوط

بکاهش حجم در اثر فشار هیدروستیکی است مدول حجمی یا **Bulk modulus** نامیده آن را به **B** نشان میدهند . داریم :

$$B = \frac{-P}{\Delta V / V_0} \qquad (۹-۱۰)$$

علامت منفی باین دلیل حتماً باید نوشته شود که افزایش **p** حتماً با **کاهش حجم** همراه است. یعنی‌وقتی **p** مثبت است ΔV حتماً منفی است. معمولا در جداول بجای **مدول** حجمی‌عکس‌آن راکه **ضریب تراکم** یا **Compressibility** نامیده میشود ثبت میگردد. بنابرتعریف داریم :

$$k = \frac{1}{B} = -\frac{1}{p}\frac{\Delta V}{V_0} \qquad (۱۰-۱۰)$$

جدول ۱۰-۲

ضریب تراکم مایعات

نام مایع	ضریب تراکم k		
	$(n/m^2)^{-1}$	$(lb/in^2)^{-1}$	atm^{-1}
سولفور کربن	۶۴×۱۰^{-۱۱}	۴۵×۱۰^{-۷}	۶۶×۱۰^{-۶}
الکل اتیلیك	۱۱۰	۷۸	۱۱۵
گلیسیرین	۲۱	۱۵	۲۲
جیوه	۳/۷	۲/۶	۳/۸
آب	۴۹	۳۴	۵۰

نسبت $\Delta V / V_0$ تغییر حجم نسبی است. لذا میتوان ضریب تراکم را تغییرات نسبی حجم بازاء فشار واحد دانست.

واحدهای مدول حجمی‌را بنابرفرمول ۱۰-۹ میتوان تعریف کرد . نتیجه میشود که واحدهای‌مدول نیز باواحدهای‌فشار و تنش‌یکی‌است . بنابرفرمول ۱۰-۱۰ واحدضریب تراکم عکس واحد فشاراست : درجداول فشار را معمولا برحسب واحد آتمسفر ثبت می‌کنند .

(یك آتمسفر برابر $۱۴/۷\frac{lb}{in^۲}$ یا $۱/۰۳۳\frac{kgf}{cm^۲}$ است) . بنابر واحد ضریب تراکم عکس آتمسفر یا $atm^{-۱}$ است. وقتی میکوئیم ضریب تراکم آب ۵۰×۱۰^{-۶} بر آتمسفر است بدین معنی است که بازاء هر اتمسفر که برفشار آب افزوده شود حجم آن باندازه ۵۰ میلیونیم حجم اولیه کاهش میابد .

درجدول ۱۰ـ۳ روابط بین انواع مختلف تنش وتغییر بعد و مدولهای لاستیکی ثبت شده است .

جدول ۱۰ـ۳

تنش و تغییر بعد

نوع تنش	تنش	تغییر بعد نسبی	مدول الاستیکی	نام مدول
کششی	$\frac{F_n}{A}$	$\frac{\Delta l}{l_\circ}$	$Y=\frac{F_n/A}{\Delta l/l_\circ}$	مدول یونگ
تراکمی	$\frac{F_n}{A}$	$\frac{\Delta l}{l_\circ}$	$Y=\frac{F_n/A}{\Delta l/l_\circ}$	
برشی	$\frac{F_t}{A}$	$\tan\Phi\simeq\Phi$	$S=\frac{F_t/A}{\Phi}$	مدول برشی
فشار هیدروستاتیکی	$P\left(=\frac{F_n}{A}\right)$	$\frac{\Delta V}{V_\circ}$	$B=-\frac{P}{\Delta V/V_\circ}$	مدول حجمی

مثال ۱ـ درتجربه ای ، برای اندازه گیری مدول یونگ باری بوزن $۱۰۰۰lb$ بسیم فولادی بطول $۸ft$ وبسطح مقطع $۰/۰۲۵in^۲$ آویزان میکنیم. طول آن $۰/۱۲in$ افزایش میابد تنش، تغییر بعد نسبی ومدول یونگ فولاد مذکوررا حساب کنید :

$$\text{تنش}=\frac{F_n}{A}=\frac{۱۰۰۰}{۰/۰۲۵}=۴۰۰۰۰lb/in^۲$$

$$\text{افزایش طول نسبی} = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{۰/۰۱۰}{۸} = ۰/۰۰۱۲۵$$

$$y = \frac{\text{تنش}}{\text{افزایش طول نسبی}} = \frac{۴۰۰۰۰}{۰/۰۰۱۲۵} = ۳۲ \times ۱۰^{۶}\ \mathrm{lb/in^2}$$

