**مثال ـ** فرض کنید برخوردی که درشکـل ۸ـ۵ نشان داده شده برخورد الاستیك کامل باشد. سرعت A و B را پس‌از برخورد پیداکنید .

ازاصل‌بقاء اندازه حرکت، نتیجه میشود :

$$۵\text{kgm} \times ۲\text{m/sec} + ۳\text{kgm} \times (-۲\text{m/sec}) = ۵\text{kgm} \times v_{A_۲} + ۳\text{kgm} \times v_{B_۲}$$

$$۵v_{A_۲} + ۳v_{B_۲} = ۴\text{m/sec}$$

وچون برخورد الاستیك کامل است :

$$v_{B_۲} - v_{B_۲} = -(v_{B_۱} - v_{A_۱}) = ۴\text{m/sec}$$

ازحل این معادلات بایکدیگر نتیجه میشود:

$$v_{A_۲} = -۱\text{m/sec} \qquad v_{B_۲} = ۳\text{m/sec}$$

یعنی حرکت هردوجسم، عوض‌میشود : A باسرعت $۱\text{m/sec}$ بطرف چپ و B با سرعت $۳\text{m/sec}$ بطرف راست میرود.

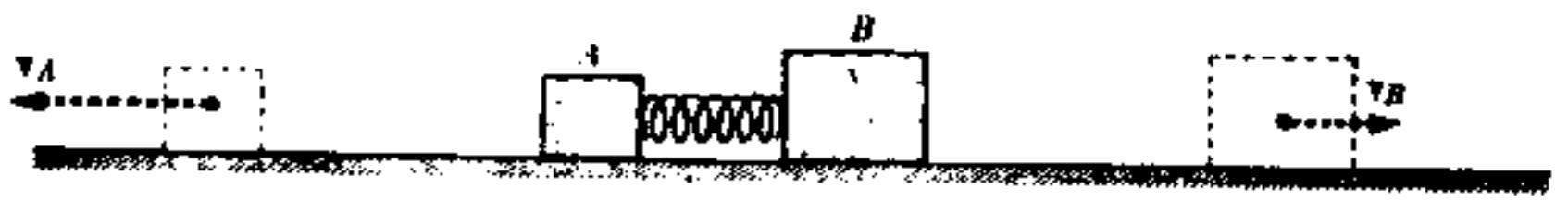
انرژی جنبشی کل برابر است با :

$$\frac{۱}{۲} \times ۵\text{kgm}(-۱\text{m/sec})^۲ + \frac{۱}{۲} \times ۳\text{kgm}(۳\text{m/sec})^۲ = ۱۶\text{j}$$

که برابر انرژی جنبشی‌کل پیش ازبرخورد است.

## ۸ـ۶ ، برگشت (Recoil)

درشکل ۸ـ۱۰ دوجسم A و B نشانداده شده است‌که بحال سکون، فنری‌دادر میان خود فشرده‌اند. هرگاه دوجسم‌را دراین وضع، آزادگذاریم، فنردرهرلحظه بردوجسم نیروی مساوی وارد میکند تااینکه‌فنرکاملاباز وبحال‌آزاد برسد . سپس فنربرروی تکیه‌گاه می‌افتد ولی دوجسم در دوجهت مخالف بحرکت خود ادامه میدهند . اندازه حرکت اولیه صفر است وهرگاه ازاصطکاك صرفنظر شود برآیند نیروهای مؤثر بردوجسم نیز صفر است.




شکل ۸ـ۱۰ بقاء اندازه حرکت دربرگشت

لذا اندازه حرکت مجموعه دوجسم‌ثابت میماند. هرگاه $v_A$ و $v_B$ سرعت دوجسم A وB باشد داریم :

$$m_1 v_A + m_B v_B = 0 \qquad \frac{v_A}{v_B} = -\frac{m_B}{m_1}$$

سرعتها مختلف‌العلامه واندازه آنها متناسب معکوس باجرم های مربوطه است .

انرژی جنبشی اولیه دستگاه برابر صفر است وانرژی جنبشی دوجسم پس‌از بازشدن فنر برابر است با :

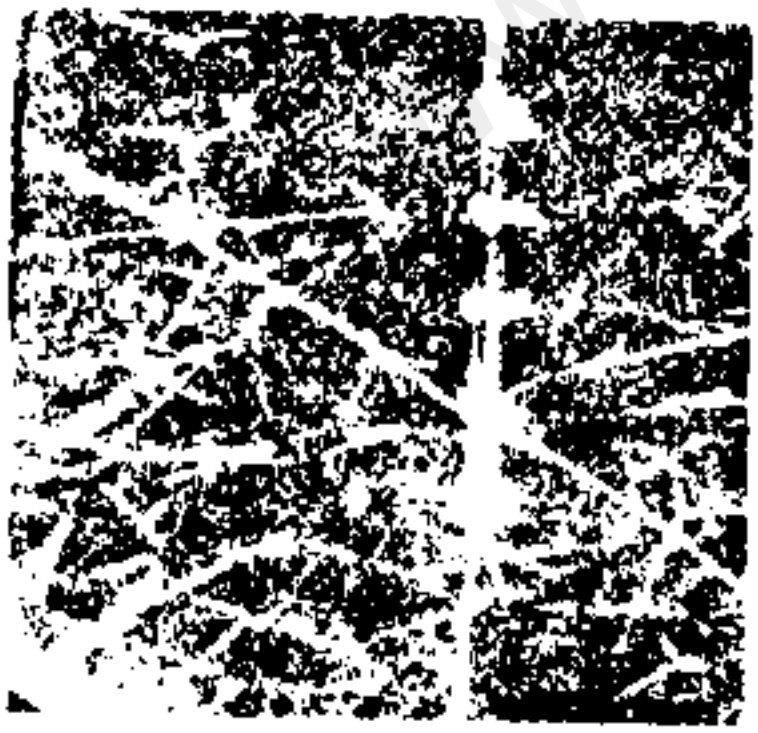
$$E_k = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

منشاء انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل الاستیکی فنراست . نسبت انرژی جنبشی دو جسم برابراست با :

$$\frac{\frac{1}{2} m_A v_A^2}{\frac{1}{2} m_B v_B^2} = \frac{m_A \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2}{m_B} = \frac{m_B}{m_1}$$

یعنی‌با وجودآنکه اندازه حرکت بطور مساوی بین دو جسم تقسیم می‌شود انرژی جنبشی دوجسم، مساوی نبوده با نسبت عکس جرم دو جسم‌متناسب‌اند. جسمی‌که جرم آن کمتر است درصد بیشتری ازانرژی پتانسیل اولیه فنردریافت میدارد. دلیل‌آن این‌است‌که تغییر اندازه حرکت درهرجسم برابر ضربه وارده برآن جسم یعنی $\int F dt$ است‌درحالیکه تغییرانرژی جنبشی، برابرکار نیروهای وارد برجسم است یعنی $\int F dx$ . نیروهای واردبر دوجسم همواره مساوی و مختلف الجهت است و زمان تأثیر آنها نیز مساوی است. بنابراین تغییر اندازه حرکت هر دوجسم مساوی و مختلف‌الجهت میباشد . اما نقطه اثر نیروها در زمان مساوی فواصل مساوی طی نخواهند کرد ( مگر اینکه $m_A = m_B$ باشد) چه شتاب ، سرعت وتغییر مکان جسم‌کوچکتر بیشتر ازمقادیر نظیر مربوط بجسم بزرگتر است . بنابراین کار بیشتری بر روی جسم‌کوچکتر انجام میگیرد .

همه آنچه دربالاگفتیم در مورد تفنگ و گلوله نیز صحیح است . اندازه حرکت اولیه دستگاه صفراست. پس ازانفجار باروت ، گلوله



شکل ۸ــ۱۱ عکسی از شکستن هسته اورانیوم در Cloud chamber برداشته‌اند

وگازهای‌حاصل ازانفجار، رو بجلو دارای اندازه حرکت میشوند و تفنگ ( با کلیه ضمائم آن ) دارای اندازه حرکتی روبه عقب میشود . بسادگی‌مثال قبل نمیتوان در مورد توزیع اندازه حرکت بحث نمود چه تفنگ و گلوله چون جامدند دارای سرعتهائی میشوندکه اندازه‌آن برای کلیه ذرات، یکی است. ولی ذرات گازهای‌حاصل ازانفجار، هریك دارای سرعت خاصی هستند . چون جرم تفنگ بمراتب بیش از جرم گلوله و گازهای حاصل از انفجار است، سرعت وانرژی جنبشی تفنگ بدفعات ، کمترازسرعت و انرژی گلوله است.

در موقع انفجارهای هسته‌ای درمواد رادیواکتیو ، یك هسته بدو یا چند ذره تقسیم میشودکه درجهات مختلف بحرکت درمیآیند . ماهنوز ازطبیعت نیروهائی‌که این‌حرکتهارا بوجود میآورند اطلاع‌دقیقی نداریم . اما میدانیم‌که اصل بقاء اندازه حرکت درمورد آنها کاملا صادق است. جمع (برداری) اندازه حرکت‌کلیه ذرات حاصل ازشکستن هسته، برابر اندازه حرکت هسته اصلی است . منشاء انرژی جنبشی ذرات ، انرژی ارتباط ذره‌ای یا Binding enrgy ذرات‌درون‌هسته اصلی‌است که‌چیزی‌شبیه‌انرژی‌شیمیائی‌انفجار باروت است.

درشکل ۸–۱۱ شکستن هسته اورانیوم وتقسیم آن بدو ذره تقریباً مساوی نشانداده شده است. درابتدا هسته در امتداد عمود برخط منحیم‌افقی، حرکت نداشته است . نوترونی بآن برخورد میکند وهسته اورانیوم بدوجزء تقسیم میشودکه بتدریج در امتدادی عمود بر خط افقی ازهم دور میشوند . ذرات حاصل از شکستن‌اتم، مستقیماً قابل رؤیت نیستند ولی وقتی درمحیطی‌که بخارآب‌فوق اشباع وجوددارد قرار میگیرند، لکه هـای ابرمانندی در اطراف‌آنها تشکیل میشود وبدین ترتیب بطور غیرمستقیم قابل‌رؤیت میشوند * . واضح‌است که ذرات پس ازطی فاصله چند سانتیمتر متوقف‌میشوند زیرا درمحیط مادی‌حرکت‌میکنند. اما باردست داشتن طول مسیر، توده ویژه بخاری‌که ذرات‌درآن حرکت میکنندوامثالهم، میتوان سرعت هریك ازدوذره را درحین جدا شدن محاسبه نمود . بااستفاده از اصل بقـاء اندازه حرکت ، میتوان نسبت دوجرم ذرات حاصل ازشکستن اتم را بدست‌آورد. واین‌در شناختن ذرات حاصل ازفعل وانفعالات اتمی بسیار مهم است .

دراین شرح مختصر از ذرات‌کوچکتری‌که در اثرشکستن اتم بدست میآیند ( و در عکس اثری ازآنها نیست ) ونیز اندازه حرکت نوترون اولیه صرفنظر شده است ولی در عکس خطوط متعددی دیده میشود که حاکی از عبور نوترونهای اولیه و ذرات کوچکتر حاصل ازشکستن اتم است.

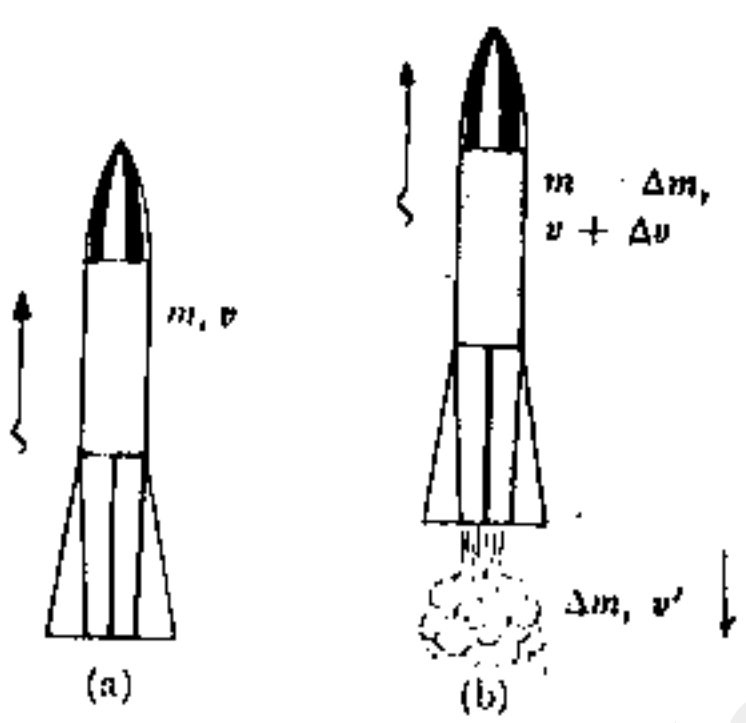
---

* دستگاه مذکوررا که‌ازوسایل‌بسیارمهم درتحقیقات اتمی‌بشمار میرود «اطاقك‌ویلسن» Wilson cloud chamber می‌نامند زیرا اولین بار در ۱۸۹۵ توسط دانشمند شهیر انگلیسی وبرنده جایزه نوبل C.T.R.Wilson اختراع شد :

## ۸ـ۷، اساس کار راکت

حرکت راکت بجلو بدین علت صورت میگیردکه قسمتی ازجرم‌آن رو بعقب از آن خارج میشود. نیروئی‌که برراکت رو بجلو وارد میشود عکس العمل نیروئی است‌که برماده خروجی بطرف عقب وارد میآید . برای اینکه حل مسئله آسان شود فرض میکـنیم راکت رویبالا درامتداد قائم حرکت میکند $\mathbf{g}$ شتاب ثقل نیزثابت است.

