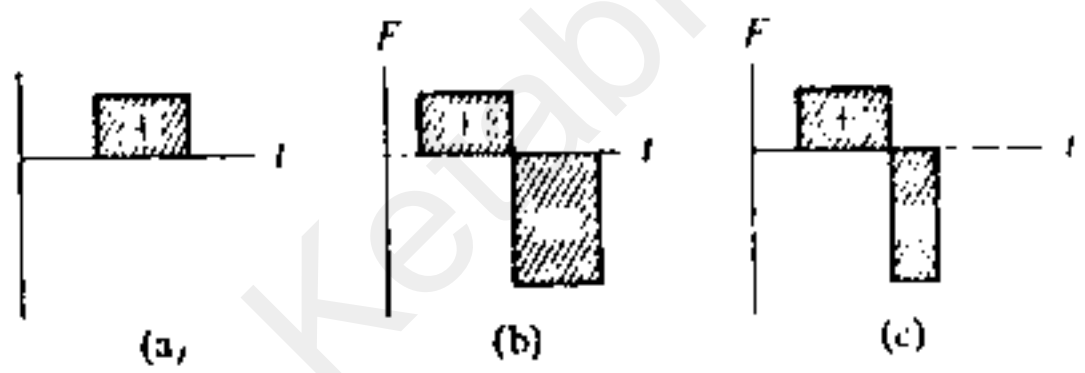
را میتوان مطابق شکل ۸ـ۲ که درآن نیرو تابعی اززمان است با روش رسم نشان داد . سطح زیرمنحنی درفاصله t_1 و t_2 برابرضربه نیروی F است .

هرگاه ضربه مؤثر برجسم مثبت باشد اندازه حرکت‌جسم، افزایش و چنانچه منفی باشد اندازه حرکت‌کاهش می‌یابد. هرگاه ضربه مؤثربرجسم‌برابرصفر باشد اندازه‌حرکت ثابت میماند .

مثال۱ـ تغییر اندازه حرکت حاصله از عمل نیروهای زیر را بدست آورید . (a) نیروی ثـابت ۱۰n بمدت دوثـانیه در امتداد x ها بطرف راست برجسمی اثـرمیکند . (b) برجسم نیروی ثابت ۱۰n بمدت دوثانیه درامتداد محور x ها بطرف راست اثرمیکند سپس بمدت دوثانیه دیگر نیروی۲۰n بطرف چپ برآن وارد میشود . (c) جسم بمدت دو ثانیه تحت اثرنیروی ۱۰n بطرف راست و سپس بمدت یك ثانیه تحت اثـر نیروی ۲۰n بطرف چپ قرار میگیرد . در شکل ۸ـ۳ این نیروها بصورت توابعی از زمان نشان داده شده‌اند .



شکل ۸ـ۳

(a) دراین حال ضربه $(+10n)\times(2sec)=+20n\cdot sec$ اندازه حرکت هر جسم‌که تحت تأثیرچنین ضربه‌ای واقع شود $20kgm\cdot\frac{m}{sec}$ تغییر میکند و این تغییر تابع جرم جسم یا سرعت اولیه آن نیست .

فرض‌کنیم جرم جسم $2kgm$ ودر ابتدا بحال سکون باشد اندازه حرکت انتهائی آن برابر تغییر اندازه حرکت خواهد بود. لذا سرعت‌انتهائی‌آن $10m/sec$ بطرف‌راست میشود. (بامحاسبه شتاب صحت محاسبه را امتحان‌کنید.)

هرگاه سرعت اولیه جسم $5m/sec$ بطرف‌راست بود اندازه حرکت‌اولیه آن‌برابر $30kgm\cdot\frac{m}{sec}$ وسرعت انتهائی آن $15\frac{m}{sec}$ میشد .

هرگاه جسم درابتدا باسرعت $5m/sec$ بطرف چپ میرفت اندازه حرکت اولیه آن $10kgm\cdot\frac{m}{sec}$ واندازه‌حرکت انتهائی‌آن $10kgm\frac{m}{sec}+$ وسرعت‌آن $5m/sec$ بطرف راست میشد . یعنی نیروی ثابت $10n$ که بطرف راست برجسم اثرمیکند ابتدا سرعت جسم را کم‌کرده آنرا ساکن میکند وسپس بطرف‌راست بآن سرعت میدهد .

(b) ضربه دراین‌حالت برابر

$$+10n\times 2sec-20n\times 2sec=-20n\cdot sec$$

اندازه حرکت هرجسمی‌که تحت اثر چنین ضربه‌ای قرارگیرد باندازه $70kgm\cdot\frac{m}{sec}$ کاهش می‌یابد . دراینجا نیز مانند مثال قبل عمل‌کنید .

(c) دراینحال ضربه

$$10n\times 2sec-20n\times 1sec=0$$

هرجسمی تحت تأثیر چنین ضربه‌ای قرارگیرد تغییر اندازه حرکت نخواهد داشت . البته اندازه حرکت‌آن در دوثانیه اول افزایش ودریك ثانیه بعد بهمان اندازه کاهش یافته بمقدار اول میرسد . بعنوان تمرین فرض‌کنید جسمی بجرم $2kgm$ باسرعت‌ثابت $5m/sec$ بطرف چپ در حرکت است وتحت تأثیر این ضربه قرار میگیرد . رسم‌منحنی تغییرات‌سرعت نسبت به‌زمان درحل‌مسئله مفید است .

مثال۲ـ توپی بجرم $0/4kgm$ بدیواره‌آجری برخورد میکند سرعت‌آن‌لحظه‌ای قبل‌از برخورد $30m/sec$ بطرف چپ ولحظه‌ای پس ازبرخورد $20m/sec$ بطرف‌راست است . ضربه وارده بردیواره راحساب‌کنید .

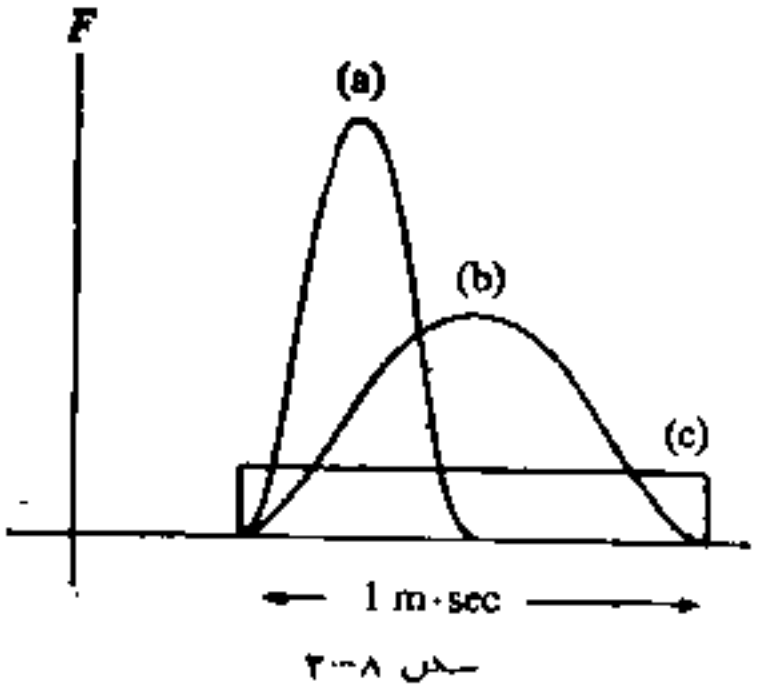
اندازه حرکت اولیه $0/4kgm\times(-30m/sec)=-12kgm\cdot\frac{m}{sec}$

است . ودرحالت دوم $+8kgm\cdot\frac{m}{sec}$ تغییر اندازه حرکت برابراست با :

$$mv_2-mv_1=8kgm\cdot\frac{m}{sec}-\left(-12kgm\cdot\frac{m}{sec}\right)=20kgm\cdot\frac{m}{sec}$$

ضربه مؤثر به توپ برابر $20n\cdot sec$ استوچون ضربه مؤثرمذکورمثبت است‌نیروی مؤثر بردیوار بطرف راست‌ممتداست .

توجه داشته باشیدکه نیروی‌مؤثر برتوپ را نمیتوان بدست‌آورد مگـر اینکه درباره چگونگی برخورد اطلاعات بیشتری داشته باشیم. درشکل ۸ـ۴ نحوه تغییرات نیـرو برحسب زمان دربرخوردهـای عادی نشان داده شده است . پیش ازبرخورد، اندازه‌نیرو صفراست. بتدریج‌افزایش یافته به مقدار ماکزیمم خودمیرسد، سپس کاهش یافته مجدداً صفرمیشود . هرگاه توپ نسبتاًصلب باشد زمان‌برخورد کوتاهتروا‌ندازه‌نیروی‌ماکزیمم زیادتر است . (منحنی**a**) هرگاه قابلیت ارتجاع توپ نظیر توپ تنیس زیاد باشد زمان برخورد ومقدارماکزیمم‌نیروکمتراز حالت قبل‌است (منحنی**b**) ودرهرحال اندازه ضربه، برابر سطح زیرمنحنی است‌وبرابراست‌با $20\,n\cdot sec$



شکل ۸ـ۳

درحالت ایده‌آلی که اندازه نیرو ثابت و زمان برخورد یك میلی ثانیه ($1\,m\,sec$) است‌اندازه نیرو $20000\,n$ خواهد بود. توضیح دهیدکه چرا گرفتن یك‌توپ که باسرعت درحرکت است‌کمتراز برخورد غیرمنتظره آن دردناك است .