مثال ۲ـ فرض کنید جسمی که درشکل ۱۰ـ۶ نشان‌داده‌شده ورقه‌ای ازبرنج بشکل مربع باضلاع ۲ft وبضخامت $\frac{۱}{۴}$ in باشد. چه نیروی F برهر یك ازگوشه ها اثر کند تا تغییر بعد cc' شکل ۱۰ـ۶(b) برابر ۰/۰۱in شود. مدول برشی $۵ \times ۱۰^{۶}\mathrm{lb/in^2}$ است.

تنش برشی درهر گوشه برابر است با :

$$\text{تنش برشی} = \frac{F_t}{A} = \frac{F}{۲۴۰ \times \frac{۱}{۴}} = \frac{F}{۶}\ \frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{in^2}}$$

تغییر بعد برشی عبارتست از :

$$\text{تغییر بعد برشی} = \tan\Phi \times \frac{۰/۰۱}{۲۴} = ۴/۱۷ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\text{مدول برشی } S = \frac{\text{تنش}}{\text{تغییر بعد نسبی}}$$

$$۵ \times ۱۰^{۶} = \frac{F/۶}{۴/۱۷ \times ۱۰^{-۴}}$$

$$F = ۱۲۵۰۰\mathrm{lb}$$

مثال ۳ـ حجم روغنی دریك منگنه‌آبی (پرس هیدرولیك) $۵\mathrm{ft^3}$ است . هرگاه برآن فشار $۲۰۰۰\mathrm{lb/in^2}$ وارد شود کاهش حجم آن را پیداکنید . ضریب تراکم روغن ۲۰×۱۰^{-۶} بر اتمسفر است.

بازاء فشار یك‌آتمسفر ۲۰ میلیونیم حجم کاهش میابد چون $۲۰۰۰\mathrm{lb/in^2}$ برابر ۱۳۶atm است. پس $۲۰ \times ۱۳۶ = ۲۷۲۰$ میلیونیم حجم کل کاهش میابد. چون حجم‌اولیه $۵\mathrm{ft^3}$ است کاهش حجم‌کل برابر است با :

$$\frac{۲۷۲۰}{۱۰۰۰۰۰۰} \times ۵\mathrm{ft^3} = ۰/۰۱۳۶\mathrm{ft^3} = ۲۳/۵\mathrm{in^3}$$

ازفرمول ۱۰ـ۱۰ نتیجه میشود :

$$\Delta V = -k V_0 p = -۲۰ \times ۱۰^{-۶} atm^{-۱} \times ۵ ft^۳ \times ۱۳۶ atm$$

$$= -۰/۰۱۳۶ ft^۳$$

۱۰ـ۵ ، ضریب سختی یا Force constant

مدولهای مختلف الاستیکی که معرف خواص الاستیکی اجسام است مستقیماً نمیتوانند معین کنند که مثلا یك میله یافنر که ازماده مشخصی ساخته شده تحت اثر نیروی معین چقدر افزایش طول میابد. هرگاه F را ازفرمول ۱۰ـ۷ محاسبه کنیم خواهیم داشت :

$$F = -\frac{YA}{l_0}\Delta l$$

هرگاه بجای $\frac{yA}{l_0}$ ضریب ثابت k قرار دهیم وبجای Δl تغییر طول را به x نمایش دهیم خواهیم داشت :

$$F = kx$$

بعبارت دیگر افزایش طول جسمی که تحت تأثیر نیروئی قراردارد (نسبت به‌طول اولیه‌آن درحالت‌آزاد) متناسب بانیروی وارده برجسم است. قانون هوك ازاول باینصورت بیان شده‌است نه برحسب تنش وتغییر بعد نسبی .