شکل ۸ـ۱۲(a) راکت را در وضعی نشان میدهدکـه جرم آن $\mathbf{m}$ وسرعت آن $\mathbf{v}$ رو بیالاست درقسمت (b) شکل راکت‌را در $\mathbf{dt}$ ثانیه بعد یعنی وقتی جرم‌آن $\mathbf{m-dm}$ و سرعت آن $\mathbf{v+dv}$ است نشان میدهد . توده ابری شکل، $\mathbf{dm}$یعنی‌جرمی‌راکه درزمان $\mathbf{dt}$ از راکت خارج شده‌است وسرعت آن $\mathbf{v'}$ است نشان میدهد . $\mathbf{v'}$ کوچکتر از $\mathbf{v}$ است ( و در حالت کلی، رویبالاست). هر گاه $\mathbf{v_r}$ سرعت راکت‌نسبت به ماده خروجی فرض شود خواهیم داشت :




شکل ۸ـ۱۳

$$\mathbf{v=v'+v_r} \qquad (۱۲-۸)$$

تنها نیروئی‌کـه ازخارج بر مجموعه وارد میشود $\mathbf{mg}$ است . هر گاه جهت رویبالا را مثبت فرض‌کنیم‌ضربه‌نیروی وزن‌منفی‌وبرابر $\mathbf{-mgdt}$ است و بنابرقضیه ضربه اندازه حرکت، برابر تغییر اندازه حرکت دستگاه است . اندازه حرکت انتهائی راکت برابر است با :

$$\mathbf{(m+dm)\,(v+dv)}$$

واندازه حرکت ماده خروجی برابر $\mathbf{-v'dm}$ ( درنظر داشته باشیدکه $\mathbf{dm}$ منفی است پس خواهیم داشت :

$$\mathbf{-mgdt=[(m+dm)(v+dv)-v'dm]-mv}$$

[ توجه داشته باشید $\mathbf{d=m-m'}$ و چون همیشه $\mathbf{m'}$ کوچکتر از $\mathbf{m}$ است پس $\mathbf{dm}$ منفی است‌آنچه ازراکت خارج میشود $\mathbf{-dm}$ است و$\mathbf{m'=m+dm}$ مترجم ]. حال اگر سمت راست فرمول بالا را بسط دهیم واز $\mathbf{dmdv}$ که بینهایت‌کوچك درجه دوم است صرفنظر کنیم نتیجه میشود :

$$dv = -v_r \frac{dm}{m} - gdt$$

وپس ازانتگراسیون خواهیم داشت:

$$v = -v_r \ln m - gt + c$$

هرگاه درلحظه $t = 0$ جرم وسرعت $m_0$ و $v_0$ باشد خواهیم داشت :

$$v_0 = -v_r \ln m_0 + c$$

وازآنجا:

$$v = v_0 + v_r \ln \frac{m_0}{m} - gt \qquad (۱۳-۸)$$

---

**مثال :** فرض کنیم راکتی بدون سرعت اولیه ازسطح زمین شروع بحرکت می کند سرعت اولیه $v_0 = 0$ است. سرعت نسبی رکت نسبت بگاز خروجی $v_r$ تابع‌جنس سوخت ونحوه فعل و انفعال است. فرض کنیم $v_r = \frac{3km}{sec}$ . درراکتهای جنگی نسبت $m_0/m$ برابر ۳ ودرراکتهای حامل **اسبابهای سبك** برابر ۴ است. مامسئله را درحالت $\frac{m_0}{m}$ برابر ۴ حل میکنیم . فرض کنیم درهرثانیه $\frac{1}{60}$ **جرم‌اصلی** ازراکت خارج شود ۴۵ ثانیه **وقت‌لازم** است تا $\frac{3}{4}$ جرم **اصلی سوخته** شود. خواهیم داشت :

$$v = 3000 \frac{m}{sec} \times \ln 4 - 9/8 \frac{m}{sec^2} \times 45 sec = 4150 \frac{m}{sec} - 441 m/sec =$$

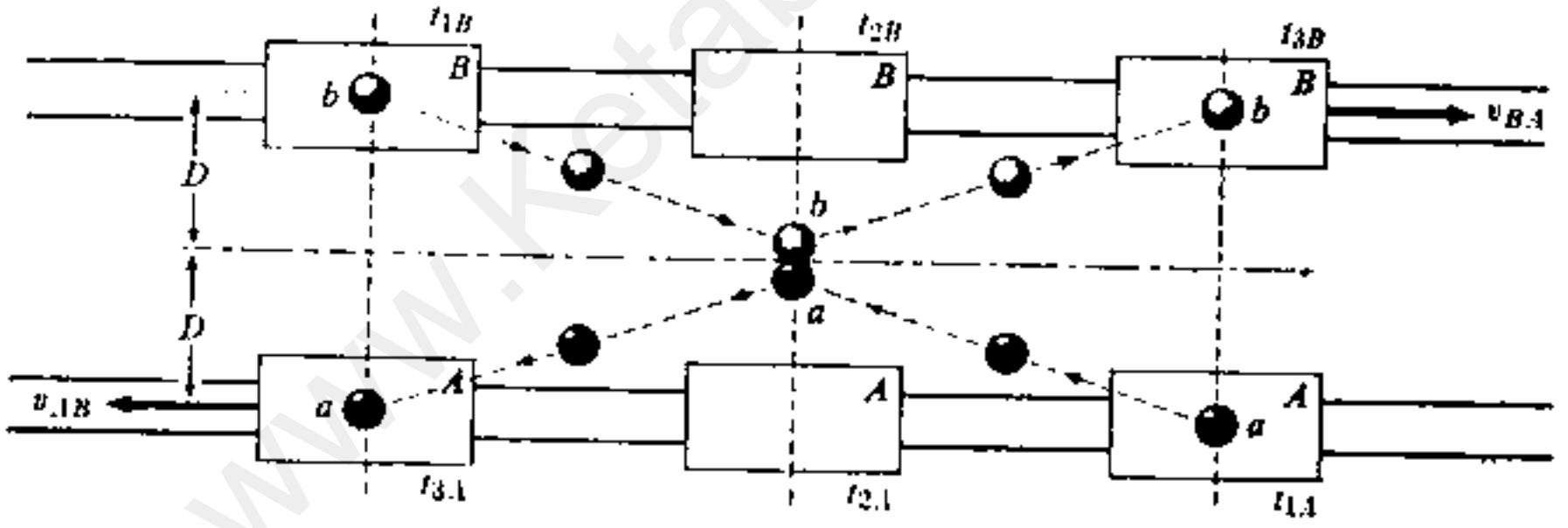
$$= 3710 m/sec \approx 8300 mi/hr = 13356 km/hr$$

## ۸ـ۸ ، اثر تغییر جرم نسبت به‌سرعت

اصول نسبیت خاص درفصل چهارم براین اساس مورد بحث قرارگرفت که سرعت نور درکلیه دستگاههای مختصات مختلف که نسبت بهم در حرکت اند یکسان است. از این بحث باین نتیجه رسیدیم که جرم جسم تابع سرعت آن است .

برای پیدا کردن رابطه‌ای بین جرم و سرعت، ازروش تجربه « تعقلی »که بوسیله لوئیز وتولمان بیان‌شده است استفاده‌میکنیم. به‌شکل۸ـ۱۳ رجوع کنید. دوناظر A وB را درنظر گیرید که روی دواتومبیل‌نشسته‌اند ودو گلوله a وb رادرامتداد عمود برجهت‌حرکت پرتاب میکنند. این دو گلوله دروسط فاصله دواتومبیل بهم برخورد میکنند . ( سرعت دو گلوله یکسان فرض میشود) وپس‌ازبرگشت، دوباره آنرا میگیرند. (ازاثر جاذبه وحرکت درامتداد قائم صرفنظر شود . یعنی فرض کنیم دستگاه خارج ازهرحوزه جاذبه باشد) .

درشکل ۸ـ۱۳ مسیر دو گلوله را برای ناظری نشانداده‌اندکه درنظر او دواتومبیل بادوسرعت مساوی ومختلف‌الجهت حرکت میکنند.هریك ازدوناظر A و B بایدگلوله را قبل ازآنکه اتومبیل دیگر به‌مقابل او برسد پرتاب‌کنند. بنابراین ناظر A گلوله را در زمان $t_{1A}$ وناظرB گلوله را در $t_{1B}$ رهامیکند. دوناظری‌که دردرون دواتومبیل‌نشسته‌اند می‌بینندکه دوگلوله درامتداد عرضی ازآنهادور میشود ولی ناظری‌که درخارج دواتومبیل است، مسیر حرکت را خطوط نقطه چینی می‌بینندکه درشکل‌رسم شده است. برخورددوگلوله نسبت به دودستگاه مختصات درزمان $t_{2A}$ و $t_{2B}$ اتفاق می‌افتد و دوناظر A و B این دو گلوله را درزمانهای $t_{3A}$ و $t_{3B}$ می گیرند .




شکل ۸ـ۱۳ تجربه « تعقلی » لوئیز تولمان برای نشاندادن تغییر جرم نسبت بسرعت

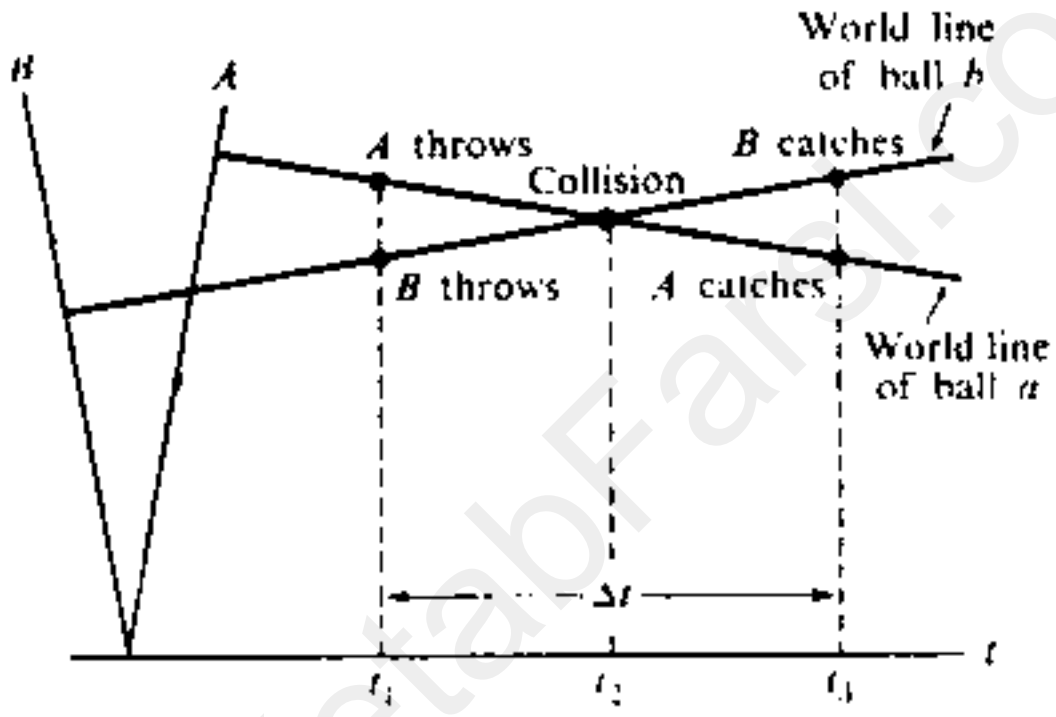
ابتدا مسئله را ازنقطه نظر مکانیك نیوتونی مورد بحث قرار میدهیم. درچنین‌صورتی $t_{A_1} = t_{B_1}$ وقس علیهذا . پس زمانهای پرتاب ، برخورد وبازگشت توپها بترتیب با $t_1$ و $t_2$ و $t_3$ نشانداده میشوند . مختصات x هریك ازدو توپ نسبت به دستگاه مربوط بخود آن‌ثابت است. بنابراین خط جهان دوتوپ دو خط مستقیم است‌که بر محور های مکانی عمودا‌ند . (شکل ۸ـ۱۴)

هردو پرتاب در دستگاه نیوتونی در فاصله $\Delta t$ صورت میگیرد یعنی زمان پرتاب و گرفتن مجدد توپ در دودستگاه یکی است. چون زمان دردودستگاه یکی است و دوتوپ