۸ـ۳ ، اصل بقاء اندازه حرکت خطی

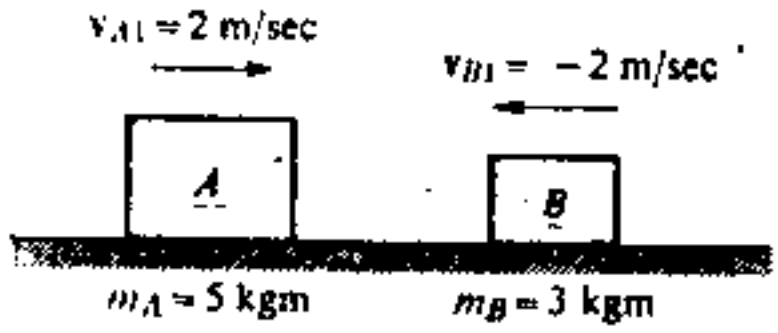
چون نیروی عمل وعکس‌العمل‌بین دونقطه مادی موجود است، وقتی یکی‌از این‌دو ، نیروئی بردیگری‌واردکند، اندازه حرکت هردو جسم تغییر میکند . (نیرو ممکن‌است دراثر جاذبه ثقلی ، ویا مغناطیسی باشد.) از طرف دیگرچون بنابراصل‌سوم نیوتون، عمل‌وعکس العمل مساوی ومختلف الجهت‌هستند، لذا ضربه مؤثر برهریك از دونقطه مادی با دیگری مساوی و مختلف‌الجهت است . بنابراین نتیجه میگیریم‌که : **تغییر برداری اندازه حرکت هریك از دو نقطه مادی با دیگری برابرومختلف‌الجهت میباشد** وبزبان دیگر **تغییراندازه حرکت مجموعه دو نقطه مادی برابرصفراست .**

همیشه وهمه‌جا **نیروهای داخلی**بصورت‌جفت عمل‌وعکس‌العمل‌وجود دارند . درنتیجه **اندازه حرکت‌کل دستگاه، دراثرنیروهای داخلی، نمیتواندتغییر یابد .** اذاوقتی**نیروهای مؤثر براجزاء یك دستگاه** فقط نیروهای **داخلی** باشند (یعنی از خارج نیروئی بردستگاه اثرنکند.) **جمع‌کل اندازه حرکت دستگاه ثابت میماند .** این اصل‌را **اصل بقـاء اندازه حرکت** مینامندکه بصورت زیر بیان می‌شود : **وقتی دستگاهی تحت‌اثر نیروهای خارجی نباشد اندازه حرکت کل دستگاه ثابت میماند و امتداد ، جهت ومقدارآن تغییرنمی‌کند.**

این اصل یکی از اساسی ترین اصول مکانیك است وچنانکه می‌بینیم، اصلی بمراتب

جامع‌تر از اصل بقاء انرژی مکانیکی‌است . چه‌انرژی مکانیکی‌وقتی‌ثابت میماندکه نیروهای مؤثر برجسم‌ازنوع تلف‌کننده انرژی نباشند، ولی‌اصل بقاء اندازه حرکت تابع طبیعت‌نیرو نیست .

مثال۱ـ درشکل ۸ـ۵ دوجسم A و B نشان داده شده است‌که جرم‌وسرعت‌اولیه آنها بترتیب m_A و $\mathbf{v}_{A_1}$ بطرف راست m_B و $\mathbf{v}_{B_1}$ بطرف چپ میباشد . چون اصطکاك صفراست ونیروی خارجی بردو جسم وارد نمیشود در لحظه برخورد ، فقط دوجسم نیروهائی برهم وارد می‌آورندکه عمل وعکس‌العمل‌هستند واندازه‌حرکت دستگاه الزاماً ثابت خواهد ماند .



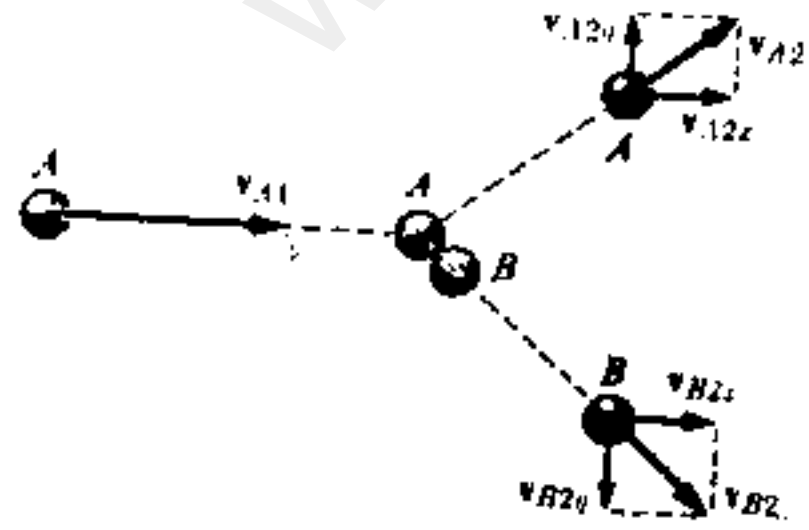
شکل ۸ـ۵

هرگاه $\mathbf{v}_{A_2}$ و $\mathbf{v}_{B_2}$ سرعت دوجسم پس‌از برخورد فرض شوند خواهیم داشت :

$$m_A\mathbf{v}_{A_1} + m_B\mathbf{v}_{B_1} = m_A\mathbf{v}_{A_2} + m_B\mathbf{v}_{B_2} \qquad (۵-۸)$$

مثال۲ـ درشکل ۸ـ۶دوجسم‌بجرمهای m_A و m_B نشان‌داده شده است . سرعت جسم A قبل از برخورد $\mathbf{v}_{A_1}$ وسرعت جسم B قبل از برخـورد $\mathbf{v}_{B_1} = 0$ است . پس از برخورد، دوجسم باسرعت‌های $\mathbf{v}_{A_2}$ و $\mathbf{v}_{B_2}$ حرکت‌میکنند. نیروئی غیرازنیروی داخلی که درمرحله برخورد وجود دارد براینودو جسم اثر نمیکنند .

دراین مسئله طبیعت برداری اندازه حرکت نشان داده شده است . اصل بقاء اندازه حرکت را میتوان روی هردومحور بین مؤلفه‌هانوشت. امتداد $\mathbf{v}_{A_1}$ را محور x ها انتخاب‌میکنیم . مؤلفه اندازه حرکت‌کل در امتداد محور xها $m_A\mathbf{v}_{A_1}$ ومؤلفه‌اندازه‌حرکت در امتداد محور y ها صفـراست . اندازه حرکت درامتداد محورxها پس‌ازبرخورد عبارتست‌از :



شکل ۸ـ۶

$$m_A v_{A_{2x}} + m_B v_{B_{2x}}$$

واندازه مؤلفه اندازه حرکت درامتداد محور y ها پس‌از برخورد عبارتست از :

$$m_A v_{A_2y} - m_B v_{B_2y}$$

بنابراین خواهیم داشت :

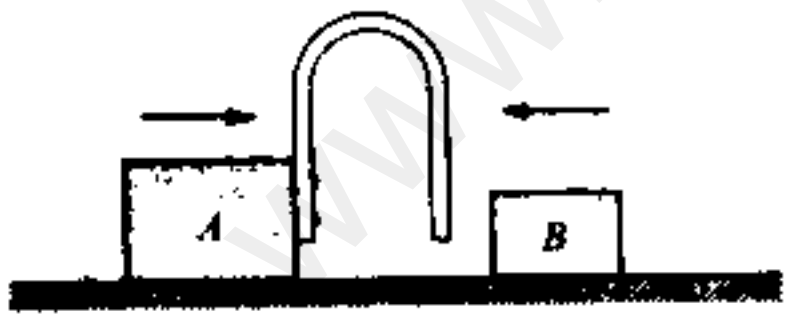
$$m_A v_{A_2x} + m_B v_{B_2x} = m_A v_{A_1} \qquad (۶-۸)$$

$$m_A v_{A_2y} - m_B v_{B_2y} = ۰ \qquad (۷-۸)$$

۸-۳ ، برخورد الاستیك و غیرالاستیك

فرض کنیم جرم دوجسم وسرعت‌های آنها پیش‌از برخورد، معلوم‌باشد وبخواهیم‌سرعت آنها را پس ازبرخورد بدست‌آوریم. هرگاه برخورد، نظیرآنچه درشکل ۸-۵ نشان داده شده ازروبرو باشد فرمول ۸-۵ یك معادله برای تعیین v_{A_2} و v_{B_2} در اختیار ما می‌گذارد وهرگاه برخورد نظیر شکل ۸-۶ باشد دو فرمول ۸-۶ و ۸-۷ دو معادله برای تعیین چهار مؤلفه سرعت یعنی v_{A_2x} و v_{A_2y} و v_{B_2x} و v_{B_2y} میباشند. پس‌اصل بقاء اندازه حرکت بتنهائی بـرای تعیین سرعت انتهائی در برخوردکافی نیست وباید در جستجوی معادلات دیگری باشیم .