وقتی فنر مارپیچی را ازدوطرف بکشیم درمقطع سیمی که فنر ازآن ساخته‌شده است تنش برشی بوجود میآید ولی معذالك‌میتوان بدون توجه باین مطلب فرمول $F = kx$ را برای ازدیاد طول فنر نوشت. k تابعی ازمدول برشی ، سطح مقطع شعاع حلقه های فنر و غیره است .

ضریب k یانسبت نیرو به‌تغییر طول را **ضریب ثابت نیرو Force constant** یا ضریب سختی **Stiffness** نامیده آنرا برحسب پوند برفوت یا نیوتون برمتر یا دین بر سانتیمتر بیان میکنند. این ضریب درعمل برابر نیروئی است که بتواند تغییرطول واحد را درطول جسم ایجادکند.

مسائل

۱۰ـ۱ سیمی فولادی بطول $10\,ft$ وبسطح مقطع $0/1\,in^2$ است. هرگاه نیروی $2500\,lb$ برآن واردشود $0/01\,ft^2$ افزایش‌طول مییابد. مدول یونگ فولادرا بدست‌آورید.

۱۰ـ۲ حد ارتجاع فولاد $40,000\,\frac{lb}{in^2}$ است. هرگاه آسانسوری بوزن $4000\,lb$ بسیمی فولادی آویزان باشدکه سطح مقطع‌آن $0/5\,in^2$ است حداکثرشتابی‌راکه‌آسانسور میتواند داشته باشد پیداکنید. تنش نباید از $\frac{1}{4}$ حد ارتجاع بیشتر باشد.

۱۰ـ۳ سیمی مسی بطول ۱۲ فوت وبقطر $0/036\,in$ مورد آزمایش زیر قرارگرفته‌است. ابتدا بار $4/5\,lb$ بآن آویزان است. وقتی بار های اضافی بسیم آویزان و تدریجاً آنهارا زیاد کنیم افزایش طول هائی مطابق آنچه در جدول ثبت شده است بدست می‌آید. (a) منحنی تغییر طول را برحسب نیروورسم‌کنید. باررا روی محور قائم وتغییر طول را روی محور افقی ببرید. (b) مدول یونگ را حساب‌کنید. (c) تنش در حد ارتجاع چقدراست.

تغیرطول برحسب in	بار برحسب پوند
۳/۰۲	۰
۳/۰۴	۲
۳/۰۶	۴
۳/۰۸	۶
۳/۱۰	۸
۳/۱۲	۱۰
۳/۱۴	۱۲
۳/۶۵	۱۴

۱۰ـ۴ سیمی‌فولادی دارای مشخصات زیر است: طول $10\,ft$ سطح مقطع $0/01\,in^2$ مدول یونگ $3\times10^7\,lb/in^2$، مدول برشی $10^7\,lb/in^2$، حد ارتجاع $1/2\times10^7\,lb/in^2$ سیم درامتداد قائم آویزان است. (a) چقدر باربآن‌آویزان کنیم تا بحد ارتجاع برسد. (b) تحت اثر این نیرو تغییر طول سیم چه اندازه میشود. (c) حداکثر باری راکه این سیم میتواند تحمل‌کند چه اندازه است؟

۱۰ـ۵ (a) حداکثر باری راکه بسیم آلومینومی بقطر ۰/۵ اینچ میتوان آویزان کرد چه اندازه است؟ بشرط آنکه تنش از حد ارتجاع $14000\,lb/in^2$ خارج نشود.

(b) هرگاه طول اولیه سیم ۲۰ft باشد ازدیاد طول آنرا حساب کنید.

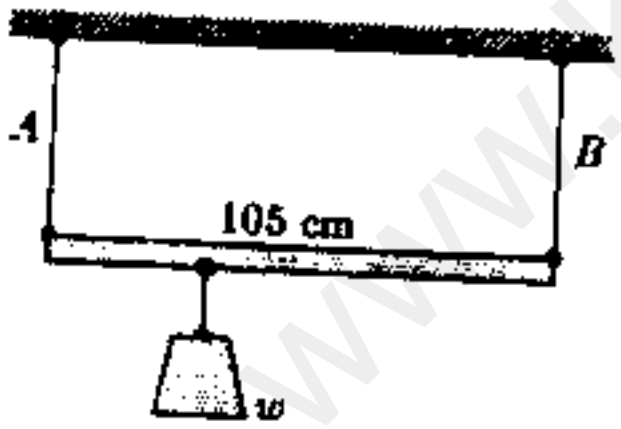
۱۰ـ۶ وزنه ۱۰ پوندی بسیمی فولادی بطول ۲ فوت و بسطح مقطع $۰/۰۰۱in^۲$ آویزان است. بپائین این وزنه سیم فولادی دیگری باهمین مشخصات که‌وزنه ۵پوندی‌به‌آن آویزان است بسته شده . (a) ازدیاد طول نسبی و (b) ازدیاد طول مطلق‌را بدست‌آورید.