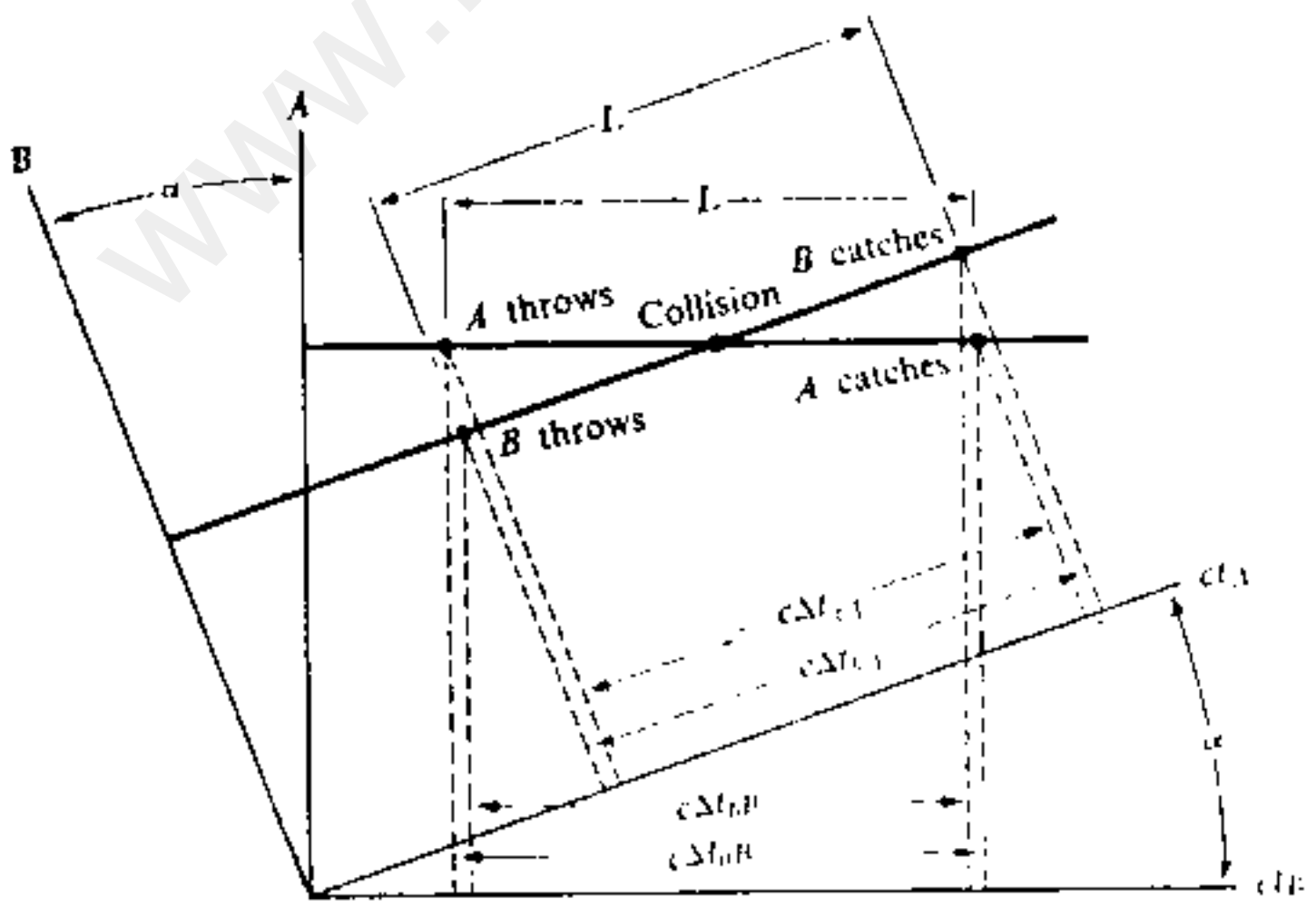
دروسط فاصله دومسیر برخورد میکنند نتیجه میگیریم که مسافت عرضی که هرتوپ طی‌میکند ۲D است وباید سرعت دوجسم باهم مساوی باشند. ازاصل بقاء اندازه حرکت نتیجه میشود که دوجرم نیز باید مساوی باشد .

حال اگر بخواهیم مسئله را ازنقطه نظر مکانیك نسبی‌حل‌کنیم شکل ۸ـ۱۴ مناسب نیست وباید شکلی نظیر ۸ـ۱۵ رسم شودکه درآن هریك از دوناظر A و B محورزمانی مربوط بخود دارند . خط جهان هر توپ عمود برمحور x نظیرآن توپ است . ولی دو محور زمان، که هریك متعلق بیك توپ است وجود دارد .

ابتدامسئله را ازنظر ناظر A حل میکنیم. درشکل۸ـ۱۵ پیداست که پرتاب BوA همزمان نیستند. درنظر A شخص B توپ راکمی زودتر از وی رها میکند و دیرتر از او




شکل ۸ـ۱۴ دیاگرام Brpheme برای تجربه شکل ۸ـ۱۳ ازنقطه نظر مکانیك نیوتونی




شکل ۸ـ۱۵، دیاگرام Brehme برای تجربه شکل ۸ـ۱۳ ازنقطه نظر مکانیك نسبی

میگیرد. درنظرما A فاصله زمانی پرتاب وگرفتن توپ (a) $t_{aA}$ وزمان گرفتن توپ b برابر $\Delta t_{bA}$ است‌که بیشتر از $\Delta t_{aA}$ میباشد. چون فاصله عرضی‌که دوتوپ طی‌میکنندباهم برابراند. A می‌بیندکه سرعت‌توپ b کمتراز توپ a است. چون سرعت رفتن و برگشتن هرتوپ ثابت است A می‌بیندکه یا باید اصل بقاء اندازه‌حرکت را قبول نداشته‌باشد و یا قبول‌کند که جرم توپ بیشتر ازتوپ a است.

اما این تنها اشکال نیست.مسئله را ازنظرشخص B حل‌کنید. شخص B نیز ( بنابر شکل۸-۱۵) می‌بیندکه فاصله زمانی پرتاب توپ وبرگشت آن یکسان نیست.شخص B نیز می‌بیندکه A توپ a را زودتر پرتاب‌کرده دیرتر میگیرد یعنی زمان‌لازم برای پرتاب تا بازگشت توپ b کوتاهتر اززمان رفت وبرگشت توپ a است. شخص B باید یااصل‌بقاء اندازه حرکت را قبول نکند یا قبول‌کندکه جرم a بیشترازجرم b است .

همه‌فیزیك‌دانها (که‌درواقع میتوانندخودرا بجای AوB فرض کنند) قبول‌کرده‌اند که‌اصل بقاء اندازه حرکت‌صحیح ومورد‌قبول است ولی‌جرم یك جسم ثابت‌نیست واین اشکال (که‌شخص‌A می‌بیند جرم توپ b بیش ازجرم a است. شخص B نیزمی‌بیند که جرم توپ a بیش ازجرم b است) یکی ازاصول اساسی طبیعت است یعنی: جرم یك جسم‌کمیت ثابتی که فقط تابع مشخصات خود جسم باشد نیست بلکه تابع‌سرعت‌نسبی این جسم‌نسبت به‌ناظری که حرکت این جسم را موردمطالعه قرار داده است‌میباشد .

برای‌ناظر A توپ a ساکن و b باسرعت‌نسبت‌به A درحرکت است وجرم b بیشتر ازجرم a است. برای شخص B نیزتوپ b ساکن و a باسرعت درحرکت است پس‌جرم a بیشتراز b است. باوجودآنکه بظاهر، بین‌آنچه A و B می‌بینندتناقضی‌وجود دارد، چنین نیست زیرا شخص B همان واقعیت رابیان میکندکه اگر A بجای اومیبودهمین قضاوت‌را درباره آن می‌نمود (والان‌هم عملا همین قضاوت را میکند چه‌کافی است بیادداشتندکه‌AوB نسبت بهم‌وضع مشابهی دارند.اگر A به B وبالعکس‌تبدیل شوند در وضع کلی هیچگونه حاصل نشده است)

رابطه جرم a وجرم b درنظرهریك‌ازدو ناظررا میتوان بآسانی بدست آورد.هرگاه L طول خط جهان واقع درفاصله‌دوحادثه «پرتاب‌کردن‌وگرفتن «فرض شود(شکل۸-۱۵) شخص A می‌بیندکه

$$C\Delta t_{bA} = L \qquad C\Delta t_{aA} = L\cos\alpha \qquad \frac{\Delta t_{aA}}{\Delta t_{bA}} = \cos\alpha$$

سرعت‌عرضی a و b درنظرناظر B عبارتست‌از:

$$v_{bA}=\frac{۲D}{\Delta t_{bA}} \quad و \quad v_{aA}=\frac{۲D}{\Delta t_{aA}}$$

لذا خواهیم‌داشت:

$$\frac{v_{bA}}{v_{aA}}=\frac{\Delta t_{aA}}{\Delta t_{bA}}=cos\alpha$$

وهرگاه اندازه حرکت دوگلوله مساوی فرض‌شوند خواهیم داشت:

$$m_{aA}\,v_{aA}=m_{bA}v_{bA} \qquad \frac{m_{bA}}{m_{aA}}=\frac{v_{aA}}{v_{bA}}=\frac{۱}{cos\alpha}$$

درقسمت ۴-۱۱ نشان دادیم‌که $cos\alpha=\sqrt{۱-v_{BA}^{۲}/C^{۲}}$ لذاداریم:

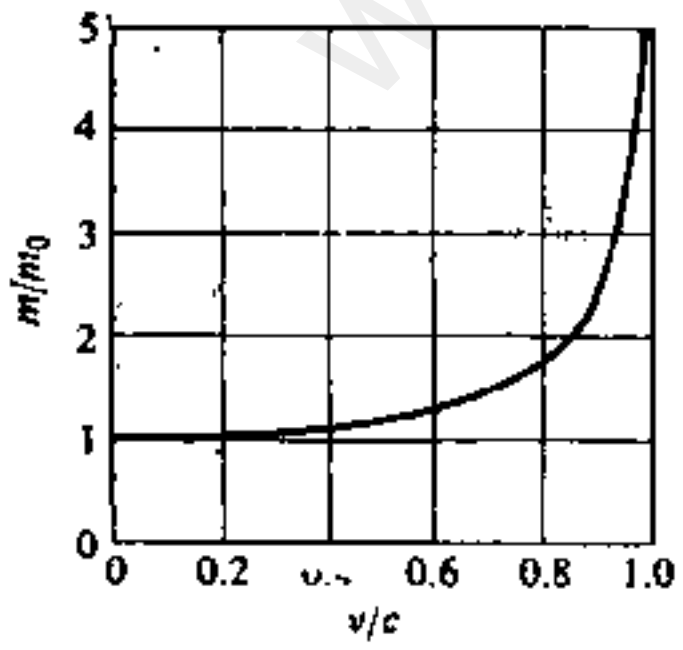
$$m_{bA}=\frac{m_{aA}}{cos\alpha}=\frac{m_{aA}}{\sqrt{۱-v^{۲}_{BA}/c^{۲}}} \qquad (۸-۱۴)$$

با استدلال مشابه میتوان مسئله را ازنظرشخص B حل کرد ونتیجه گرفت‌که:

$$m_{aB}=\frac{m_{bB}}{cos\alpha}=\frac{m_{bB}}{\sqrt{۱-v^{۲}_{BA}/C^{۲}}} \qquad (۸-۱۵)$$

هریك از دو فرمول بالا را با عوض کردن جای A و B و a و b میتوان از دیگری بدست‌آورد. توجه داشته‌باشیدکه هرگاه‌بجای $v_{BA}$ بنویسیم $v_{AB}$ تفاوتی نداردچون درفرمول‌ها این مقادیر بصورت مجذور وجود دارند واین دومقدار قرینه یکدیگرانند .

فرمول‌های ۸-۱۴ و ۸-۱۵ بصورت‌های مختلفی نوشته میشوند . در تجربه تعقلی اوئیز - تولمان‌لازم بود a و b دوجسم متمایزفرض شوند تا مسیر آنها از یکدیگر متمایز گردد. در واقع دو جسم a و b کاملا یکسان هستند و $m_{bA}$ و $m_{aA}$ درفرمول ۸-۱۴فقط‌مبین‌این واقعیت‌هستند که $m_{aA}$ جرم جسمی‌درحال سکون و $m_{bA}$ جرم جسمی **نظیرهمان** همان‌جسم ویاحتی **جرم خودآن جسم** درحال حرکت نسبت به‌ناظر A است.(فرض کنیدکه دوشخص توپهارا باهم‌عوض‌کنند وتجربه را تکرارکنند). جرم جسم‌را درحال سکون $m_0$




شکل۸-۱۶ $\frac{m}{m_0}$ بصورت تابعی‌ازv رسم‌شده است

وجرم آنرا در حال حرکت m مینامیم . توپ b در فرمول ۸ـ۱۴ نسبت بدستگاه B در حال سکون است وسرعت آن نسبت به A برابر $v_{BA}$ خواهدبود . فرض میکنیم این‌سرعت برابر v باشد. دراینصورت دوفرمول ۸ـ۱۴ و ۸ـ۱۵ بصورت زیر درمیآیند .