هرگاه نیروهای عمل وعکس‌العمل‌موجود درهربرخورد ازنوع‌نیروهای ذخیره‌کننده انرژی‌باشند، انرژی‌جنبشی کل‌دوجسم، قبل‌وبعداز برخورد، ثابت‌میماند. دراینحال‌برخورد را **الاستیك کامل** می‌نامیم . هرگاه مطابق‌شکل ۸-۷ فنر U شکلی را به‌جسم A بچسبانیم برخوردآن با جسم B تقریباً الاستیك‌کامل است. وقتی دوجسم باهم برخورد می‌کنند انرژی‌جنبشی آنها تبدیل به انرژی پتانسیل ارتجاعی فنرمیشود زیرا فنرپس از برخورد، متراکم میگردد . سپس فنرباز شده انرژی پتانسیل خود را مجـدداً به انرژی جنبشی که بین دوجسم تقسیم میشود تبدیل میکند .



شکل ۸-۷

برعکس ممکن است دوجسم پس از برخورد بهم چسبیده مانند جسم واحدی حرکت کند . چنین برخوردی را برخورد **غیرالاستیك کامل** مینامند . فرض‌کنیم دوجسمی که‌در شکل ۸-۵ نشانداده شده‌اند مکانیـسمی داشته باشندکه پس از برخوردبهم بچسبند (مکانیسم اتصال واگن‌های قطار) یادوجسم شکل۸-۷ پس از برخورد بهم قفل شوند . در این حال سرعت دوجسم یکسان خواهد شد .

۸ـ۴ ، برخوردهای غیر الاستیك

درحالت خاصی‌که برخورد دوجسم A و B غیرالاستیك‌کامل باشد بنـابر تعریف برخورد غیرالاستیك کامل میتوان‌نوشت :

$$v_{A_2} = v_{B_2} = v_2$$

هرگاه فرمول بالا را با فرمول بقاء اندازه حرکت ترکیب‌کنیم خواهیم داشت :

$$m_A v_{A_1} + m_B v_{B_1} = (m_A + m_B) v_2 \qquad (۸-۸)$$

هرگاه جرم دوجسم و سرعت‌آنها قبل از برخورد، معلوم بـاشد سرعت آنها پس از برخورد قابل‌محاسبه است .

انرژی جنبشی دوجسم قبل‌ازبرخورد برابر

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m_A v_{A_1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B_1}^2$$

وپس‌از برخورد

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_2^2$$

درحالت خاصی‌که جسم B قبل از برخورد ساکن باشد . $v_{B_1} = 0$ و نـسبت انـرژی جنبشی‌کل قبل وبعداز برخورد برابراست با :

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{(m_A + m_B) v_2^2}{m_A v_{A_1}^2}$$

هرگاه v_2 را از فرمول ۸ـ۸ بدست آورده دراین فرمول قراردهیم خواهیم‌داشت:

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{m_A}{m_A + m_B}$$

طرف راست‌تساوی، حتماً کوچکتراز واحد است وطرف چپ نیز الزاماً چنین‌میشود یعنی انرژی جنبشی که دو جسم کاهش می‌یابد .

مثال۱ـ فرض‌کنید برخورد دوجسم درشکل ۸ـ۵ غیرالاستیك کامل وجرم وسرعت

اولیه آنها چنانکه درشکل نشانداده شده است $m_A = ۵kgm$ و $m_B = ۳kgm$ و $v_{A_1} ۲m/sec$ و $v_{B_1} = -۲m/sec$ باشد . سرعت پس‌از برخورد برابر است با :

$$v_۲ = \frac{m_A v_{A_1} + m_B v_{B_1}}{m_A + m_B} = ۰/۵ m/sec$$

چون $v_۲$ مثبت است، پس‌از برخورد، دوجسم بطرف راست حرکت میکنند .

انرژی جنبشی دوجسم قبل ازبرخورد، برابراست با :

$$\frac{۱}{۲} m_A v_{A_1}^۲ = ۱۰j$$

$$\frac{۱}{۲} m_B v_{B_1}^۲ = ۶j$$

یعنی انرژی جنبشی کل پیش‌از برخورد برابر ۱۶ ژول است .

توجه کنید باوجودآنکه سرعت واندازه حرکت جسم B منفی است،انرژی جنبشی آن مثبت است چه انرژی متناسب با مجذور سرعت است .

انرژی جنبشی پس‌از برخورد برابراست با :

$$\frac{۱}{۲}(m_A + m_B) v_۲^۲ = ۱j$$

نه تنها انرژی جنبشی ثابت نمانده بلکه مقدار آن $\frac{۱}{۱۶}$ مقداراولیه است و $\frac{۱۵}{۱۶}$ انرژی «گم» شده است . هرگاه دوجسم مانند دو واگن قطار بهم وصل باشند قسمت زیادی‌ازاین انرژی، گم شده بصورت انرژی‌نوسانی درآمده جذب میشوند.

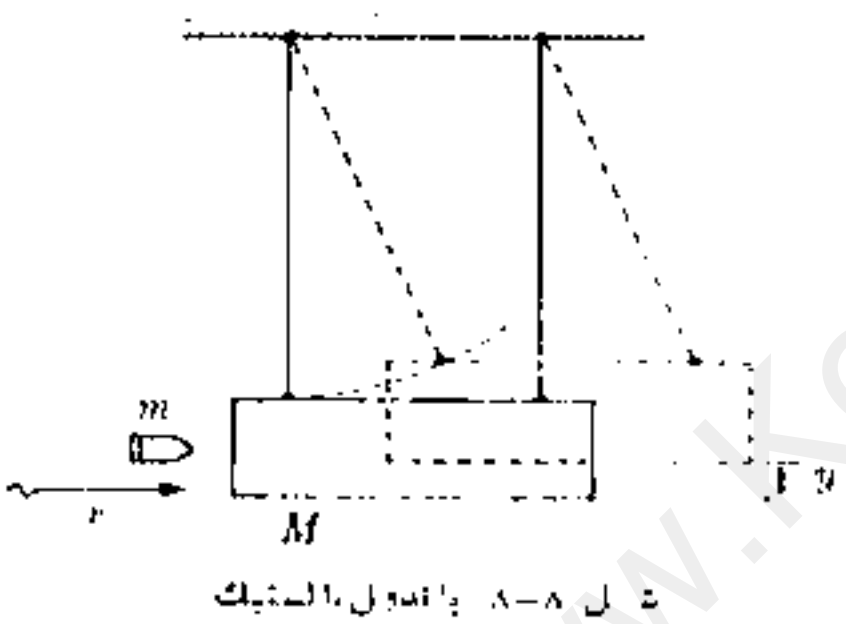
هرگاه نظیرشکل۸ـ۷ بین‌دوجسم فنری قرارگرفته باشد ودوجسم بهم قفل‌شده‌باشند وقتی‌سرعت دوجسم مساوی شودفنرفشرده یامنبسط‌شده‌قسمت‌زیادی ازانرژی، بصورت‌انرژی پتانسیل درفنرذخیره میشود . هرگاه همه این انرژیها (جنبشی ـ پتانسیل) بحساب آورده شود انرژی‌کل‌ثابت مانده درحالیکه انرژی جنبشی ثابت نمانده است . اما اصل بقاء اندازه حرکت، اعم ازاینکه برخورد الاستیک باشد یانه ، صحیح است

مثال۴ـ پاندول بالستیک اسبابی‌است‌که بکمک‌آن‌سرعت گلوله‌ها را اندازه‌میگیرند گلوله بایک پاندول برخورد غیرالاستیک کامل انجام میدهدکه جرم آن بمراتب بیشتر از جرم‌گلوله است . لحظه‌ای پس‌از برخورد ، اندازه حرکت مجموعه‌پاندول‌وگلوله مساوی

اندازه حرکت گلوله پیش ازبرخورد است اما چون سرعت پاندول بسیار کـم است اندازه حرکت‌آن بآسانی تعیین میشود. با وجود آنکه وسائل بهتری برای تعیین اندازه حرکت گلوله‌هاساخته‌شده‌است، معذالك‌این پاندول وسیله مناسبی برای‌اندازه‌گیری اندازه‌حرکت درآزمایشگاه است .

درشکل ۸ـ۸ پاندول بالستیکی نشانداده شده‌که ممکن است ازچوب ساخته شده و جرم‌آن (m') باشد. این پاندول بدوطناب قائم‌آویزان است. گلوله‌ای بجرم m وسرعت v بآن برخورد کرده درآن فرو میرود . چون زمان برخورد نسبت بزمان نوسان پاندول کوچك است میتوان گفت درلحظه برخورد، دوطناب درامتداد قائم هستند . بنابراین در امتداد افقی نیروی خارجی برگلوله وپاندول اثر نمی‌کند واندازه حرکت افقی قبل وبعد ازبرخورد ثابت میماند.

$$mv = (m + m')V \qquad v = \frac{m+m'}{m}V$$



شکل ۸ـ۸ پاندول بالستیك

انرژی‌جنبشی، لحظـه ای پس از برخورد

$E_k = \frac{1}{2}(m+m')V^2$ است وپس ازبرخورد

پاندول آنقدر بطرف راست منحرف میشود تاتمام انرژی جنبشی، آن به‌انرژی پتانسیل‌تبدیل گردد. (ازاثر ناچیز مقاومت هوا و اصطـکاك صرفنظر می‌شود) .

$$\frac{1}{2}(m+m')V^2 = (m+m')gy$$

$$V = \sqrt{2gy}$$

و

$$v = \frac{m+m'}{m}\sqrt{2gy}$$

با دردست داشتن m وm' و y سرعت اولیه v گلوله قابل محاسبه است .