۱۰ـ۷ وزنه ۱۶ کیلوگرمی‌که بسیمی فولادی بطول اولیه ۶۰cm آویزان است درسطح قائم برمحیط دایره‌ای میچرخد . سرعت زاویه‌ای درپائین‌ترین نقطه مسیر دوردور برثانیه است . هرگاه سطح مقطع سیم ۶/۵ میلی متر مربع باشد ازدیاد طول سیم را در پائین‌ترین نقطه مسیر پیداکنید .

۱۰ـ۸ سیمی ازمس بطول ۸ متر بدنبال سیمی ازفولاد بطول ۴ متر بسته شده‌است. سطح مقطع هریك از دوسیم ۶۵ میلی متر مربع است . هرگاه هردو سیم تحت اثرکشش ۵۰۰n واقع شوند . (a) تغییر طول هریك ازدو سیم و (b) انرژی پتانسیل دستگاه را حساب کنید .

۱۰ـ۹ سیمی ازمس بطول ۹۰cm وسطح مقطع ۳۲ میلی مترمربع بدنبال سیمی از فولاد بطول L و بسطح مقطع ۱۲/۵ میلی مترمربع بسته شده است . هرگاه‌کشش مؤثر بر این سیمها ۳۰۰۰۰n باشد. (a) طول L را بدست آورید درصورتی که ازدیاد طول هردوسیم برابر باشد. (b) تنش درهریك ازدوسیم چه اندازه است ؟ (c) افزایش‌طول نسبی را درهریك ازدوسیم حساب کنید .

۱۰ـ۱۰ طول میله‌ای ۱۰۵cm ووزن‌آن ناچیز است مطابق شکل ۱۰ـ۹ این میله بدوسیم قائم A و B که طول آنها مساوی است آویزان است. سطح مقطع سیم A یك میلی متر مربع و سطح مقطع سیم B دو میلی متر مربع ، مدول یونگ‌درسیم A برابر $۲/۱ \times ۱۰^{۱۲} dyne/cm^۲$



شکل ۱۰ـ۹

ودر سیم B $۱/۴ \times ۱۰^{۱۲} \frac{dyne}{cm^۲}$ است. وزنه w رادرکدام نقطه‌ازمیله آویزان کنیم تا.(a) تنش در A و B مساوی شود. (b) افزایش طول نسبی هردو مساوی شود .

۱۰ـ۱۱ برمیله ای بطول L ، سطح مقطع A و بمدول یونگ Y نیروی F وارد میشود. تنش s رابرحسب تغییرطول نسبی p بدست‌آورید. انرژی پتانسیلی‌راکه درهرواحد حجم ازجسم ذخیره میشود برحسب s و p بدست‌آورید .

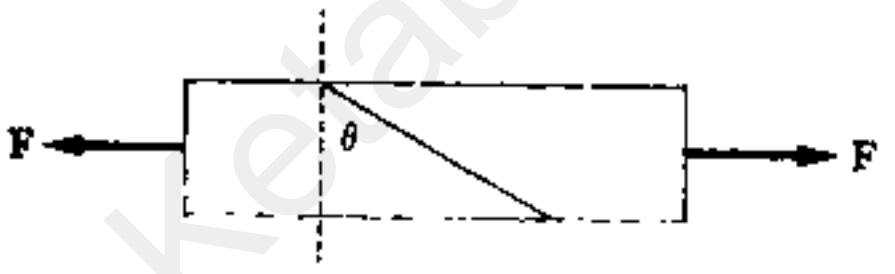
۱۰ـ۱۲ بکمك دستگاهی که درشکل ۱۰ـ۴ نشانداده شده است ضریب تراکم سدیم را اندازه میگیریم . هرگاه در اثر فشار پیستن حجم سیلیندر زیاد نشده روغن بخارج نشد نکند ، ضریب تراکم روغن را برحسب مقادیر زیرین بدست‌آورید نیروی F ، جابجائی پیستن x ، سطح پیستن A حجم اولیه روغن V_0 ، حجم اولیه سدیم v_0 و ضریب تراکم روغن k_0.