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۸-۱۶)$$

درشکل ۷ـ۱۶ نسبت $\frac{m}{m_0}$ بصورت تابعی از $\frac{v}{c}$ رسم شده است. برای گلوله تفنگ نسبت $\frac{v}{c}$ برابر $۳ \times ۱۰^{-۶}$ است وواضح است که دراینحال m و $m_0$ با تقریب بسیار ناچیز باهم مساویند. اما الکترونی که با اختلاف پتانسیل $۱۰^۵$ ولت دارای شتاب شده است سرعتی درحدود $۰/۶c$ است. دراینحال افزایش جرم دارای اهمیت خاصی شده و نباید از آن صرفنظر نمود. درفیزیك اتمی باذراتی که به اختلاف پتانسیل چند ملیون ولت میرسند سروکار داریم وپرواضح است که نباید ازافزایش جرم صرف نظر نمود.

---

دراینحال لازم است باین نکته اشاره شودکه باترتیبی که فرمول ۸ـ۱۶ بدست‌آمد چنین بنظر میآیدکه رابطه‌ای بین این فرمول وقوانین دینامیك وجود ندارد. اساس‌نظریه نسبی براین‌پایه‌است که سرعت نور درتمام دستگاهها که نسبت‌بهم‌متحرك‌اند مقدارثابتی‌است. نتیجه میشودکه اشل زمانی مطلقی برای تمام دستگاهها وجود ندارد. مثلادوناظر A و B درتجربه لوئیز ـ تولمان‌سرعت‌های عرضی مختلفی برای توپهای a و b بدست‌میآوردند. حال اگراصل بقاء اندازه حرکت‌را قانون کلی فیزیکی که درهمه دستگاهها (که باسرعت ثابت نسبت‌بهم درحرکت‌اند) صادق است فرض‌کنیم بنابراصول دینامیك که با این فرض درهمه دستگاهها قابل تعمیم است رابطه‌ای بین جرم جسم وسرعت نسبی بدست میآید

## ۸ـ۹ ، جرم وسرعت

درابتدای‌فصل پنجم گفته‌شدکه شتاب یك جسم درازاء اثر نیروی‌معین، مقداریست‌ثابت وتابع سرعت نیست . بزبان دیگرنسبت نیرو به شتاب برابرمقدار ثابت m است‌که جرم جسم نامیده میشود یعنی :

$$\frac{F}{dv/dt} = \text{ثابت} = m$$

اینك‌میدانیم‌که فرمول بالاگرچه‌با تقریب‌کافی صحیح است ولی‌بهرحال تقریبی است. وقتی v سرعت جسم نسبت به c سرعت نورناچیز باشد جرم تقریباً ثابت‌است. اما باازدیاد سرعت، جرم نیزافزایش مییابد .

برای بیان قانون دوم نیوتون بادرنظرگرفتن نظریه نسبی بجای $F = m\frac{dv}{dt}$

میتوان نوشت $F = \frac{d}{dt}(mv)$ **یعنی برآیندنیروهای وارد برجسم برابرنسبت تغییراندازه حرکت بزمان‌است .**

هرگاه سرعت‌نسبی جسم‌کم باشد . $m = m_0 = ct$ (با تقریب کافی) وخواهیم‌داشت:

$$F = m_0 \frac{dv}{dt} \qquad (۸-۱۷)$$

یعنی وقتی سرعت‌کم‌باشد، فرمول‌قانون دوم‌براساس نظریه‌نسبی، بافرمول‌کلاسیك آن‌یکسان است درحالت‌کل داریم:

$$F = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt} \qquad (۸-۱۸)$$

نتیجه میشودکه اثرنیروهاتنها تغییردادن سرعت جسم نیست بلکه جرم آنرا نیزتغییرمیدهد

باید این نکته‌را تذکردهیم‌که $v^2$ درفرمول ۸-۱۶ مجذور قدرمطلق سرعت (مجذور تندی) جسم‌است. هرگاه نظیرآنچه درحرکت دورانی دیدیم امتداد نیرو بر امتداد سرعت عمودباشد درتندی جسم تغییری حاصل نمیشود و $\frac{dm}{dt} = 0$ است‌وداریم :

$$F = m\frac{dv}{dt}$$

این فرمول نیز نظیر ۸-۱۷ است. ولی هرگاه تندی جسم دراین‌حالت زیادباشد جرم‌آن برابر $m_0$ نیست .

یکی ازراههای اندازه‌گیری‌جرم الکترون‌ویونها این است‌که‌آنهارا درمدارداریره‌ای واقع دریك میدان مغناطیسی (مثلا درسیکلوترون) بحرکت درآورند. چون تندی‌ثابت‌است جرم یون را از تقسیم نیروی مؤثر برشتاب شعاعی میتوان بدست آورد . درحقیقت با این نوع اندازه‌گیری میتوان تغییرات جرم رابرحسب سرعت مورد آزمایش قرارداد .

اکنون وضعی را درنظرمیگیریم که امتدادنیرو وسرعت یکی باشد . در این حال، هم جرم وهم‌تندی جسم تغییرمیکند. میخواهیم کارنیرو رادراین حال حساب کنیم . هرگاه ds جابجائی کوتاهی درطول مسیرفرض شود داریم :

$$v=\frac{ds}{dt} \quad و \quad dt=\frac{ds}{v}$$

وفرمول ۸ـ۱۸ را میتوان بصورت زیر نوشت :

$$Fds=mvdv+v^{2}dm \qquad (۱۹-۸)$$

طرفین تساوی را درفرمول ۸ـ۱۶ مجذور میکنیم وازآن نتیجه میگیریم که

$$v^{2}=c^{2}(۱-\frac{m_{۰}^{2}}{m^{2}})$$

دیفرانسیل طرفین را محاسبه کرده در $\frac{m}{2}$ ضرب میکنیم خواهیم‌داشت :

$$mvdv=\frac{m_{۰}c^{2}}{m^{2}}dm$$

هرگاه دومقدار $v^{2}$ و $mvdv$ را در فرمول ۸ـ۱۹ قراردهیم نتیجه‌میگیریم :

$$Fds=c^{2}dm$$

اکنون انرژی جنبشی یك جسم رابعنوان‌کارنیروی شتاب دهنده وارد برجسم تعریف میکنیم یعنی :

$$E_{k}=\int Fds=\int_{m_{۰}}^{m}c^{2}dm=(m-m_{۰})c^{2} \qquad (۲۰-۸)$$

**انرژی جنبشی جسم برابر حاصل ضرب افزایش جرم جسم ( نسبت به جرم حال سکون) درمجذور سرعت نوراست** . این فرمول یکی از صورتهای قضیه جرم ـ انرژی اینشتین است وچنانکه دیده میشود با $E_{k}=\frac{۱}{2}mv^{2}$ متفاوت است. همه فرمولهای‌نظریه نسبی وقتی $v$ نسبت به $c$ ناچیز فرض شود به فرمولهای کلاسیك نظیرشان درمکانیك نیوتونی تبدیل میشوند . هرگاه $\frac{v^{2}}{c^{2}}$ درمقایسه باعددیك، بینهایت کوچك‌مرتبه اول باشدمیتوان نوشت

$$\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \simeq 1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

هرگاه جمله سمت چپ را با استفاده ازدسنور بسط دوجمله‌ای نیوتون بسط داده از $\frac{v^4}{c^4}$ به بعدرا صرف نظرکنیم، تساوی فوق حاصل میشود. اکنون میتوان نوشت:

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \simeq m_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) \quad \text{و} \quad m-m_0 \simeq \frac{1}{2}mv^2$$

فرمول ۸ـ۲۰ را میتوان چنین نوشت:

$$m=m_0+\frac{E_k}{c^2} \qquad (۲۱-۸)$$

افزایش جرم‌یك جسم درازاء حرکت نسبی، نسبت بحال سکون، برابرخارج قسمت‌انرژی جنبشی جسم برمجذور سرعت نوراست. اما این نتیجه فقط در مورد انرژی جنبشی صادق نیست بلکه درمورد انرژی پتانسیل نیز میتوان آنرا تعمیم‌داد. یعنی جرم یك‌جسم‌وقتی‌انرژی پتانسیل داخلی‌آن افزایش یابد نیزافزایش خواهد یافت وبطورکلی میتوان فرمول ۸ـ۲۱ را بصورت‌کلی زیرنوشت :

$$m=m_0+\frac{E}{c^2} \qquad (۲۲-۸)$$

که درآن $E$ مجموع انرژی جنبشی وپتانسیل جسم و $m_0$ جرم جسم درحالتی است‌که هم ساکن باشد وهم از اجرام دیگربااندازه‌ای دور قرارگیردکه انرژی پتانسیل داخلی آنها برابرصفرباشد .

بنابراین وقتی فنری را بکشیم جرم آن باندازه خارج قسمت انرژی پتانسیل $E_p$ آن بر $c^2$ افزایش می‌یابد.ولی چون $c^2$ خیلی‌بزرگ‌است؛ حتی باحساس‌ترین دستگاههای سنجش‌جرم، نمیتوان این افزایش را اندازه‌گرفت . اما در مورد انرژی پتانسیل هسته‌ها وضع کاملا متفاوت است. انرژی پتانسیل مربوط به‌نیروهای ارتباط نوکلئون‌ها باندازه‌ای زیاد است‌که وقتی چند نوکلئون ازهم دورویا بهم نزدیك‌باشند اختلاف جرم آنها محسوس وقابل ملاحظه است. درهسته‌های‌سنگین، جرم هسته قبل‌از شکستن از جرم اجزاء حاصله پس‌از شکستن زیادتراست .

معمولا گفته میشودکه هنگام شکستن هسته ه جرم به انرژی تبدیل میشود». این بیان چنین‌تصوری‌را بوجود میاوردکه‌پس‌ازشکستن، جرم‌دستگاه **کاهش** یافته‌انرژی‌آن **افزایش**

می‌یابد. اما چنین نیست وما در مورد شکستن هسته اورانیوم شکل ۸-۱۱ بعنوان مثال بحث میکنیم .

هسته، پیش‌ازآنکه شکسته شود، درحال سکون‌است وجرم معینی‌دارد. (جرم‌سکون) پس ازشکستن هسته وپیش از برخورد ذرات حاصله به ملکولهای دیگر ، مجموع جرم ذرات حاصل برابر جرم هسته قبل از شکستن است هریك اززرات، انرژی جنبشی قابل ملاحظه‌ای دارند ولی سرچشمه این انرژی ، کاهش جرم نیست . بلکه باید گفت سرچشمه انرژی جنبشی این ذرات ، انرژی پتانسیل این ذرات قبل از شکستن هسته ، ( binding energy ) است . قضیه جرم ـ انرژی بمامی‌آموزدکه به اصل بقاءانرژی بصورت دواصل مجزا ومنفرد معتقد نباشیم. این دواصل درحقیقت اجزاء یك اصل‌اند وآن این است‌که مجموع انرژی وجرم یکدستگاه منفرد ثابت میماند واین اصل‌دربرخورد جرم یا انرژی منفرداً قابل قبول نیست .

اینك به مرحله برخورد ذرات حاصل‌ازشکستن هسته باملکولهای دیگر توجه‌کنید. پس ازشکستن هسته ، ذرات حاصل باسرعت های بسیار زیاد بحرکت درمیآیند وجرم آنها بنابررابطه ۸-۱۶ بدست میآید وازجرم حالت سکون آنها بیشتراست . پس ازبرخورد به ملکولهای دیگر، سرعت این ذرات‌ودرنتیجه جرم آنها کاهش مییابد. ازطرف دیگر سرعت ملکولهاودرنتیجه جرم‌آنها افزایش می‌یابد . کاهش انرژی جنبشی ذرات پس از برخورد برابر افزایش انرژی ملکولهاودرنتیجه افزایش جرم ملکولها نیز برابر کاهش‌جرم‌ذرات است. در جرم و انرژی کل دستگاه تغییری حاصل نشده و جرم و انرژی دستگاه ثابت مانده است.

البته این درست است‌که ممکن است جرم پروتون یا الکترونی درهنگام بروز یك پدیده تغییرکند . اما درهنگام بروز پدیده‌ها، وقتی انرژی وجرم یك ذره افزایش می‌یابد در مقابل ، انرژی وجرم ذره یاذرات دیگر درست بهمان اندازه کاهش خواهد یافت و مجموع جرم وانرژی‌کل ثابت میماند .