دقیقاً توجه داشته باشیدکه انرژی‌جنبشی دراین برخورد، ثابت نمی‌ماند. نسبت‌انرژی جنبشی مجموعه گلوله‌وپاندول، پس ازبرخورد به‌انرژی جنبشی اولیه‌گلوله چنین است.

$$\frac{\frac{1}{2}(m+m')V^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{m}{m+m'}$$

واگر مثلا $m'=100gm$ و $m=1gm$ باشد یکهزارم انرژی اصلی باقی میماند و ۹۹۹ درهزارآن به انرژی داخلی تبدیل میشود .

۸ـ۵، برخوردالاستیك

اکنون برخورد الاستیك کامل دو جسم A و B را که از روبرو (یا در امتداد خطالمرکزین) صورت میگیرد در نظر میگیریم . دوجسم پس از برخورد باسرعت های v_{A_2} و v_{B_2} حرکت میکنند. چون انرژی جنبشی و نیز اندازه حرکت ثابت مانده‌اند . از اصل بقاء انرژی جنبشی نتیجه میشود :

$$\frac{1}{2}m_A v_{A_1}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B_1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A_2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B_2}^2$$

واز اصل بقاء اندازه حرکت داریم :

$$m_A v_{A_1} + m_B v_{B_1} = m_A v_{A_2} + m_B v_{B_2}$$

چون جرم دوجسم وسرعت آنهاقبل‌ازهربرخورد، معلوم است بادومعادله مستقل‌فوق میتوان دوسرعت انتهائی رابدست‌آورد. ازحل این دومعادله نتایج زیر بدست میآید :

$$(v_{B_2} - v_{B_2}) = -(v_{B_1} - v_{A_1}) \qquad (۸-۹)$$

$$v_{A_2} = \frac{2m_B v_{B_1} + v_{A_1}(m_A - m_B)}{m_A + m_B} \qquad (۸-۱۰)$$

$$v_{B_2} = \frac{2m_A v_{A_1} + v_{B_1}(m_B - m_A)}{m_A + m_B} \qquad (۸-۱۱)$$

تفاضل $v_{B_2} - v_{A_2}$ سرعت‌جسم B نسبت به A پس ازبرخورد و نیز $v_{B_1} - v_{A_1}$ سرعت B نسبت‌به A پیش ازبرخورد میباشد. بنابراین‌فرمول (۸ـ۹) را چنین‌بیان‌میکنند: **اندازه سرعت نسبی‌دوجسم، دراثربرخورد الاستیك روبرو، تغییر نکرده فقط علامت آن تغییر می‌کند.**

درحالت خاصی‌که جسم B پیش ازبرخورد ساکن است $v_{B_1} = 0$ وفرمولهای ۸ـ۱۰ و ۸ـ۱۱ بصورت های زیرساده میشود .

$$v_{B_2} = -\frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A_1} \qquad v_{A_2} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A_1}$$

هرگاه جرم دو جسم A و B مساوی باشد $v_{A_1} = 0$ و $v_{B_2} = v_{A_1}$ یعنی جسم اول ساکن شده جسم دوم باسرعت قبل از برخورد جسم اول بحرکت درمیآید . انرژی

جنبشی واندازه حرکت قبل وبعد ازبرخورد ثابت مانده‌اند.

وقتی جرم دوجسم نامساوی باشند، انرژی جنبشی پس‌ازبرخورد عبارتند از :

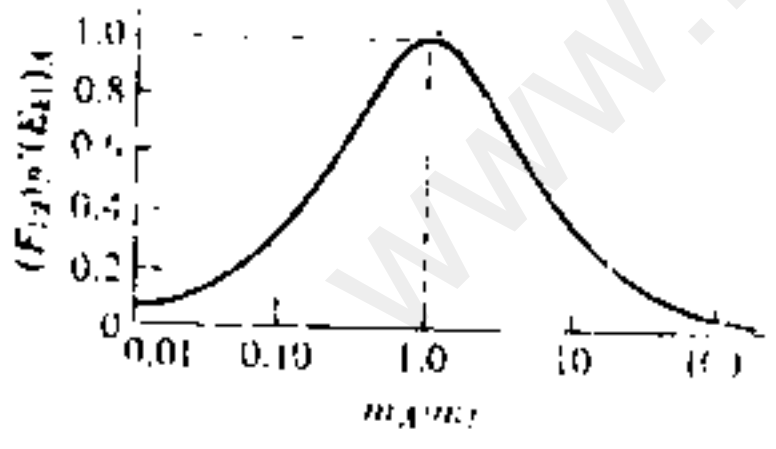
$$(E_{k_2})_A = \frac{1}{2} m_A v_{A_2}^2 = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} (E_{k_1})_A$$

$$(E_{k_2})_B \times \frac{1}{2} m_B v_{B_2}^2 = \frac{4 m_A m_B}{(m_A + m_B)^2} (E_{k_1})_A$$

بدست آوردن درصدکاهش انرژی جسم A نیز دارای اهمیت است. یعنی بدانیم‌نسبت انرژی جنبشی جسم A پس از برخورد، چنددرصد انرژی آن پیش ازبرخورد است. چون برخورد الاستیك‌کامل‌است، کاهش‌انرژی‌A برابرافزایش‌انرژی‌B است. این‌نسبت برابراست با:

$$\frac{(E_{k_2})_B}{(E_{k_1})_A} = \frac{4 m_A m_B}{(m_A + m_B)^2} = 4 \frac{m_A}{m_B} \frac{1}{[1 + (m_A/m_B)]^2}$$

کاهش نسبی انرژی جنبشی را درشکل ۸ـ۹ بصورت تابعی ازلگاریتم $\frac{m_A}{m_B}$ نشان داده‌اند . وقتی $\frac{m_A}{m_B}$ بسمت صفر یابینهایت‌میل کند، کاهش انرژی نیز بسمت صفرمیل‌میکند (مثلا جسم بسیار سبکی‌بجسم بسیار سنگینی برخوردکند ویاجسم بسیارسنگینی بجسم بسیار سبکی‌برخورد نماید)درحالت‌اول، جسم‌سبك‌پس‌ازبرخورد، تقریباً باهمان سرعت برمیگردد. درحالت دوم جسم سنگین‌پس ازبرخورد، تقریباً باهمان سرعت اولیه خود بحرکت ادامه میدهد وقتی $m_A = m_B$ باشد حداکثر کاهش انرژی پیدا میشود و بازاء این نسبت ، کاهش انرژی همانطورکه درشکل نشانداده شده است برابر واحد است .



شکل ۸ـ۹ کاهش نسبی انرژی در برخورد دوجرم برحسب تابعی از نسبت جرم‌ها.

این مسئله درکندکردن سرعت نوترون‌که دربعضی ازواکنش‌های‌اتمی تولید میشوند، اهمیت فراوان دارد. وقتی نوترون ازدرون محیط مادی عبورمیکند باهسته اتمها برخوردالاستیك کامل انجام میدهد. حال اگرجرم‌هسته، مساوی جرم نوترون باشد، کاهش‌انرژی نوترون ماکزیموم است. پس هسته هیدرژن‌معمولی، مناسب‌ترین هسته‌هاست. هرچه‌جرم هسته‌بیشتر باشدکاهش انرژی‌کمتر است .

مثال ـ فرض کنید برخوردی که درشکـل ۸ـ۵ نشان داده شده برخورد الاستیك کامل باشد. سرعت A و B را پس‌از برخورد پیداکنید .

ازاصل‌بقاء اندازه حرکت، نتیجه میشود :

$$\mathbf{5kgm \times 2m/sec + 2kgm \times (-2m/sec) = 5kgm \times v_{A_2} + 2kgm \times v_{B_2}}$$

$$\mathbf{5v_{A_2} + 2v_{B_2} = 4m/sec}$$

وچون برخورد الاستیك کامل است :

$$\mathbf{v_{B_2} - v_{B_2} = -(v_{B_1} - v_{A_1}) = 4m/sec}$$

ازحل این معادلات بایکدیگر نتیجه میشود:

$$\mathbf{v_{A_2} = -1m/sec \qquad v_{B_2} = 3m/sec}$$

یعنی حرکت هردوجسم، عوض‌میشود : A باسرعت $\mathbf{1m/sec}$ بطرف چپ و B با سرعت $\mathbf{3m/sec}$ بطرف راست میرود.