۱۰ـ۱۳ دوتسمه فلزی باچهار میخ پرچ که قطرهریك $0/25in$ است پرچ شده‌اند هرگاه تنش برشی میخ پرچ ها $1000lb/in^2$ باشد چه باری به تسمه مذکور میتوان آویخت. فرض براین است که هرمیخ‌پرچ ربع بار را تحمل کند .

۱۰ـ۱۴ توده‌ویژه آب اقیانوس‌را درعمقی که فشارآن $32atm$ است حساب کنید. توده ویژه‌آب اقیانوس درسطح دریا $1/08gm/cm^3$ است .

۱۰ـ۱۵ ضریب تراکم پولاد را برحسب معکوس‌آتمسفر بدست آورده‌آنرا باضریب تراکم‌آب مقایسه کنید. کدامیك بیشتر قابل تراکم هستند ؟

۱۰ـ۱۶ برستون پولادی به قطر $15cm$ و بارتفاع ۳ متر که بطور قائم قراردارد باری بوزن n ۱۰۰۰۰۰ وارد میشود . (a) تنش در میله چه اندازه است ؟ (b) کاهش طول نسبی میله چه اندازه است ؟ (c) کاهش طول کل چه اندازه است ؟



شکل ۱۰ـ۱۰

۱۰ـ۱۷ برلوله فولادی بارتفاع ۳ متر بار $3/6\times10^5n$ وارد شده ۰/۲۵ میلی تراکم می‌یابد. هرگاه قطرداخلی ۰/۸ قطرخارجی باشد، قطرخارجی چقدراست ؟

۱۰ـ۱۸ برمیله‌ای بسطح‌مقطع A دونیروی‌مساوی‌ومختلف‌الجهت F واردمیشود(شکل ۱۰ـ۱۰) مقطعی که با امتداد قائم زاویه θ میسازد درنظر گیریم. (a) تنش طولی‌آن‌چه اندازه است ؟ (برحسب F و A و B) (b) تنش‌برشی را برحسب F و A و B بدست‌آورید . (c) بازاء چه مقدار θ تنش‌کششی ماکزیموم است ؟ (d) بازاء چه مقدار θ تنش‌برشی ماکزیموم است .

۱۰ـ۱۹ فرض کنید جسمی درشکل ۱۰ـ۳ نشانداده‌شده‌دارای مقطع مربع مستطیل شکل باشد (در اینحال $F_x\neq F_y$ است). (a) نشان دهیدکه تنش برشی‌در تمام وجوه جانبی یکسان است. (b) نشان دهیدکه درتمام مقاطعی که برصفحه تصویر عمود و بایکی‌از وجوه جانبی زاویه ۴۵° دارد، تنش فقط‌کششی یاتراکمی است .

فصل یازدهم

حرکت نوسانی

۱۱ـ۱ ، مقدمه

هرگاه جسمی نسبت بنقطه معینی حرکت رفت وبرگشت داشته باشد حـرکت آنـرا **ارتعـاشی** مینامند. مادراین فصل نوع خاصی از ارتعاش را که **حرکت نوسانی** نامیده میشود مورد مطالعه قرار میدهیم. حرکت وزنه‌ای که بانتهای طنابی آویزان باشد وبادامنه کم رفت وآمد کند، حرکت وزنه‌ای که بفنر مارپیچی آویزان باشد ، ونیز حرکت پاندول ساعت را میتوان حرکت نوسانی فرض کرد . ارتعاش هوای درون سازهای لوله‌ای وسیم سازهای زهی یا نوسانی است ویا ترکیبی از نوسانهاست. درنظریه جنبشی ماده فرض براین است که ملکولهای اجسام جامد دراطراف نقطه ثابتی تقریباً حرکت نوسانی است. (باوجوداینکه این نوسانها دیده نمیشود دلائل قانع کننده‌ای برصحت این فرض وجود دارد).