## ۸-۱۰ ، رابطه نیرو وشتاب درنسبیت

چندین‌باردیده‌ایم‌که بنابر نظریه نسبی، جرم باتغییر سرعت‌تغییرمیکند . قانون دوم نیوتون را درنسبیت بافرمول ۸-۱۸ نشان میدهند .

$$\mathbf{F} = \left(\frac{d}{dt}\right)(m\mathbf{v}) = m(d\mathbf{v}/dt) + \mathbf{v}(dm/dt)$$

ودرفاصله زمانی کوچك $\Delta t$

$$F\Delta t = \Delta(mv) = m\Delta v + v\Delta m \qquad (۲۳-۸)$$

رابطه بین اندازه های نیرو که توسط دو ناظر ( متحرك نسبت بیکدیگر ) اندازه گرفته میشود باندازه رابطه بین جرم دوجسم کـه توسط همین دوناظر اندازه گرفته میشود اهمیت دارد. فرض کنیم ناظر A باسرعت v نسبت به B درامتداد محور x ها درحرکت است . $F_A$ نیروی وارده برنقطه مادی که در دستگاه B بدون سرعت اولیه قرار دارد و توسط ناظر A اندازه گرفته میشود ، با $F_B$ که توسط ناظر B اندازه گرفته میشود رابطه‌ای دارد . میخواهیم این رابطه را پیدا کنیم .

ابتدا نسبت شتابها رابدست میآوریم. فرض کنیم درامتداد محور y ها (عمود برامتداد سرعت نسبی دوناظر ) داریم :

$$\Delta y_A = \frac{1}{2} a_{tA}(\Delta t_A)^2 \qquad \Delta y_B = \frac{1}{2} a_{tB}(\Delta t_B)^2$$

که در آن $a_{tA}$ ، $a_{tB}$ شتاب های عرضی هستند ( سرعت اولیه عرضی صفر است ) اما جابجائی عرضی درهر دودستگاه برابراست. یعنی $\Delta y_A = \Delta y_B$ پس داریم :

$$a_{tA}/a_{tB} = (\Delta t_B/\Delta t_A)^2$$

فواصل زمانی $\Delta t_A$ و $\Delta t_B$ برروی یك محور x هـا اندازه گرفته میشوند و بنابر فرمول ۴-۳۷ داریم $\Delta t_B = \Delta t_A \cos\alpha$ و ازآنجا:

$$a_{tA}/a_{tB} = \cos^2\alpha = 1 - \frac{v^2}{c^2} \qquad (۲۴-۸)$$

دردستگاه B درامتداد طول ، سرعت اولیه صفراست پس :

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_{lB}(\Delta t_B)^2$$

که درآن $a_{lB}$ شتاب درامتداد طول دردستگاه B است. دردستگاه A نقطه مـادی سرعت اولیه v دارد وداریم :

$$\Delta x_A = v\Delta t_A + \frac{1}{2} a_{lA}(\Delta t_A)^2$$

$$\Delta x_A - v\Delta t_A = \frac{1}{2} a_{lA}(\Delta t_A)^2$$

ودر نتیجه داریم :

$$\frac{a_{IA}}{a_{IB}}=\left(\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}\right)^2\frac{\Delta x_A-v\Delta t_A}{\Delta x_B}$$

جمله $v\Delta t_A$ مختصات مبدء B درزمان $\Delta t_A$ دردستگاه A است وتفاضل $\Delta x_A - v\Delta t_A$ فاصله نقطه مادی ازمبدء دستگاه B است که توسط ناظر A اندازه گرفته شده باشد . لذا رابطه تراکم‌طول (فرمول۴ـ۳۶) رادر $\Delta x_B$ و $\Delta x_A - v\Delta t_A$ بکاربرده نتیجه میگیریم:

$$(\Delta x_A - v\Delta t_A)/\Delta x_B = cos\alpha$$

ونتیجه میشود :

$$a_{IA}/a_{IB}=cos^2\alpha=(1-v^2/c^2)^{\frac{3}{2}} \qquad (۲۵-۸)$$

اینك مجدداً بفرمول ۸ـ۲۳ مراجعه کرده وابتدا نیروی عرضی را مورد دقت قرار میدهیم : جرم اولیه در دستگاه B همان جرم حالت سکون یعنی $m_0$ است وپس‌از زمان $\Delta t_B$ سرعت عرضی آنقدرکم تغییر میکندکه میتوان تغییرجرم رادراین‌فاصله زمانی ناچیز شمرد یعنی $\Delta m = 0$ لذا فرمول ۸ـ۲۳ چنین میشود .

$$F_{IB}\,\Delta t_B = m_0\Delta v_{IB} \qquad F_{IB}=m_0(\Delta v_{IB}/\Delta t_B)m_0a_{IB} \qquad (۸-۲۶)$$

در دستگاه A نقطه مادی، سرعت‌اولیه v دارد وجرم اولیه‌آن عبارتست از :

$$m = m_0/cos\alpha = m_0 sec\alpha$$

واین جرم را نیز میتوان ثابت فرض‌کرد لذا داریم :

$$F_{IA}\,\Delta t_A = m\Delta v_{IA} \qquad F_{IA}=ma_{IA}=m_0cos\alpha a_{IA} \qquad (۲۷-۸)$$

بنابراین نسبت نیروها برابراست با :

$$F_{IA}/F_{IB}=(m/m_0)(a_{IA}/a_{IB})=sec\alpha\,cos^2\alpha=cos\alpha$$

$$F_{IA}=F_{IB}\,cos\alpha \qquad (۲۸-۸)$$

نیروی عرضی وارده بریك نقطه مادی نسبت‌بناظری‌که درامتداد طول حرکت میکند کمتر از مقدار همین نیرو در دستگاهی است که نقطه مادی در امتداد طول نسبت به‌آن ساکن است واین درست برعکس جرم است‌که اندازه‌آن در دستگاه متحرك بیشترازاندازه آن در دستگاه ساکن است .

هر گاه نیرو درامتداد طول بر نقطه مادی اثر کند جرم آن در دستگاه B همان $m_0$ جرم حالت سکون است . چون تغییر سرعت نسبی کم است پس :

$$F_{1B}\,\Delta t_B = m_0 \Delta v_{1B} \qquad F_{1B} = m_0 a_{1B}$$

دردستگاه A باید افزایش جرم را درنظر گرفت چون داریم : $m = m_0 sec\alpha$ پس خواهیم داشت :

$$\Delta m = m_0 sec\alpha \tan\alpha \Delta\alpha = m \tan\alpha \Delta\alpha$$

امادار یم : $\sin\alpha = \frac{v}{c}$ $\cos\alpha\Delta\alpha = \frac{\Delta v}{c}$ $\Delta\alpha = \Delta v sec\alpha / c$

لذا خواهیم داشت :

$$v\Delta m = m\tan^2\alpha \Delta v$$

و ازآنجا داریم :

$$F_{1A}\Delta t_A = m\Delta v_{1A} + m\tan^2\alpha\Delta v_{1A} = m sec\alpha^2 \Delta v_{1A} = m_0 sec^2\alpha \Delta v_{1A}$$

$$F_{1A} = m sec^2\alpha \Delta v_{1A} = m_0 sec^2\alpha a_{1A} \qquad (۲۹-۸)$$

نسبت نیرو در دو دستگاه عبارتست از :

$$\frac{F_{LA}}{F_{1B}} = \frac{m_0 sec^2\alpha}{m_0} \times \frac{a_{1A}}{a_{1B}} = sec^2\alpha cos^2\alpha = 1$$

یعنی درامتداد طول نسبت نیرو در دودستگاه برای ناظرهای A و B مساوی بنظر میرسد .

## ۸ـ۱۱ ، جرم طولی و عرضی

درمکانیك نیوتونی، جرم یك نقطه مادی، نسبت نیروی مؤثر برآن، به شتاب حاصله از اثر نیرو درنقطه مذکور است . درمکانیك نسبی عبارات «جرم طولی » و «جرم عرضی» را گاهی اوقات به همین نسبت‌ها اطلاق میکنند . یعنی نسبت نیروی عرضی بشتاب عرضی را جرم عرضی ونسبت نیروی طولی بشتاب طولی را جرم طولی مینامند جرم عرضی عبارت است از :

$$m_t = F_{1A} / a_{1A} = m_0 sec\alpha = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

که همان رابطه جرم حالت سکون وجرم حالت حرکت درنظریه نسبی است . جرم طولی برابراست با :

$$m_l = F_{l.A} / a_{lA} = m_{.} sec^{۳}\alpha = m_{۰}(۱ - v^{۲}/c^{۲})^{-\frac{۳}{۲}}$$

ممکن است این‌مطلب کمی بغرنج جلوه کندکه ما قانون دوم نیوتون را مستقیماً در نظریه نسبی بکارمیبریم اما این ازنظـر فیزیکی اهمیتی ندارد . بجای قانون دوم مـکانیك نیوتونی درنسبیت میتوان نوشت :

$$F = (d/dt)(m_{۰}v/\sqrt{۱ - v^{۲}/c^{۲}})$$

چنانکه دیده میشود درآن فقط $m_{۰}$ (که مقداریست ثابت ) وجود دارد ـ بعضی از مؤلفین همیشه فرمولهای نسبی را برحسب جرم حالت سکون‌نوشته‌این‌جرم را به $m$ نمایش میدهند

## مسائل

**۸ـ۱** (a) اندازه حرکت کامیونی بجرم ۱۰ تن که باسرعت $۴۵km/hr$ درحرکت است بدست آورید . درچه سرعتی یك کامیون پنج تنی (b) اندازه حرکتی معادل اندازه حرکت کامیون اول و (c) باندازه این‌کامیون انرژی جنبشی دارد .

**۸ـ۲** توپی بجرم ۱۰۰ گرم با سرعت $۲۴m/sec$ درحرکت است . هرگاه پس از برخورد، سرعت آن به $۳۶m/sec$ درجهت مخالف‌برسد، تغییراندازه حرکت‌وضربه مؤثر برتوپ را حساب‌کنید. (b) هرگاه زمان ضربـه ۰/۰۰۲ ثانیه فرض شود نیروی متوسط چقدر است ؟

**۸ـ۳** جرم گلوله‌ای $۰/۰۵kgm$ است وبا سرعت $۴۰۰m/sec$ بچوب برخورد میکند و $۰/۱m$ درآن فرو میرود . (a)شتاب‌کند شونده‌راحساب‌کنید. (b) نیروی‌مقاوم را بدست‌آورید. (c) زمان حرکت‌کند شونده را بدست آورید . (d) ضربه مؤثر برگلوله را حساب‌کنید وآنرا با اندازه حرکت‌اولیه‌گلوله مقایسه کنید .

**۸ـ۴** گلوله‌ای بجرم ۲gm با سرعت ۳۰۰ m/sec از لوله تفنگی خارج میشود . درلوله نیروی مقاوم مؤثر بر گلوله ازرابطه زیر بدست میآید .

$$F = ۴۰۰ - \frac{۴ \times ۱۰^{۵}}{۳} t$$

F برحسب نیوتون و t برحسب ثانیه است . (a) منحنی F را برحسب t رسم و (b) زمان عبور گلوله را از لوله بدست آورید .

**۸ـ۵** صندوقی که روی سطح افقی می‌لغزد، دراثر اصطکاك ساکن میشود. آیا اندازه حرکت صندوق ثابت مانده است ؟ اگرثابت نمانده آیا تناقضی با اصل بقاء اندازه حرکت درآن می‌بینید یانه ؟ اندازه حرکت صندوق در اثر چه عاملی تغییر میکند ؟

**۸ـ۶** خسارت وارده باتومبیلی را در دوحالت زیر مقایسه کنید : (a) اتومبیل با اتومبیل دیگری که جرم وتندی آنها یکسان است ازرو برو برخورد میکند. (b) اتومبیل با همین تندی به صخره برخوردمیکند. (c) هرگاه اتومبیل مذکور با کامیونی که اندازه حرکت هردو مساوی است، یا باکامیونی که انرژی جنبشی آنها مساوی باشدبرخوردکندبرای برای سرنشینان اتومبیل کدامیك بدتر است ؟

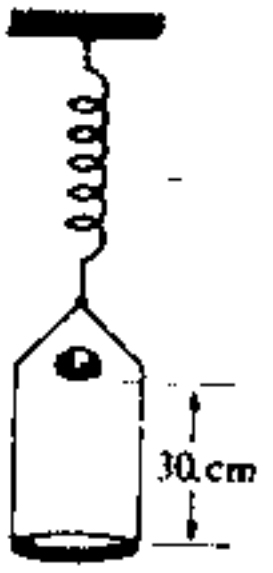
**۸ـ۷** (a) یك کامیون ده تنی که با تندی ۳ m/sec درحرکت‌است با کامیون‌ساکن ۲۰ تنی برخورد میکند . هرگاه‌کامیون دوم ترمزنکرده باشد ودوکامیون پس از برخورد بهم بچسبندتندی مجموعه، پس از برخورد چقدر است ؟ (b) کاهش انرژی جنبشی را در اثر برخورد، بدست‌آورید(c) کامیون ساکن با چه تندی بطرف کامیون اول‌برگردد تا پس‌از برخورد، تندی هردوکامیون‌صفر شود .

**۸ـ۸** گلوله‌ای بجرم ۲۰gm به پاندول بالستیکی بجرم۱۰kgm برخوردکرده درآن جای میگیرد و مرکز ثقل آن در اثر برخورد ۷cm بالا میرود . (a) سرعت‌اولیه گلوله. (b) بخشی از انرژی جنبشی گلوله که بصورت‌انرژی‌جنبشی‌به مجموعه منتقل‌میشود و (c) بخشی از اندازه حرکت را که پس‌از برخورد درمجموعه باقی میماند حساب‌کنید .