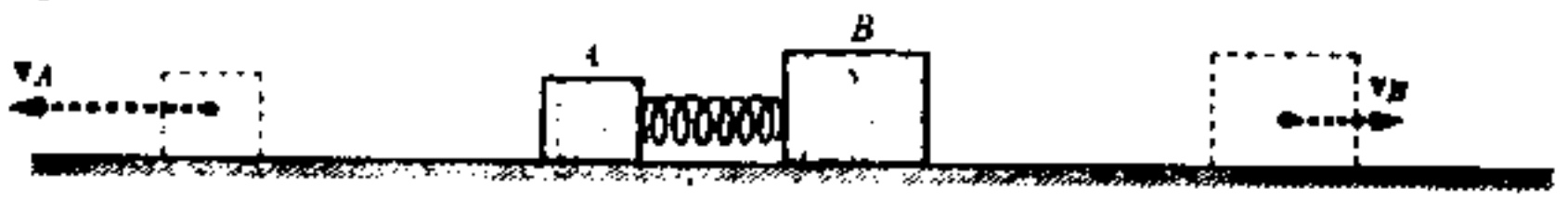
انرژی جنبشی کل برابر است با :

$$\mathbf{\frac{1}{2} \times 5kgm(-1m/sec)^2 + \frac{1}{2} \times 2kgm(3m/sec)^2 = 16j}$$

که برابر انرژی جنبشی‌کل پیش ازبرخورد است.

۸ـ۶ ، برگشت (Recoil)

درشکل ۸ـ۱۰ دوجسم A و B نشانداده شده است‌که بحال سکون، فنری‌دادر میان خود فشرده‌اند. هرگاه دوجسم‌را دراین وضع، آزادگذاریم، فنردرهرلحظه بردوجسم نیروی مساوی وارد میکند تااینکه‌فنرکاملاباز وبحال‌آزاد برسد . سپس فنربرروی تکیه‌گاه می‌افتد ولی دوجسم در دوجهت مخالف بحرکت خود ادامه میدهند . اندازه حرکت اولیه صفر است وهرگاه ازاصطکاك صرفنظر شود برآیند نیروهای مؤثر بردوجسم نیز صفر است.



شکل ۸ـ۱۰ بقاء اندازه حرکت در برگشت

لذا اندازه حرکت مجموعه دوجسم‌ثابت میماند. هرگاه v_A و v_B سرعت دوجسم A وB باشد داریم :

$$m_1 v_A + m_B v_B = 0 \qquad \frac{v_A}{v_B} = -\frac{m_B}{m_1}$$

سرعتها مختلف‌العلامه واندازه آنها متناسب معکوس باجرم های مربوطه است .

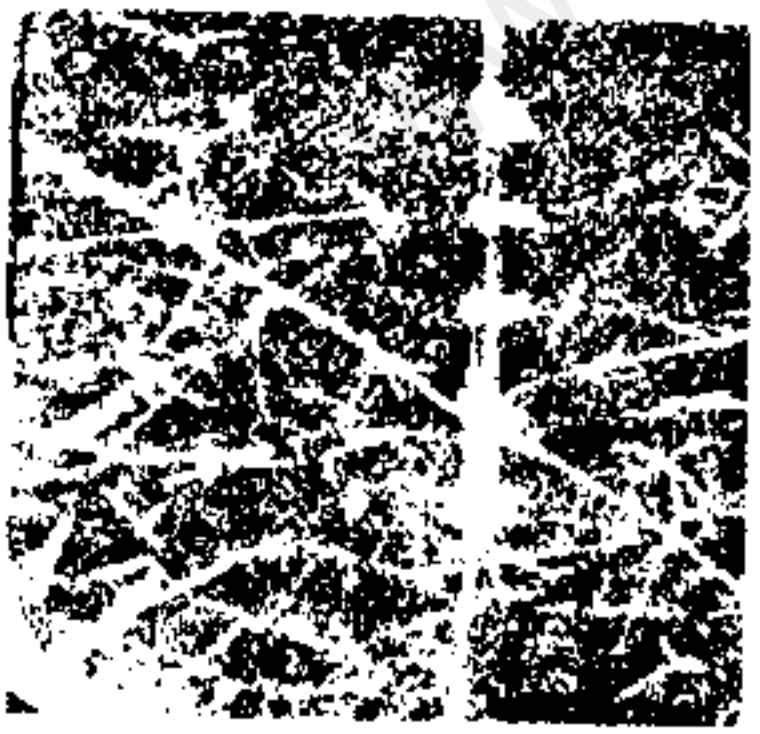
انرژی جنبشی اولیه دستگاه برابر صفر است وانرژی جنبشی دوجسم پس‌از بازشدن فنر برابر است با :

$$E_k = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

منشاء انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل الاستیکی فنراست . نسبت انرژی جنبشی دو جسم برابراست با :

$$\frac{\frac{1}{2} m_A v_A^2}{\frac{1}{2} m_B v_B^2} = \frac{m_A \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2}{m_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

یعنی با وجودآنکه اندازه حرکت بطور مساوی بین دو جسم تقسیم می‌شود انرژی جنبشی دوجسم، مساوی نبوده با نسبت عکس جرم دو جسم متناسب‌اند. جسمی که جرم آن کمتر است درصد بیشتری ازانرژی پتانسیل اولیه فنر دریافت میدارد. دلیل آن این‌است که تغییر اندازه حرکت درهرجسم برابر ضربه وارده بر آن جسم یعنی $\int F dt$ است درحالیکه تغییرانرژی جنبشی، برابرکار نیروهای وارد برجسم است یعنی $\int F dx$. نیروهای واردبر دوجسم همواره مساوی و مختلف الجهت است و زمان تأثیر آنها نیز مساوی است. بنابراین تغییر اندازه حرکت هر دوجسم مساوی ومختلف‌الجهت میباشد . اما نقطه اثر نیروها در زمان مساوی فواصل مساوی طی نخواهند کرد (مگر اینکه $m_A = m_B$ باشد) چه شتاب ، سرعت وتغییرمکان جسم کوچکتر بیشتر ازمقادیر نظیر مربوط بجسم بزرگتر است . بنابراین کار بیشتری بر روی جسم کوچکتر انجام میگیرد .



شکل ۸ـ۱۱ عکسی از شکستن هسته اورانیوم در Cloud chamber برداشته‌اند

همه آنچه دربالا گفتیم در مورد تفنگ و گلوله نیز صحیح است . اندازه حرکت اولیه دستگاه صفراست. پس ازانفجار باروت ، گلوله

وگازهای‌حاصل ازانفجار، رو بجلو دارای اندازه حرکت میشوند و تفنگ (با کلیه ضمائم آن) دارای اندازه حرکتی روبه‌عقب میشود . بسادگی‌مثال قبل نمیتوان در مورد توزیع اندازه حرکت بحث نمود چه تفنگ و گلوله چون جامدند دارای سرعتهائی میشوندکه اندازه‌آن برای کلیه ذرات، یکی است. ولی ذرات گازهای‌حاصل ازانفجار، هریك دارای سرعت خاصی هستند . چون جرم تفنگ بمراتب بیش از جرم گلوله و گازهای حاصل از انفجار است، سرعت وانرژی جنبشی تفنگ بدفعات ، کمترازسرعت و انرژی گلوله است.

در موقع انفجارهای هسته‌ای درمواد رادیواکتیو ، یك هسته بدو یا چند ذره تقسیم میشودکه درجهات مختلف بحرکت درمیآیند . ماهنوز ازطبیعت نیروهائی‌که این‌حرکتهارا بوجود میآورند اطلاع‌دقیقی نداریم . اما میدانیم‌که اصل بقاء اندازه حرکت درمورد آنها کاملا صادق است. جمع (برداری) اندازه حرکت‌کلیه ذرات حاصل ازشکستن هسته، برابر اندازه حرکت هسته اصلی است . منشاء انرژی جنبشی ذرات ، انرژی ارتباط ذره‌ای یا Binding enrgy ذرات‌درون‌هسته اصلی‌است که‌چیزی‌شبیه‌انرژی‌شیمیائی‌انفجار باروت است.

درشکل ۸ـ۱۱ شکستن هسته اورانیوم وتقسیم آن بدو ذره تقریباً مساوی نشانداده شده است. درابتدا هسته در امتداد عمود برخط منحیم‌افقی، حرکت نداشته است . نوترونی بآن برخورد میکند وهسته اورانیوم بدوجزء تقسیم میشودکه بتدریج در امتدادی عمود بر خط افقی ازهم دور میشوند . ذرات حاصل از شکستن‌اتم، مستقیماً قابل رؤیت نیستند ولی وقتی درمحیطی‌که بخارآب‌فوق اشباع وجوددارد قرار میگیرند، لکه هـای ابرماندی در اطراف‌آنها تشکیل میشود وبدین ترتیب بطور غیرمستقیم قابل‌رؤیت میشوند * . واضح‌است که ذرات پس ازطی فاصله چند سانتیمتر متوقف‌میشوند زیرا درمحیط مادی‌حرکت‌میکنند. اما بادردست داشتن طول مسیر، توده ویژه بخاری‌که ذرات‌درآن حرکت میکنندوامثالهم، میتوان سرعت هریك ازدوذره را درحین جدا شدن محاسبه نمود . بااستفاده از اصل بقـاء اندازه حرکت ، میتوان نسبت دوجرم ذرات حاصل ازشکستن اتم را بدست‌آورد. واین‌در شناختن ذرات حاصل ازفعل وانفعالات اتمی بسیارمهم است .