هرگاه موجی درمحیطی منتشرشود کلیه ذرات محیط یاحرکت نوسانی ساده ویاترکیبی از چندحرکت نوسانی ساده دارند . درامواج نورانی ورادیوئی نیز وضع ازهمین قراراست فقط بجای ذرات مادی میدان الکتریکی ومغناطیسی است که ارتعاش میکند بالاخره شدت جریان و اختلاف پتانسیل جریان متناوب نیز دارای معادلاتی نظیر معادله نوسانی ذرات مادی میباشند. پس مطالعه درحرکت نوسانی اساس مهم مطالب رادرتعداد زیادی ازمباحث آینده تشکیل میدهد .

۱۱ـ۲، نیروهای الاستیکی برگشتی . Elastic restoring Forces

درفصل دهم دیدیم که وقتی شکل جسمی دراثر نیروی خارجی تغییر کند (بشرط آنکه ازحد ارتجاع خارج نشود) نیرومتناسب با تغییر ابعاد جسم است .تغییری که درجسم ایجاد میشود ممکن است افزایش طول، کاهش طول ، خمش پیچش وغیره باشد . وقتی میگوئیم «نیرو»

عامل این تغییرات است ممکن است اثرنیرو یا اثرگشتاور و یا فشار حاصل از نیرو این تغییرات را بوجود آورده باشد . در هرحال وقتی نقطه اثر نیروئی باندازه x تغییر مکان پیداکرده تغییر شکلی (ازهرنوع دلخواه) درجسم ایجادکند ، بنابرقانون هوك داریم :

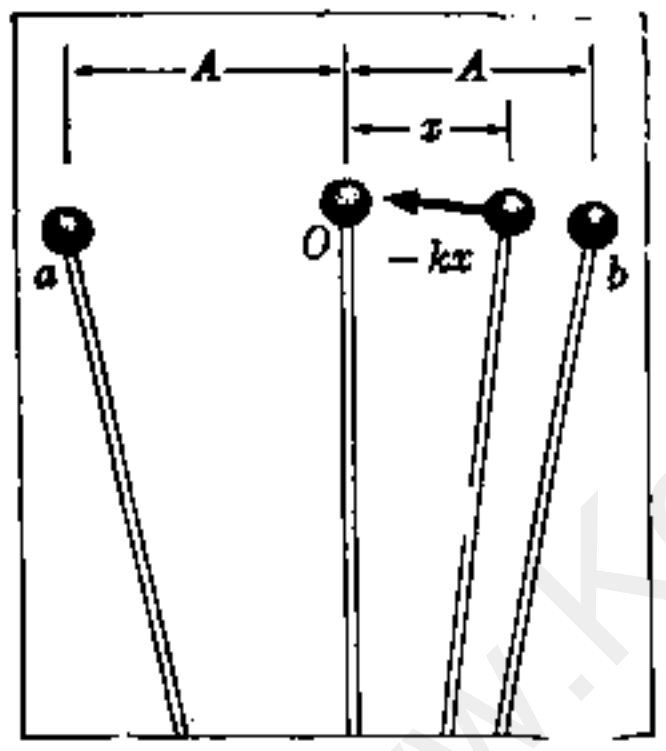
$$F = kx$$

که درآن k ضریب تناسب و x تغییر مکان‌نیرو ازوضع تعادل است.

درفرمول فوق F نیروی وارده برجسم قابل ارتجاع است . اما جسم قابل ارتجاع نیز پس‌از کشیده شدن نیروئی برجسمی که متصل بآن است وارد میـآورد. ایـن نیرو را **نیروی ارتجاعی‌برگشتی** مینامیم. اندازه این نیرو نیزبرابر kx است .

۱۱ـ۳ ، تعاریف

فـرض‌کنید مطابـق شکل ۱۱ـ۱ یکطرف تیغ اره‌ای درون گیره‌ای بسته بطرف دیگر آن جسمی وصل‌کنیم. هرگاه طول تیغ اره‌نسبتاً زیاد وجابجائی انتهای آن بسیارکم باشدمیتوان فرض کردکه جسم درامتداد خط مستقیم حرکت میکند ازجرم تیغ اره صرفنظر میشود .