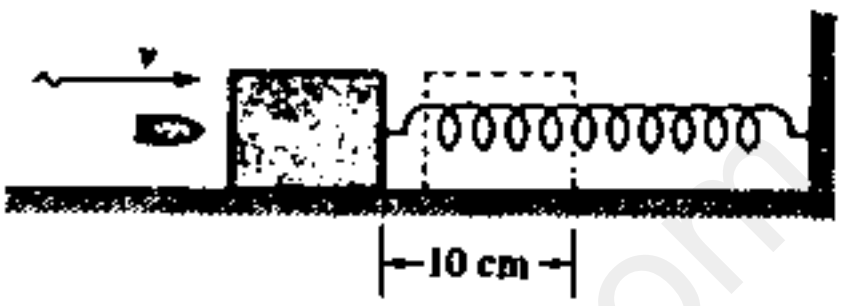
**۸ـ۹** گلوله‌ای‌بجرم ۰/۰۲ کیلوگرم، بجسمی بجرم ۱kgm که بطنابی بطول ۳m آویزان است برخورد میکند. ملاحظه میشودکه مرکزثقل جسم، ۶ میلی‌متر درامتداد قائم بالا میرود . هرگاه گلوله ازطرف دیگرجسم باسرعت ۳۰۰ m/sec خارج شودسرعت‌اولیه آن چقدر بوده است ؟

**۸ـ۱۰** گلوله‌ای بجرم ۱۰gm به‌پاندول بالستیکی‌بجرم ۲kgm برخوردمیکند. مرکز ثقل پاندول در اثر حرکت به ارتفاع ۱۰cm بالاتر میرسد . هرگاه گلوله در پاندول جای گرفته باشد، سرعت‌اولیه‌آنرا حساب‌کنید .

**۸ـ۱۱** مطابق شکل ۸ـ۱۷ کفه‌ای به فنری‌آویزان است . جرم‌کفه ۲۰۰ گرم است وفنررا ۱۰cm پائین‌کشیده است. هرگاه از ارتفاع ۳۰cm جسم ۲۰۰ گرمی را آزادانه درون‌کفه ساقط‌کنیم، کفه‌حداکثر تاچه فاصله‌ای پائین میآید ؟




شکل ۸ـ۱۷




شکل ۸ـ۱۸

**۸ـ۱۲** گلوله‌ای بجرم 2gm که درامتداد افقی باسرعت 500 m/sec درحرکت است به قطعه‌چوبی بجرم 1kgm که بحال سکون برسطح افقی قرار دارد برخورد کرده ازطرف‌دیگرآن‌خارج میشود. دراثراین‌برخورد، سرعت‌گلوله 100 m/sec کاهش‌می‌یابد. جسم روی سطح افقی 20cm لغزیده مجدداً ساکن میشود . (a) ضریب اصطکاك سطح چه اندازه است ؟ (b) کاهش انرژی جنبشی‌گلوله چه اندازه‌است؟ (c) درلحظهٔ خروج‌گلوله انرژی جنشبی‌جسم چه اندازه است ؟

**۸ـ۱۳** گلوله‌ای بجرم ۹ گرم با سرعت 750 m/sec بیك پاندول‌بالستیك بجرم 4/5kgm که بطنابی بطول یك‌مترآویزان است برخورد میکند. (a) پاندول در امتداد قائم چقدر بالا رفته (b) انرژی جنبشی اولیه‌گلوله چه اندازه بوده ؟ (c) پس‌از برخورد انرژی جنبشی‌گلوله وپاندول مجموعاً چقدراست .

**۸ـ۱۴** گلوله‌ای بجرم 5gm بجسمی بجرم 3kgm که روی سطح افقی‌قراردارد برخورد میکند . ضریب اصطکاك بین جسم وسطح 0/2 است . گلوله درجسم میماند وجسم 25cm روی سطح میلغزد. سرعت‌گلوله را بدست‌آورید .

**۸ـ۱۵** گلوله‌ای بجرم2gm با سرعت 500 m/sec به پـاندول بالستیکی بجرم 1kgm که به نخی بطول‌یکمترآویزان‌است برخورد میکند . گلوله ازطرف دیگرپاندول باسرعت 100 m/sec خارج میشود . پاندول در ارتفاع قائم چقدر بالا میرود ؟

**۸ـ۱۶** گلوله‌ای بجرم 10gm بجسمی بجرم 990 گرم برخوردکـ ... ـرده درآن جای میگیرد . جسم مطابق شکل ۸ـ۱۸ روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد ویکطرف آن بفنری وصل است. برای اینکه فنر، یك‌سانتیمتر متراکم شود صد هزار

دین نیرو لازم است . (a) ماکزیموم انرژی‌پتانسیل فنررا محاسبه‌کنید. (b) سرعت جسم را لحظه‌ای پس‌از برخورد بدست‌آورید . (c) سرعت اولیه‌گلوله را بدست‌آورید .

**۸ـ۱۷** اتومبیلی‌بجرم‌دوتن‌که باسرعت $60\,km/hr$ بطرف مشرق میرودباکامیونی بجرم ۴ تن‌که باسرعت $30\,km/hr$ بطرف جنوب میرود برخوردکرده بهم می‌چسبند . اندازه، جهت وامتداد سرعت آندو را پس از برخورد بدست‌آورید .

**۸ـ۱۸** برسطح بدون اصطکاکی، جسمی بجرم $3kgm$ باسرعت $4m/sec$ بطرف راست درحرکت است و با جسم دیگری بجرم $8kgm$ که با سرعت $1/5m/sec$ بطرف چپ میرود برخورد میکند. (a) اگرپس‌از برخورد، دوجسم‌کاملا بهم بچسبند سرعت آنها پس‌از برخورد چه اندازه است ؟ (b) اگر برخورد دوجسم‌الاستیك‌کامل‌باشد سرعت دو جسم را پس‌ازبرخورد بدست آورید . (c) درقسمت (a) چقدر انرژی مکانیکی بحرارت تبدیل می‌شود .

**۸ـ۱۹** دوجسم‌بجرمهای ۳۰۰ و ۲۰۰ گرم روی سطح‌افقی‌بدون اصطکاکی بترتیب‌با سرعت‌های $50\,cm/sec$ و $100\,cm/sec$ بطرف یکدیگردرحرکت‌اند . (a) هرگاه دوجسم پس‌ازبرخورد بهم بچسبند سرعت آنها پس‌از برخورد، چه اندازه‌است؟ (b) کاهش‌انرژی جنبشی را پس ازبرخورد بدست‌آورید . (c) هرگاه برخورد، کاملا الاستیك باشد سرعت هر یك‌ازدوجسم‌را پس ازبرخورد پیدا کنید .

**۸ـ۲۰** (a) ثابت کنیدکه هرگاه جسم‌متحرکی برخورد کاملا غیر الاستیك، با جسم هم جرم خود، که قبل‌ازبرخورد ساکن‌است، بنماید، نیمی‌از انرژی جنبشی «گم» میشود . (b) ثابت کنیدکه وقتی جسم بسیار سنگینی با جسم بسیار سبکی‌که ابتدا بحال سکون است برخورد الاستیك کامل بنماید، سرعت جسم سبك پس‌از برخورد دوبرابر سرعت جسم‌سنگین است .

**۸ـ۲۱** جسمی بجرم ۱۰ گرم روی سطح بدون اصطکاکی با سرعت $20\,cm/sec$ در حرکت است . این‌جسم باجسم‌دیگری بجرم $30\,gm$ که با سرعت $10\,cm/sec$ درجهت مقابل حرکت میکند ، برخورد الاستیك کامل مینماید . سرعت هریك را پس از برخورد بدست‌آورید .

**۸ـ۲۲** جسمی بجرم $200\,gm$ که با سرعت $12\,cm/sec$ برسطح صاف و بدون اصطکاکی درحرکت‌است، باجسم ساکنی بجرم $m$ برخورد الاستیك کامل انجام می‌دهد . پس‌ازبرخورد، سرعت جسم ۲۰۰ گرمی $4\,cm/sec$ ودرهمان جهت قبلی است . (a) جرم $m$ و (b) سرعت‌آنرا پس‌از برخورد بدست‌آورید .

**۸ـ۲۳** جسمی‌بجرم $600\,gm$ ابتدا بحال‌سکون‌است. جسم‌دیگری بجرم $400\,gm$

باسرعت $125 cm/sec$ روی محور x ها بطرف راست درحرکت است وبآن برخورد میکند. پس‌از برخورد، جسم ۴۰۰ گرمی باسرعت $100 cm/sec$ در امتدادی که $37^\circ$ بالای محور x ها است، حرکت میکند(در ربع‌اول). هردوجسم برای سطح‌صاف وبدون‌اصطکاکی‌حرکت میکنند. (a) پس‌ازبرخورد، اندازه وجهت سرعت‌جسم ۶۰۰ گرمی‌را مشخص کنید. (b) کاهش انرژی جنبشی‌را در این برخورد بدست آورید.

**۲۴ـ۸** گلوله فولادی‌کوچکی باسرعت $v_0$ درجهت‌مثبت محور x ها درحرکت‌است وباگلوله هم‌جرم خود که بحال سکون است‌برخورد الاستیك کامل انجام میدهد (برخورد درامتداد خط‌المرکزین نیست) پس ازبرخوردگلوله اول باسرعت $v_1$ بازاویه $\theta_1$ وگلوله دوم باسرعت $v_2$ وبازاویه $\theta_2$ (واقع درربع‌چهارم) نسبت به محور x ها حرکت میکند(a) رابطه‌ای‌که اصل بقاء اندازه حرکت را بر محور x ها و y ها مشخص‌کندبنویسید. (b) این‌رابطه را مجذورکرده بـا هـم جمع‌کنید. (c) در اینحـال نتیجه بگیریدکه برخورد الاستیك کامل‌است. (d) ثابت‌کنیدکه $\theta_1+\theta_2=\frac{\pi}{2}$'

**۲۵ـ۸** ستونی از مایع بسطح مقطع A و توده ویژه $\rho$ با سرعت $v_j$ درحرکت است‌و مطابق شکل، بجسم B که برروی چهارچرخ قراردارد برخوردکرده مسیرحرکت آن $90^\circ$ تغییر میکند ولی اندازه سرعت ثابت می‌ماند. (شکل۸ـ۱۹) هرگاه B ساکن باشد ثابت کنیدکه. (a) جرم مایعی‌که درواحدزمان بجسم برخورد میکند $\frac{\Delta m}{\Delta t}=\rho A v_j$ است. (b) با استفاده ازقضیه اندازه حرکت ـ ضربه ثابت کنید که مؤلفه x نیروی متوسطی‌که درفاصله زمانی $\Delta t$ برجسم وارد میشود از رابطه زیربدست میآید.

$$F_x=-\frac{\Delta m}{\Delta t}v_j$$

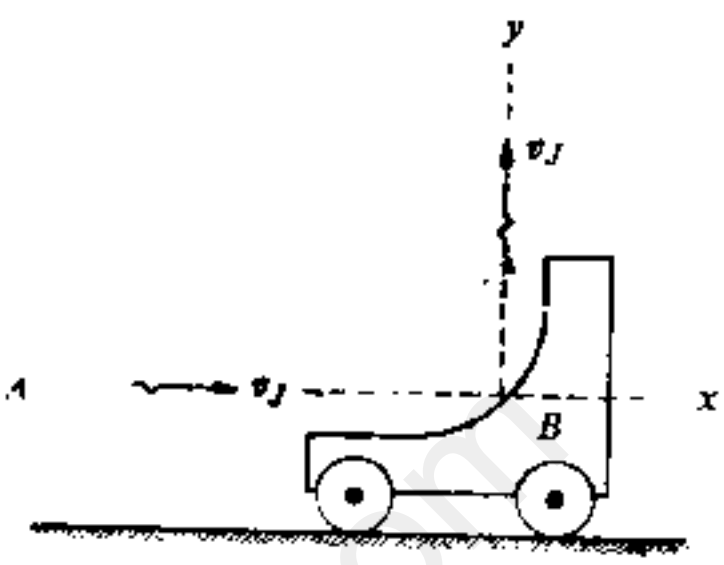
(c) مؤلفه نیروی دائمی‌که برجسم وارد میشود درامتداد محور x ها برابراست با :

$$F_x=\rho A v_j^2$$

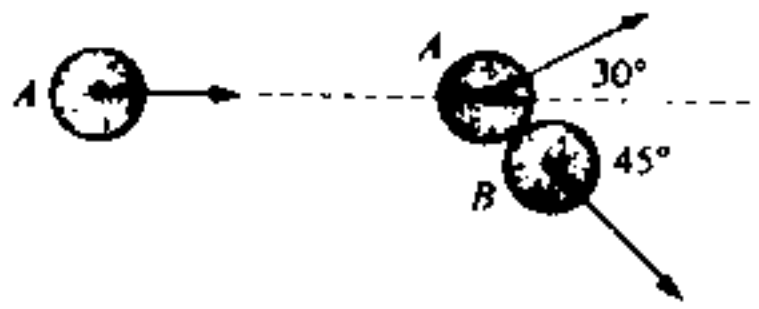
هرگاه جسم باسرعت $v_B$ بطرف راست حرکت‌کند ($v_B<v_j$) رابطه‌ای‌بدست‌آورید که (d) در هرثانیه چه جرمی از مایع بجسم برخورد میکند. (e) نیروی $F_x$ وارد بر جسم B چقدر است وبالاخره (f) توان دریافتی جسم B چقدراست.