دراین شرح مختصر از ذرات‌کوچکتری‌که در اثرشکستن اتم بدست میآیند (و در عکس اثری ازآنها نیست) ونیز اندازه حرکت نوترون اولیه صرفنظر شده است ولی در عکس خطوط متعددی دیده میشود که حاکی از عبور نوترونهای اولیه و ذرات کوچکتر حاصل ازشکستن اتم است.

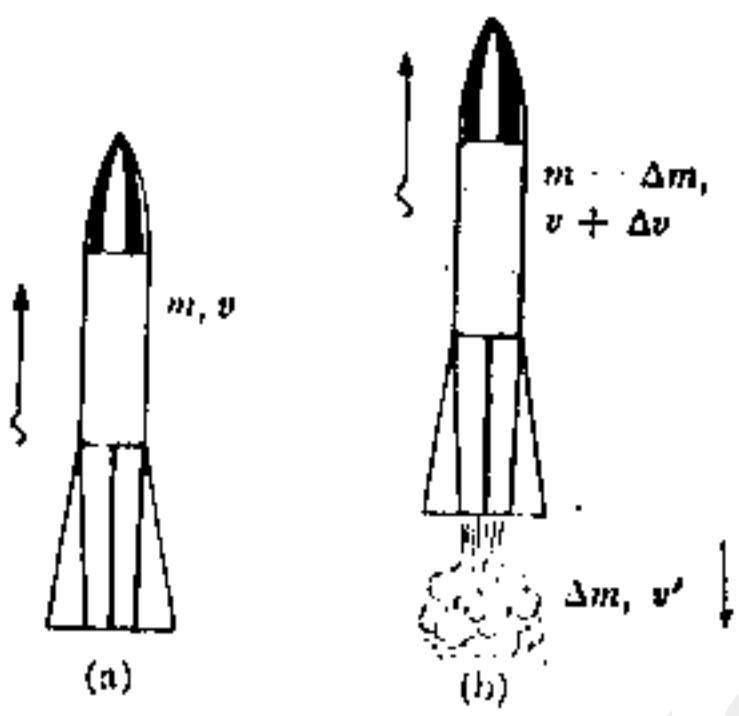
---

* دستگاه مذکوررا که‌ازوسایل‌بسیارمهم درتحقیقات اتمی‌بشمار میرود «اطاقك‌ویلسن» Wilson cloud chamber می‌نامند زیرا اولین بار در ۱۸۹۵ توسط دانشمند شهیر انگلیسی وبرنده جایزه نوبل C.T.R.Wilson اختراع شد :

۸ـ۷، اساس کار راکت

حرکت راکت بجلو بدین علت صورت میگیردکه قسمتی ازجرم‌آن رو بعقب از آن خارج میشود. نیروئی‌که برراکت رو بجلو وارد میشود عکس العمل نیروئی است‌که برماده خروجی بطرف عقب وارد میآید . برای اینکه حل مسئله آسان شود فرض میکـنیم راکت رویبالا درامتداد قائم حرکت میکند $\mathbf{g}$ شتاب ثقل نیزثابت است.

شکل ۸ـ۱۲(a) راکت را در وضعی نشان میدهدکـه جرم آن $\mathbf{m}$ وسرعت آن $\mathbf{v}$ رو بیالاست درقسمت (b) شکل راکت‌را در $\mathbf{dt}$ ثانیه بعد یعنی وقتی جرم‌آن $\mathbf{m-dm}$ و سرعت آن $\mathbf{v+dv}$ است نشان میدهد . توده ابری شکل، $\mathbf{dm}$یعنی‌جرمی‌راکه درزمان $\mathbf{dt}$ از راکت خارج شده‌است وسرعت آن $\mathbf{v'}$ است نشان میدهد . $\mathbf{v'}$ کوچکتر از $\mathbf{v}$ است (و در حالت کلی، رویبالاست). هر گاه $\mathbf{v_r}$ سرعت راکت‌نسبت به ماده خروجی فرض شود خواهیم داشت :



شکل ۸ـ۱۲

$$\mathbf{v=v'+v_r} \qquad (۱۲-۸)$$

تنها نیروئی‌کـه ازخارج بر مجموعه وارد میشود $\mathbf{mg}$ است . هر گاه جهت رویبالا را مثبت فرض‌کنیم‌ضربه‌نیروی وزن‌منفی‌وبرابر $\mathbf{-mgdt}$ است و بنابرقضیه ضربه اندازه حرکت، برابر تغییر اندازه حرکت دستگاه است . اندازه حرکت انتهائی راکت برابر است با :

$$\mathbf{(m+dm)\,(v+dv)}$$

واندازه حرکت ماده خروجی برابر $\mathbf{-v'dm}$ (درنظر داشته باشیدکه $\mathbf{dm}$ منفی است پس خواهیم داشت :

$$\mathbf{-mgdt=[(m+dm)(v+dv)-v'dm]-mv}$$

[توجه داشته باشید $\mathbf{d=m-m'}$ و چون همیشه $\mathbf{m'}$ کوچکتر از $\mathbf{m}$ است پس $\mathbf{dm}$ منفی است‌آنچه ازراکت خارج میشود $\mathbf{-dm}$ است و $\mathbf{m'=m+dm}$ مترجم]. حال اگر سمت راست فرمول بالا را بسط دهیم واز $\mathbf{dmdv}$ که بینهایت‌کوچك درجه دوم است صرفنظر کنیم نتیجه میشود :

باسرعت اولیه نصف(a)ولی درجهت مخالف، جسم را بحرکت درآوریم باچه سرعتی جسم به C میرسد؟

۷ـ۳۴ انرژی پتانسیل ملکولهای دوا تمی بنا بر فرمول لنارد جونز Lennard-Jones بصورت زیر تابع r فاصله دوا تم است؟

$$E_p(r)=\varepsilon_0\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^{12}-2\left(\frac{r_0}{r}\right)^{6}\right]$$

ثابت کنید که (a) r_0 فاصله ایست که انرژی پتانسیل نظیر آن می نیموم است. (b) می نیموم انرژی پتانسیل $-\varepsilon_0$ است. (c) وقتی $E_p(r)=0$ فاصله دوا تم $r_0\sqrt[6]{2}$ است. (d) منحنی $E_p(r)$ را رسم کنید.

۷ـ۳۵ جسم ساکنی را درامتداد محور x ها بحرکت درمیآوریم. انرژی پتانسیل آن تابعی است از x یعنی $E_p(x)$ وانرژی کل آن ثابت وبرابر E است. ثابت کنید که زمان حرکت ازمبدء تا نقطه‌ای بفاصله x برابراست با:

$$t=\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}[E-E_p(x)]}}$$

۷ـ۳۶ یك ماهواره بجرم m درمداری بشعاع $2R$ بدور زمین میچرخد (R شعاع زمین) برحسب R و m و G ضریب جاذبه عمومی و m_E جرم زمین مقادیر زیررا بدست آورید. (a) انرژی جنبشی ماهواره .(b) انرژی پتانسیل ثقلی. (c) انرژی مکانیکی کل را

۷ـ۳۷ راننده موتورسیکلتی ازحالسکون موتوررا بحرکت درمیآورد. مرکز ثقل دستگاه درسطح افقی درحرکت است. (a) نیروئی که بوجودآورنده شتاب است چیست؟ (b) کار نیروی بوجود آورنده شتاب چه اندازه است؟ (c) چه عاملی باعث افزایش انرژی جنبشی میشود؟

۷ـ۳۸ برای اینکه درمدت ۲ ثانیه موتوری بتواند وزن ۵۰۰۰kg را دومتر بلند کند توان آن چه اندازه است؟

۷ـ۳۹ یك تله اسکی که گنجایش ۸۰ نفررا دارد روی طناب سیمی بشیب ۳۷° حرکت میکند . سرعت حرکت ۱۲٫۶km/hr است. هرگاه هرنفر بطور متوسط 75kgm جرم داشته باشد توان لازم برای بالابردن این عده را بدست آورید

۷ـ۴۰ (a) هرگاه قیمت هر کیلو وات ساعت انرژی ۴ ریال باشد قیمت هر اسب ساعت چقدراست؟ با هرریال چند ft lb وچند ژول انرژی میتوان خرید؟

۴۱ـ۷ (a) هرگاه‌قیمت هرکیلووات ساعت انرژی ۱/۵ ریال باشد پرتاب‌پرتابه‌ای بجرم $800\,kgm$ بسا سرعت اولیه $1000\,\frac{m}{sec}$ چند ریال خرج دارد ؟

۴۲ـ۷ ارزش‌کار موتوری‌بتوان $10\,hp$ درمدت $8\,hr$ چقدراست. قیمت‌هرکیلووات ساعت انرژی ۴ ریال است .

۴۳ـ۷ وقتی اتومبیلی باسرعت $45\,\frac{km}{hr}$درحرکت‌باشد، توان‌موتورآن $20\,hp$ است. (a) نیروی مقاوم چه اندازه است؟ (b) هرگاه نیروی مقاوم متناسب باسرعت باشد توان موتور در سرعت $24\,\frac{km}{hr}$ و $96\,\frac{km}{hr}$ چه اندازه است ؟

۴۴ـ۷ وقتی یدك‌کشی باسرعت $30\,km/hr$ درحرکت است موتور آن ۴۰ اسب قدرت داردکشش طناب یدك‌کش چه‌اندازه است.