شکل ۱۱ـ۱ حرکت جسم دراثر نیروی ارتجاعی برگشتی

هرگاه مطابق شکل جسم را بـاندازه A ازوضع تعادل بطرف راست منحرف‌کرده و سپس رهاکنیم ازطرف تیغ اره برجسم‌نیروی الاستیکی برگشتی‌بطرف‌چپ‌وارد میشود.جسم درجهت‌تأثیر نیرو دارای شتاب شده هـرچه بوضع تعادل‌اولیه نزدیکتر شود سرعت آن افزایش می‌یابد. نسبت تغییرسرعت بزمان (یعنی شتاب)ثابت نیست زیرا نیروی F بتدریج‌کاهش یافته در وضع تعادل O بصفر میرسد.

درنقطه O نیروصفراست ولی چون جسم دارای سرعت است ، از وضع تعادل عبور کرده حرکت خودرا بطرف‌چپ ادامه میدهد.همینکه جسم ازوضع تعادل‌منحرف شدنیروی الاستیکی برگشتی مجدداً بوجود میآیدولی این بارجهت نیرو بطرف راست‌است، لذاسرعت جسم تدریجاً کم شده درنقطه‌ای واقع درسمت چپO بحال سکون درمیآید واین رفت‌آمد مرتباً تکرار میشود .

تجربه وتئوری نشان میدهدکه حرکت جسم درفاصله $\pm A$ در دوطرف نقطه تعادل

اولیه صورت می‌گیرد وهررفت وآمد درزمان معینی انجام میشود. هرگاه کاهش انرژی در بین نباشدپس‌ازآنکه جسم را یکبار ازوضع تعادل منحرف کنیم‌برای همیشه ادامه خواهدیافت چنین حرکتی بشرطی امکان‌پذیر است‌که جسم تحت‌اثر نیروی الاستیکی برگشتی باشد و اصطکاک‌در بین نباشد. این‌حرکت‌ایده‌آلی‌راحرکت نوسانی ساده‌یاSHMمینامند. هرحرکتی که درفواصل مساوی زمان تکرار حرکت دوره‌ای یا پریودیك نامیده میشود وهرگاه این حرکت روی مسیرمعینی .بجلو وعقب تکرار شود حرکت را اسیلاسیون مینامند.

یك ارتعاش‌کامل یایك‌اسیلاسیون‌کامل یعنی یك‌رفت وبرگشت‌کامل (از a به b وسپس از b و a یا مثلا از O به b واز b به O ، سپس ازO به a وبالاخره از a به O)

زمان لازم برای یك ارتعاش کامل را زمان تناوب نامیده آنرا به T نمایش میدهند

فرکانس‌یعنی‌تعداد ارتعاش درثانیه .هرگاه فرکانس‌را به‌f نشان‌دهیم‌خواهیم‌داشت: $T = \frac{1}{f}$

فاصله متحرك ازوضع تعادل اولیه رابعد متحرك نامیده آنرا به x نمایش میدهند .

دامنه A حداکثر مقدار x است بنابر این حدود حرکت بین $+A$ و $-A$ محدود است .

۱۱ـ۴،معادلات حرکت نوسانی ساده

اینك میخواهیم‌همانطورکه درموردسایرانواع حرکت معادلات مسافت ،سرعت وشتاب را نوشتیم برای حرکت نوسانی نیزمعادلات بعد،سرعت‌وشتاب رابنویسیم. دراینحال نمیتوان از معادله حرکت باشتاب ثابت استفاده نمود زیرا شتاب تدریجاً تغییرمیکند .

شکل ۱۱ـ۲ جسم نوسان‌کننده شکل ۱۱ـ۱ را وقتی بعدآن x است نشان میدهد . نیروی مؤثر برجسم ، نیروی الاستیکی برگشتی $-kx$ است. بنابرقانون‌نیوتون داریم:

$$F = -kx = ma = mv\frac{dv}{dx}$$

هرگاه دومین‌وچهارمین جزء را مساوی هم قراردهیم داریم:

$$m\frac{dv}{dx} + kx = 0 \qquad (۱-۱۱)$$

واز آنجا خواهیم داشت:

$$\int mvdv + \int kxdx = 0$$