**۲۶ـ۸** سنگی بجرم ۱۰۰ گرم برسطح بدون اصطکاکی بحـال سکون قرار دارد. گلوله‌ای بجرم ۲/۵ گرم‌که با سرعت $400 m/sec$ در امتداد افقی درحرکت‌است، باین

سنگ برخورده با سرعت $300\,m/sec$ درامتداد یکه عمود برسرعت اولیه آن است منعکس میشود . (a) اندازه و جهت سرعت سنگ را پس‌ازبرخوردبدست‌آورید . (b) آیابرخورد الاستیك کامل‌بوده است ؟




شکل ۸-۱۹




شکل ۸-۲۰

**۸-۲۷** مطابق شکل ۸-۲۰ گلوله **B** برسطح بدون اصطکاکی‌قرار دارد . گلوله **A** با سرعت $24m/sec$ بآن برخوردکرده، خود درامتداد $30°$ بالای محور منعکس‌میشود. اگر **B** با زاویه $45°$ زیر محور بحرکت درآید. (a) سرعت هریك از دوجسم را پس از برخورد پیدا کنید . (b) آیا برخورد الاستیك کامل‌است ؟ اگرچنین‌نباشد پس‌ازبرخورد چه قسمت از انرژی جسم A، «کم میشود» .

**۸-۲۸** گلوله بیلیاردی بجرم $200gm$ برسطح‌میزی باسرعت $4m/sec$ درحرکت است. دربرخورد بکناره‌ها اندازه سرعت تغییر نمی‌کند. (a) تغییر اندازه حرکت در هر برخورد با کناره چه اندازه است . (b) درهرثانیه چند برخورد بایك دیواره اتفاق‌میافتد (فاصله دو دیواره یك‌متراست). (c) اندازه متوسط تغییر اندازه حرکت در واحد زمان چه اندازه است ؟ (d) نیروی متوسط مؤثر از یك‌گلوله برديوار چه اندازه است ؟ (e) یك منحنی رسم‌کرده نیروی مؤثربریك‌گلوله را بصورت تابعی اززمان نشان دهید ( در فاصله $5sec$) توجه داشته باشید حل این مسئله در فهم نظریه جنبشی‌گازها که بعداً مورد بحث قرار میگیرد اهمیت فراوان دارد . گلوله بیلیارد نظیر یك ملکول ازگاز است‌که بدیواره ظرف حاوی‌گاز برخورد میکند .

**۸-۲۹** پرتابه‌ای درامتداد $60°$ بالای افق‌باسرعت اولیه $375m/sec$ پرتاب‌میشود درنقطه اوج، این پرتابه‌منفجر وبدو قسمت مساوی تقسیم میشود . یکی از این‌دوقسمت در امتداد قائم‌سقوط میکند. (a) قسمت دوم در چه فاصله‌ای ازمحل‌شلیك بزمین می‌افتد. (b) انرژی انفجار را محاسبه‌کنید .

**۸ـ۳۰** یك واگن دستی برریل بدون اصطکاکی میتواند حرکت کند . درهریك از حالات زیرجرم اولیه واگن ۲۵۰kgm است وبا سرعت ۳m/sec در حرکت میباشد . سرعت ثانویه آنرا درهریك ازحالات زیربدست آورید . (a) وزنه ۲۵ کیلوگرمی از پهلو باسرعت ۲/۴m/sec نسبت‌به‌واگن ازآن‌بیرون انداخته میشود. (b) وزنه ۲۵ کیلوگرمی باسرعت ۳m/sec نسبت‌به واگن روبعقب بخارج پرتاب میشود. (c) وزنه ۲۵ کیلوگرمی باسرعت ۳/۶m/sec نسبت به زمین و مخـالف جهت حرکت قطار از خارج بدرون آن انداخته میشود. $g = ۱۰ m/sec^۲$

**۸ـ۳۱** گلوله‌ای بجرم ۹ گرم باسرعت اولیه ۸۱۰m/sec از دهـانه تفنگی بجرم ۳/۶kgm خارج میشود. (a) سرعت پس زدن تفنگ را بدست‌آورید . (b) نسبت‌انرژی جنبشی تفنگ وگلوله را پیدا کنید .

**۸ـ۳۲** توپ‌کالیبر ۷۵mm گلوله‌ای بجرم ۸kgm را با سرعت اولیه ۷۵۰m/sec پرتاب میکند . هرگاه این توپ درون هواپیمـائی بجرم ۱۶۰۰۰kgm شلیك شود ( در جهت حرکت هواپیما) چندکیلومتر برساعت ازسرعت هواپیما کاسته میشود .

**۸ـ۳۳** گلوله یك توپ‌کالیبر ۱۶in ساحلی ۲۴۰۰۱b وزن دارد وفاصله ۴۸ft را درون لوله طی میکندوسرعت‌آن درلحظه خروج ۲۲۵۰ft/sec است . وزن توپ ۳۰۰۰۰۰ پوند است . (a) سرعت پس زدن توپ چه اندازه است ؟ فرض کنیم حرکت معکوس توپ آزاد باشد . (b) نسبت توزیع انرژی جنبشی را درگلوله وتوپ پیدا کنید .

**۸ـ۳۴** جرم دوجسم A و B شکل ۸ـ۲۱ بترتیب یك ودوکیلوگرم است . این دوجسم فنرSرا متراکم کرده‌اندودستگاه‌را روی سطح بدون اصطکاکی قرار داده آنـرا آزاد میگذاریم . دراثر باز شدن فنر دو وزنه دور شده فنر S بزمین می‌افتد سرعت اولیه جسم B برابر ۰/۵m/sec است . درکل دستگاه چقدرانرژی پتانسیل ذخیره شده بوده است ؟

شکل ۸ـ۲۱

**۸ـ۳۵** کامیونی بجرم ده تن درجاده بدون اصطکاك وافقی درحرکت است . هرگاه یك تن آب باران درون‌کامیون بریزد سرعت‌آن چند متر بر ثـانیه میشود ؟ موتور کامیون خاموش ، باران درامتداد قائم میریزد وسرعت اولیه کامیون یك‌متر برثانیه است .

**۸ـ۳۶** جرم نوترونی $۱/۶۷ \times ۱۰^{-۲۴}$gm است وبا سرعت $۲ \times ۱۰^{۶}$m/sec در حرکت است . این‌نوترون با اتم بربجرم $۱۷ \times ۱۰^{-۲۴}$gm که ابتدا ساکن‌است‌برخورد میکند (a) هرگاه برخوردغیرالاستیك‌کامل باشدنسبت‌انرژی جنبشی دو ذره پس‌ازبرخورد به انرژی‌جنبشی‌نوترون قبل‌از برخورد چه انـدازه است ؟ (b) هرگاه برخورد الاستیك

کامل فرض‌شود چه کسری ازانرژی جنبشی نوترون به اتم بر منتقل میشود .

**۸ـ۳۷** دراثر رادیواکتیویته درهسته ساکنی ذرات زیر حاصل میشود. الکترون با اندازه حرکت $۹/۲۲ \times ۱۰^{-۱۶} gm\frac{cm}{sec}$ . درامتداد عمود برحرکت‌الکترون یك‌نوترینو با اندازه حرکت $۵/۳۳ \times ۱۰^{-۱۶} gm\frac{cm}{sec}$ است. (a) بقیه هسته‌درچه‌جهتی‌حرکت‌میکند واندازه حرکت‌آن چقدراست . (b) هرگاه جرم بقیه هسته $۳/۹۰ \times ۱۰^{-۲۲} gm$ باشد انرژی جنبشی بقیه هسته چه اندازه است ؟

**۸ـ۳۸** مردی بجرم $۸۰ kgm$ روی‌یخ ایستاده ووزنه‌ای بجرم $۰/۵ kgm$ را در امتدادافقی باسرعت $۴۰ m/sec$ پرتاب میکند. (a) شخص‌باچه سرعتی‌ودرچه جهتی‌حرکت میکند ؟ (b) هرگاه این مرد درهرسه ثانیه چهاروزنه بهمین وضع پرتاب‌کند نیروی‌متوسط مؤثربراو چه اندازه است ؟

**تذکر:** نیروی متوسط برابر تغییراندازه حرکت درواحد زمان است .

**۸ـ۳۹** نیروی متوسط پس‌زدن‌مؤثر برمسلسلی‌که درهر دقیقه ۱۲۰ گلوله شلیك‌میکند چه اندازه است ؟ جرم هرگلوله ۱۰ گرم وسرعت خروجی‌گلوله $۸۱۰ m/sec$ است .

**۸ـ۴۰** جرم یك‌تیرانداز با تفنگش جمعاً $۸۰ kgm$ است . این تیرانداز کفشهای سکیت بپای دارد ودر هردقیقه ۱۰ گلوله شلیك میکند . جرم هرگلوله ۱۰ گرم و سرعت خروجی آن ۸۰۰ متربرثانیه است . (a) هرگاه نیروی‌اصطکاك درمقابل‌حرکت مردناچیز فرض شود پس‌از شلیك ۱۰ گلوله باچه سرعتی‌بعقب میرود . (b) هرگاه درمدت ۱۰ ثانیه این‌گلوله‌ها شلیك شود نیروی متوسط مؤثر برشخص چه اندازه است ؟ (c) انرژی‌جنبشی شخص‌و ۱۰ گلوله را باهم‌مقایسه‌کنید .

**۸ـ۴۱** راکتی درهرثانیه $۵۰ gm$ سوخت میسوزاندوگازهای سوخته شده باسرعت $۵۰۰,۰۰۰ cm/sec$ از راکت خارج میشود . (a) این‌گازچه نیروئی برراکت وارد می‌آورد ؟ جواب را برحسب دین بدست‌آورید. (b) آیا راکت میتواند درفضای خالی‌حرکت کند ؟ (c) اگرممکن است چگونه سمت حرکت را تغییر میدهید ؟ آیا میتوان‌آنرا ترمز کرد ؟

**۸ـ۴۲** این‌مسئله مزیت راکت‌های چند مرحله‌ای را برراکت یك‌مرحله‌ای نشان میدهد . فرض‌کنید وزن مرحله اول یك راکت دومرحله‌ای ۱۲ تن باشدکه ۹ تن‌آن‌سوخت است وزن مرحله اول یك‌تن است‌که ۰/۷۵ تن‌آن‌نیزسوخت میباشد. فرض‌کنید $v_e$ سرعت خروجی‌گاز ثابت باشد واز اثرجاذبه نیز صرفنظرشود. (هرگاه مصرف سوخت زیاد باشد

اثرجاذبه درمقابل نیروی‌سوخت ناچیزاست) . ( بمثال قسمت ۷ـ۸ رجوع شود ) (a) فرض کنید راکتی‌بجرم ۱۳ تن‌که ۹/۷۵ تن‌آن سوخت است فقط یك مرحله داشته باشد . وقتی ازحال‌سکون شروع بحرکت‌کرده وتمام سوخت بسوزد سرعت انتهای‌آن چه اندازه است ؟ (b) حال فرض‌کنید راکت دومرحله‌ایست . درانتهای کارمرحله اول سرعت‌آن‌چه اندازه میشود . این سرعت ، سرعت اولیه مرحله بعدی است (c) سرعت انتهائی مرحله دوم چه اندازه است ؟ (d) سرعت سپوتنیك I در حدود $8 km/sec$ است . چه سرعت نسبی $v_r$ لازم بوده است تا سپوتنیك مزبور را باین سرعت برساند .

**۸ـ۴۳** آیا ممکن است سرعت راکت از سرعت‌گاز خروجی بیشترشود یانه .

**۸ـ۴۴** (a) نشان دهیدکه شتاب یك راکت‌که درامتداد قائم پرتاب میشود با رابطه زیرمشخص میشود .

$$a = -\frac{v_r}{m}\frac{dm}{dt} - g$$

(b) فرض‌کنیدکه کاهش نسبی جرم راکت، تابع خطی‌زمان باشد $dm/dt = -km_0$ . در این فرمول $k$ عددی است ثابت ومثبت و $m_0$ جرم‌اولیه راکت است . اندازه عددی $k$ چه اندازه است وبرحسب چه واحدی بیان میشود ؟ (برای راکت مورد مثال درآخرقسمت ۷ـ۸ (c) نشان دهیدکه تغییر جرم راکت برحسب زمان از رابطه $m = m_0(1 - kt)$ بدست میآید ؟ (d) نشان دهیدکه فرمول شتاب $a = v_r k/(1 - kt) - g$ میشود . (e) شتاب اولیه راکت مذکور درآخر قسمت ۷ـ۸ را برحسب $g$ بدست آورید . (f) شتاب را ۱۵ ثانیه پس از شروع حرکت بدست آورید .