۴۵ـ۷ مردی بجرم $70\,kgm$ ازسه طبقه عمارتی بارتفاع ۱۲متر بالامیرود. (a) چندژول کارانجام داده. (b) انرژی پتانسیل‌اوچقدر افزایش یافته؟ (c) هرگاه در ۲۰ ثانیه بالارفته‌باشدتوان چه‌اندازه است.

۴۶ـ۷ تلمبه‌ای ازچاهی بعمق ۳۰متر درهر دقیقه ۲/۴ مترمکعب آب بالا میاورد سرعت‌آب درحین خروج‌ازلوله $10\,m/sec$است.(a)کارانجام شده درهردقیقه و (b) کاریکه صرف بالا آوردن آب شده است و (c) توان موتور را محاسبه‌کنید .

۴۷ـ۷ آسانسوری بجرم $1500\,kgm$ ازحال‌سکون شروع بحرکت‌کرده باشتاب ثابت $3\,\frac{m}{sec}$ روبالا میرود. (a) کشش‌را در طناب حامل آسانسور پیداکنید . (b) وقتی آسانسور $13/5\,m$ بالارفت سرعت‌آن چه اندازه‌است؟ (c) سه‌ثانیه پس از شروع حرکت انرژی جنبشی آن‌چقدراست (d) پس ازهمین‌سه‌ثانیه انرژی پتانسیل‌آن‌چقدرافزایش‌مییابد. (e) وقتی سرعت $7/2\,\frac{m}{sec}$ است توان موتور چه اندازه است ؟

۴۸ـ۷ اتومبیلی بجرم $1000\,\frac{kg}{m}$ برجاده افقی باسرعت $30\,m/sec$در حرکت است و دراینحال توان‌موتورآن $50\,hp$ است هرگاه‌باهمین توان درجاده‌ای بشیب ۰/۰۵ بالارود سرعت آن چقدر میشود. نیروهای اصطکاك را ثابت فرض‌کنید .

۴۹ـ۷ (a) هر گاماتومبیلی بجرم $1200\,kgm$ برجاده افقی باسرعت $45\,km/hr$ حرکت کند توان آن $20\,hp$ است. اندازه نیروهای مقاوم دربرابرآن چقدر است. (b) چه توانی‌لازم‌است تااتومبیل با همین‌سرعت درجاده‌ای بشیب ۱۰٪ بالارود. (c) چه توانی لازم است تابا همین سرعت درجاده‌ای بشیب ۲٪ پائین‌آید. (d) شیب چقدرباشد تااتومبیل بدون کمك موتور باهمین سرعت‌روی جاده پائین آید

www.KetabFarsi.com

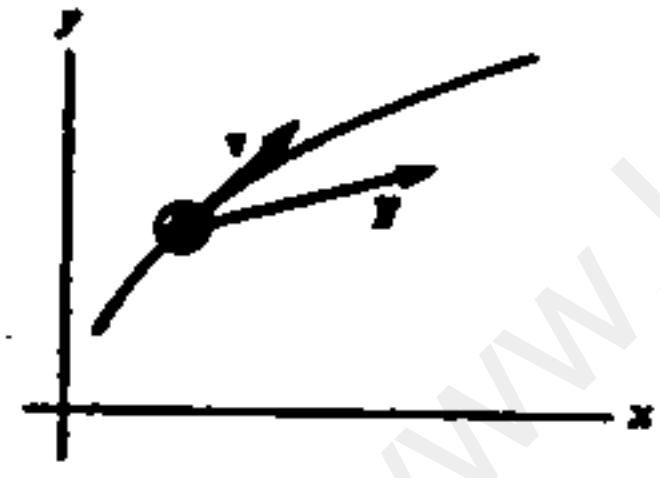
فصل هشتم

اندازه حرکت وضربه

۸ـ۱ ، اندازه حرکت وضربه

درفصل قبل دیدیم که چگونه مفهوم کار وانرژی بکمك قوانین نیوتون روشن شد . اینك مفاهیم برخورد و اندازه حرکت را بکمك همین قوانین مشخص میکنیم .

باز هم نقطه مـادی بجرم m را در نظر میگیریم که باسرعت v تحت اثـر نیروی F در صفحه xy مطابق شکل ۸ـ۱ حرکت میکند . از قوانین نیوتون نتیجه میشود .



شکل ۸ـ۱ ، نقطه مادی که درصفحه xy درحرکت است

$$\mathbf{F}=m\frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

ویا :

$$\mathbf{F}dt=m d\mathbf{v}$$

هرگاه در زمانهای t_1 و t_2 بردار سرعت بترتیب v_1 و v_2 باشد خواهیم داشت :

$$\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{F}dt=\int_{v_1}^{v_2}m d\mathbf{v} \qquad (۱-۸)$$

انتگرال سمت چپ را ضربه نیروی F در فاصله زمانی $t_1 - t_2$ مینامند . ضربه یك کمیت برداری است .

$$\text{ضربه} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}\, dt$$

واضح است که انتگرال بالا فقط موقعی قابل‌حل است که نیرو بصورت تابعی از زمان مشخص باشد . حل انتگرال سمت راست فرمول قبل چنین است :

$$\int_{v_1}^{v_2} m\,dv = mv_2 - mv_1$$

حاصلضرب جرم یك‌جسم درسرعت آنرا **اندازه حرکت** یا **momentum** جسم مینامند . واضح است که اندازه حرکت نیز کمیتی است برداری .

$$\text{اندازه حرکت} = m \cdot v$$

(معمولا برای اینکه اندازه حرکت mv از اندازه حرکت زاویه‌ای مشخص باشد آنرا اندازه حرکت خطی مینامند . چون فعلا بحث اندازه حرکت زاویه‌ای مطرح نیست چنانچه mv را فقط اندازه حرکت بنامیم اشتباهی رخ‌نمیدهد.)

اینك میتوان فرمول ۸-۱ را چنین نوشت :

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}\,dt = mv_2 - mv_1 \qquad (۲-۸)$$

این فرمول را میتوان چنین بیان نمود : **بردار ضربه مؤثر بریك جسم‌درهرفاصله زمانی (ازحیث جهت ومقدار) برابر تغییر بردار اندازه حرکت جسم است . این قضیه را قضیه ضربه ــ اندازه حرکت مینامند .**

مورد استفاده اثر قضیه اندازه حرکت ـ ضربه درمواردیست که زمان اثر نیروکوتاه باشد مانند انفجار وبرخورد . چنین نیروها را **نیروهای ضربه‌ای** مینامند .

واحد ضربه در هر دستگاه برابر حاصلضرب واحدهای نیرو و زمان است . مثلا در

دستگاه mks واحدضربه $n \cdot sec$ ودردستگاه cgs برابر $dyne \cdot sec$ و در سیستم صنعتی انگلیسی lb_{sec} است .

واحد اندازه حرکت دردستگاه mks برابر $kgm \cdot \frac{m}{sec}$ ودر cgs برابر $gm \cdot \frac{cm}{sec}$ ودر دستگاه انگلیسی برابر $slug\ ft/sec$ است. باکمی دقت معلوم میشود که واحد ضربه وواحد اندازه حرکت یکی‌است مثلا :

$$1\frac{kgm \cdot m}{sec} = \frac{1kgm \cdot m}{sec^2} \cdot sec = 1n \cdot sec$$

برخلاف کار ، انرژی و توان که کمیات سکالر هستند ، ضربه واندازه حرکت کمیات برداری‌میباشند. بنابراین فرمول ۸ـ۲ یك تساوی برداری است ومعادل بادوتساوی سکالر (درصفحه xy) یا سه تساوی سکالر (درفضا) است .

وقتی نیرو وسرعت درصفحه xy باشند داریم :

$$\int_{t_1}^{t_2} F_x dt = mv_{x_2} - mv_{x_1}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} F_x dt = mv_{y_2} - mv_{y_1} \qquad (۳-۸)$$

هرگاه F مقدار ثابتی‌باشد میتوان آنرا انتگرال‌خارج نمود . دراین‌صورت بفرض اینکه $t_1 = 0$ و $t_2 = t$ باشد داریم :

$$F \times t = mv_2 - mv_1 \qquad (۴-۸)$$

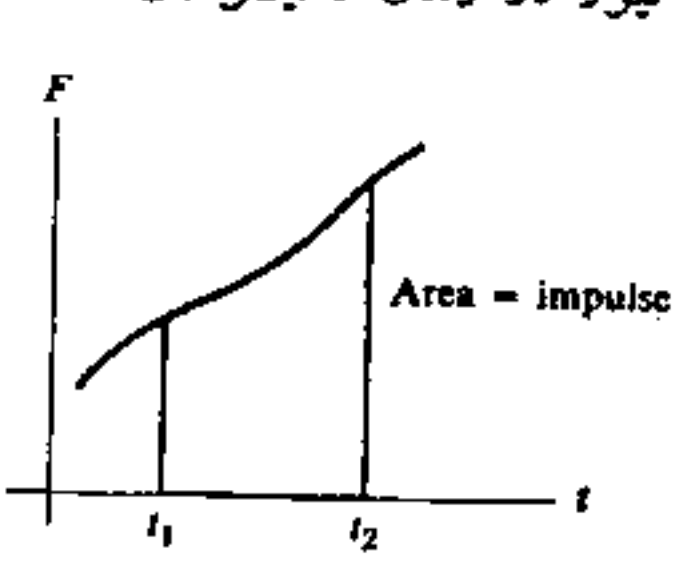
یعنی ضربه نیروی ثابت برابر حاصلضرب اندازه نیرو در زمان تأثیر آن است .