**۸ـ۴۵** یك بمب اتمی‌که شامل $20 kgm$ پلوتونیوم‌است منفجر میشود . جرم‌حالت سکون ذرات پس ازانفجار باندازه یك صدم ازجرم حالت سکون قبل‌از انفجارکاهش یافته است . (a) انرژی‌که دراین فعل وانفعال آزاد میشودچه اندازه است . (b) هرگاه‌انفجار دریك میکروثانیه صورت‌گیرد توان بمب چه اندازه است ؟ (c) این بمب، چه جرمی‌را بارتفاع یك‌کیلومتربالا میبرد ؟

**۸ـ۴۶** جرم الکترون درحالت‌سکون $m_0 = 9/1 \times 10^{-31} kgm$ است. هرگاه سرعت الکترون نسبت بناظر A ، $v = 0/6c$ باشد . (a) فرض کنید به الکترون شتاب عرضی $10^{12} m/sec$ نسبت به دستگاه B داده شود (الکترون درابتدا نسبت به B ساکن است ) شتاب عرضی نسبت به دستگاه A چه اندازه است ؟ (b) جرم عرضی‌الکترون نسبت بدستگاههای A و B چه اندازه است ؟ (c) نیروی عرضی وارد برالکترون نسبت به

دستگاه‌های A و B چه اندازه است . (d) فرض کنیم به الکترون در امتداد طول شتابی برابر $10^{12}\,m/sec^2$ نسبت به B داده شود شتاب طولی نسبت به A چقدر است ؟ (e) جرم طولی وعرضی را در دستگاههای A و B بدست‌آورید . (f) نیروی طولی مؤثر بر الکترن را دردستگاههای A و B محاسبه کنید . (g) چه نیروئی در دستگاه A لازم است تا به الکترن، شتاب $10^{12}\,m/sec^2$ نسبت به A بدهد ؟ (h) چه نیروئی لازم است (دردستگاه A) تا درالکترن شتاب طولی $10^{12}\,m/sec^2$ نسبت به A ایجاد کند ؟ (i) چه نیروئی لازم است تا بر اساس مبادی مکانیك نیوتونی شتاب $10^{12}\,m/sec^2$ نسبت به B به الکترون بدهد .

**۴۷ـ۸** مثلث قائم‌الزاویه‌ای نظیرشکل ۴ـ۲۴ رسم کنیدکه قاعده‌آن متناسب با $m_0c$ باشد (a) نشان دهیدکه ضلع قائم‌مثلث، اندازه حرکت $p=mv$ را مشخص میکند (b) مثلث دیگری رسم کنیدکه زاویه $\alpha$ آن به $\alpha+\Delta\alpha$ افزایش یابد و مقادیر $\Delta(mv)$ و $m\Delta v$ و $v\Delta m$ را روی شکل مشخص کنید (c) مثلثی نظیر شکل ۴ـ۲۴ رسم کنیدکه قاعده‌آن $m_0c^2$ باشد وتر مثلث چه‌کمیتی را مشخص میکند . (d) فرض کنید $\alpha$ دوحد نهائی $\alpha=0$ و $\alpha=90^\circ$ را پیدا کنید. دراین‌مقادیر بحث کنید .

www.KetabFarsi.com

# فصل نهم

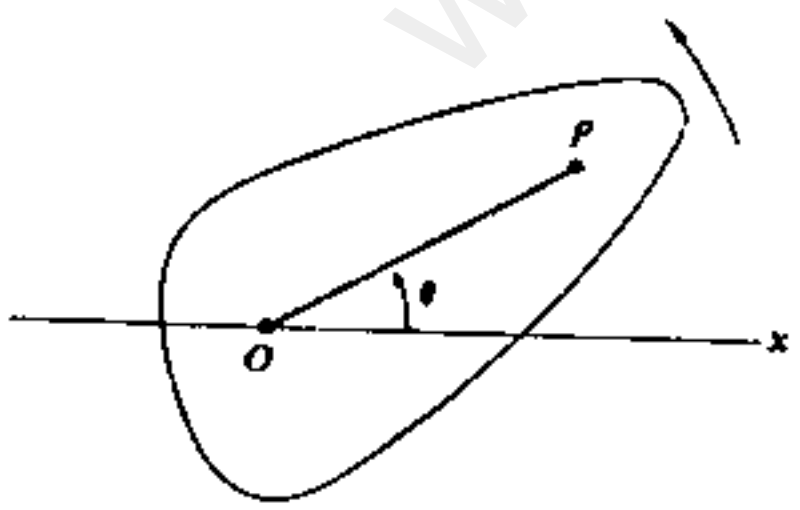
## دوران

### ۹ـ۵ ، مقدمه

معمولا هر حرکت غیر مشخص جسم را میتوان ترکیبی از یك **دوران** و یك **انتقال** دانست. ماقبلا درباره انتقال درامتداد یك خط مستقیم ودرامتداد یك منحنی بحث کردیم . اینك درباره دوران‌جسم حول یك‌محور ثابت بحث میکنیم ( بدون اینـکه از انتقال بحثی بمیان‌آید) . هرگـاه محور دوران ثابت نباشد مسئله صورت پیچیده تری دارد و مابحث مفصل را درباره ترکیب دوران وانتقال مطرح نخواهیم‌کرد .

### ۹ـ۲ ، سرعت زاویه‌ای

درشکل ۹ـ۱ جسم صلبی نشانداده شده است ( باشکل دلخواه ) که حول محوریکه از نقطه دلخواه O عبور میکند و برصفحه تصویر عمود است میتواند بچرخد. OP خطی است متصل بجسم‌که میتواند باآن بچرخد. وضع جسم را در هرلحظه میتوان با زاویه $\theta$ که خط OP بامحور ox میسازد مشخص نمود. حرکت دورانی جسم اینك ، مشابه با حـرکت انتقـالی مستقیم‌الخط یك نقطه مادی است که وضع‌آن را نسبت بیك مبدء میتوان با x یا y در هرلحظه مشخص نمود . بخصوص معـادلات حرکت وقتی ساده‌تر میشودکه $\theta$ را برحسب رادیان اندازه‌گیری‌کنند .



شکل ۹ـ۱ جسمی حول‌محور O دوران میکند

رادیان زاویه مرکزی مقابل قوسی است که طول آن برابر شعاع دایره باشد [شکل ۲ـ۹ (a)] چون، محیط دایره $2\pi$ برابرشعاع ($2\pi = 6/28000...$) است، یك محیط‌دایره (که برابر $360^\circ$ است) $2\pi$ رادیان خواهد بود ویك دورکامل $360^\circ$ چرخش برابر $2\pi$ رادیان چرخش است لذا داریم :

$$1\,rad. = \frac{360}{2\pi} = 57/3^\circ...$$

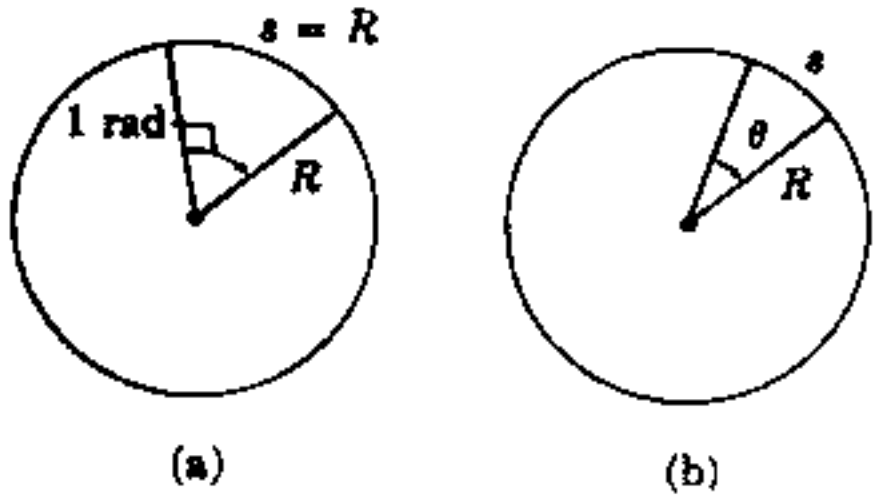
$$360^\circ = 2\pi\,rad. = 6/28...\,rad.$$

$$180^\circ = \pi\,rad. = 3/14...\,rad.$$

$$90^\circ = \frac{\pi}{2}\,rad. = 1/57...\,rad.$$

$$60^\circ = \frac{\pi}{3}\,rad. = 1/05...\,rad.$$

وقس علیهذا .




شکل۹ـ۲ اندازه زاویه $\theta$ برحسب رادیان عبارتست‌ازنسبت طول قوس s به شعاع R

بطور کلی [شکل ۹ـ۲ (d)] هرگاه $\theta$ زاویه مرکزی دلخواه که طول قوس مقابل آن s است فرض شود در اینصورت $\theta$ ( برحسب رادیان ) برابر خارج قسمت طول قوس s برشعاع r است . یعنی :

$$\theta = \frac{s}{R} \quad و \quad s = R\theta$$

اندازه زاویه $\theta$ برحسب رادیان عبارتست‌ازنسبت طول قوس بطول شعاع‌است لذادیمانسیون ندارد وعدد مطلق است.

---

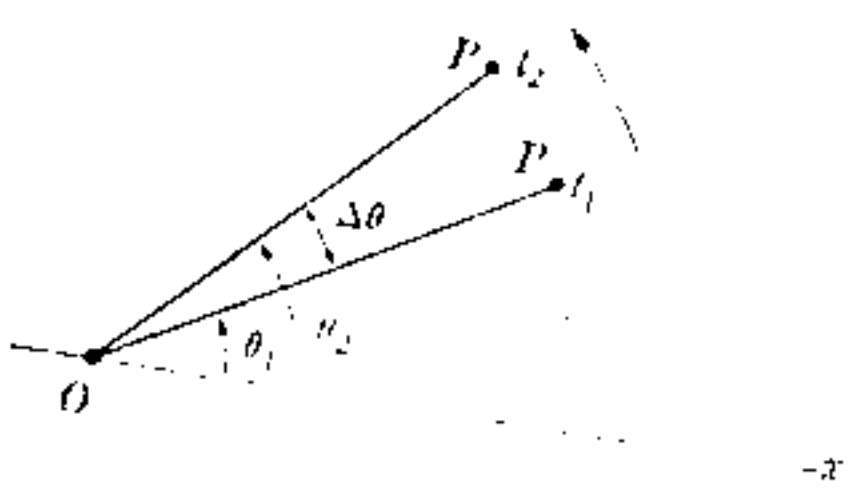
مطابق شکل ۹ـ۳ خط OP بامحور Ox درلحظه $t_1$ زاویه $\theta_1$ و درلحظه $t_2$ زاویه $\theta_2$ میسازد . ( خط OP حول محور O دوران میکند ) بنابرتعریف $\bar{\omega}$ سرعت زاویه ای متوسط درفاصله زمانی $t_1$ و $t_2$ عبارتست ازنسبت $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ به $\Delta t = t_2 - t_1$ یعنی :

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

سرعت زاویه ای لحظه ای عبارت است از حد نسبت فوق وقتی $\Delta t$ به سمت صفر میل کند .

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \qquad (۹-۲)$$

چون جسم صلب است، هر خط دیگر غیر از OP نیز درفاصله زمانی $\Delta t$ همین زاویه $\Delta\theta$ را خواهد پیمود یعنی $\omega$ سرعت زاویه‌ای کمیتی است منسوب به کلیه نقاط جسم وبطورکلی بخود جسم. هرگاه $\theta$ برحسب رادیان و $t$ برحسب ثانیه سنجیده شود سرعت زاویه‌ای برحسب رادیان برثانیه سنجیده خواهدشد. واحددوربردقیقه نیز برای سرعت زاویه‌ای معمول است.




شکل ۹-۲ جابجائی زاویه‌ای $\Delta\theta$ جسم صلب

## ۹-۳ ، شتاب زاویه ای

هرگاه سرعت زاویه‌ای جسمی درفاصله زمانی $\Delta t$ باندازه $\Delta\omega$ تغییر کند گوئیم جسم دارای **شتاب زاویه‌ای است** واندازه **شتاب زاویه‌ای متوسط** برابر است با :

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

**وشتاب زاویه‌ای لحظه‌ای** $\alpha$ عبارت از حد نسبت فوق وقتی $\Delta t$ بسمت صفر میل کند میباشد یعنی :

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \qquad (۹-۳)$$

واحد سنجش شتاب زاویه‌ای رادیان برمجذور ثانیه $rad\text{-}/sec^2$ است .

چون $\omega = d\theta/dt$ است شتاب زاویه‌ای را میتوان بصورت زیر نوشت :

$$\alpha = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

همچنین میتوان نوشت :

$$\alpha = \frac{d\omega}{d\theta} \times \frac{d\theta}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\theta} \qquad (۹-۴)$$