تغییر بردار اندازه حرکت ($mv_2 - mv_1$) هم‌جهت با بردار ضربه است .

هرگاه F و v_1 و v_2 در یك امتداد باشند فرمول ۸ـ۴ بصورت زیردر میآید :

$$F \cdot t = mv_2 - mv_1$$

ضربه هر مؤلفه نیروی واقع بریك امتداد

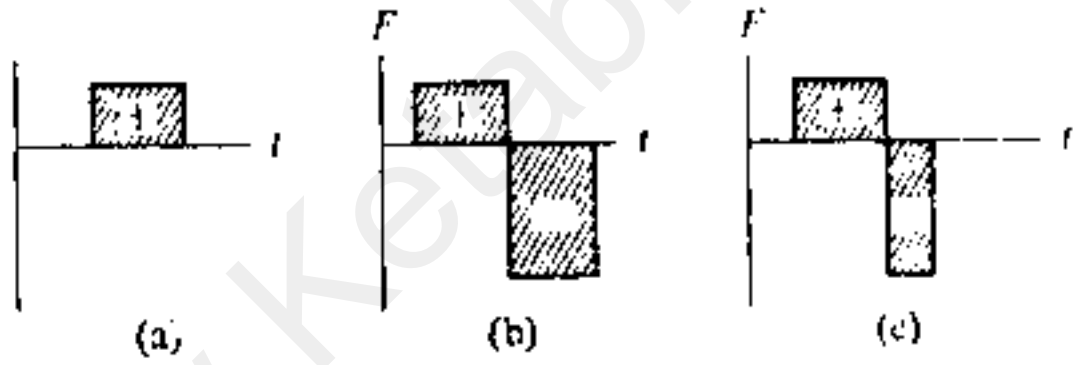


شکل ۸ـ۲

را میتوان مطابق شکل ۸ـ۲ که درآن نیرو تابعی اززمان است با روش رسم نشان داد . سطح زیرمنحنی درفاصله t_1 و t_2 برابرضربه نیروی F است .

هرگاه ضربه مؤثر برجسم مثبت باشد اندازه حرکت‌جسم، افزایش و چنانچه منفی باشد اندازه حرکت‌کاهش می‌یابد. هرگاه ضربه مؤثربرجسم‌برابرصفر باشد اندازه‌حرکت ثابت میماند .

مثال۱ـ تغییر اندازه حرکت حاصله از عمل نیروهای زیر را بدست آورید . (a) نیروی ثـابت ۱۰n بمدت دوثـانیه در امتداد x ها بطرف راست برجسمی اثـرمیکند . (b) برجسم نیروی ثابت ۱۰n بمدت دوثانیه درامتداد محور x ها بطرف راست اثرمیکند سپس بمدت دوثانیه دیگر نیروی۲۰n بطرف چپ برآن وارد میشود . (c) جسم بمدت دو ثانیه تحت اثرنیروی ۱۰n بطرف راست و سپس بمدت یك ثانیه تحت اثـر نیروی ۲۰n بطرف چپ قرار میگیرد . در شکل ۸ـ۳ این نیروها بصورت توابعی از زمان نشان داده شده‌اند .



شکل ۸ـ۳

(a) دراین حال ضربه $(+10\,n)\times(2\,sec)=+20\,n\cdot sec$ اندازه حرکت هر جسم که تحت تأثیرچنین ضربه‌ای واقع شود $20\,kgm\cdot\frac{m}{sec}$ تغییر میکند و این تغییر تابع جرم جسم یا سرعت اولیه آن نیست .

فرض کنیم جرم جسم $2kgm$ ودر ابتدا بحال سکون باشد اندازه حرکت انتهائی آن برابر تغییر اندازه حرکت خواهد بود. لذا سرعت‌انتهائی‌آن $10\,m/sec$ بطرف‌راست میشود. (بامحاسبه شتاب صحت محاسبه را امتحان کنید.)

هرگاه سرعت اولیه جسم $5m/sec$ بطرف‌راست بود اندازه حرکت‌اولیه آن‌برابر $30\,kgm\cdot\frac{m}{sec}$ وسرعت انتهائی آن $15\frac{m}{sec}$ میشد .

هرگاه جسم درابتدا باسرعت $5m/sec$ بطرف چپ میرفت اندازه حرکت اولیه آن $10kgm\cdot\frac{m}{sec}$ واندازه‌حرکت انتهائی‌آن $10kgm\frac{m}{sec}+$ وسرعت‌آن $5m/sec$ بطرف راست میشد . یعنی نیروی ثابت $10n$ که بطرف راست برجسم اثرمیکند ابتدا سرعت جسم را کم‌کرده آنرا ساکن میکند وسپس بطرف‌راست بآن سرعت میدهد .

(b) ضربه دراین‌حالت برابر

$$+10n\times 2sec-20n\times 2sec=-20n\cdot sec$$

اندازه حرکت هرجسمی‌که تحت اثر چنین ضربه‌ای قرارگیرد باندازه $20kgm\cdot\frac{m}{sec}$ کاهش می‌یابد . دراینجا نیز مانند مثال قبل عمل‌کنید .

(c) دراینحال ضربه

$$10n\times 2sec-20n\times 1sec=0$$

هرجسمی تحت تأثیر چنین ضربه‌ای قرارگیرد تغییر اندازه حرکت نخواهد داشت . البته اندازه حرکت‌آن در دوثانیه اول افزایش ودریك ثانیه بعد بهمان اندازه کاهش یافته بمقدار اول میرسد . بعنوان تمرین فرض‌کنید جسمی بجرم $2kgm$ باسرعت‌ثابت $5m/sec$ بطرف چپ در حرکت است وتحت تأثیر این ضربه قرار میگیرد . رسم‌منحنی تغییرات‌سرعت نسبت به‌زمان درحل‌مسئله مفید است .

مثال۲ـ توپی بجرم $0/4kgm$ بدیواره‌آجری برخورد میکند سرعت‌آن‌لحظه‌ای قبل‌از برخورد $30m/sec$ بطرف چپ ولحظه‌ای پس ازبرخورد $20m/sec$ بطرف‌راست است . ضربه وارده بردیواره راحساب‌کنید .

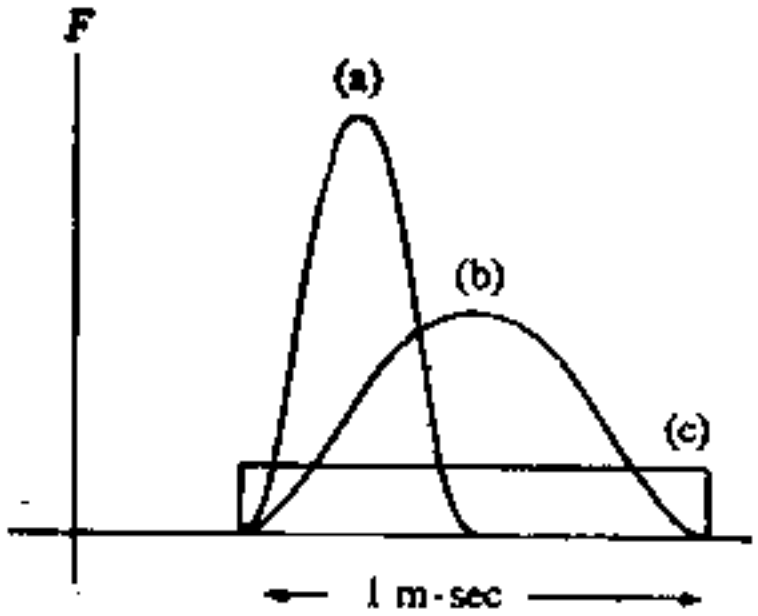
اندازه حرکت اولیه $0/4kgm\times(-30m/sec)=-12kgm\cdot\frac{m}{sec}$

تغییر اندازه حرکت برابراست با : $+8kgm\cdot\frac{m}{sec}$ است . ودرحالت دوم

$$mv_2-mv_1=8kgm\cdot\frac{m}{sec}-\left(-12kgm\cdot\frac{m}{sec}\right)=20kgm\cdot\frac{m}{sec}$$

ضربه مؤثر به توپ برابر $20n\cdot sec$ استوچون ضربه مؤثرمذکورمثبت است‌نیروی مؤثر بردیوار بطرف راست‌ممتداست .

توجه داشته باشیدکه نیروی‌مؤثر برتوپ را نمیتوان بدست‌آورد مگـر اینکه درباره چگونگی برخورد اطلاعات بیشتری داشته باشیم.



شکل ۸-۲

درشکل ۸-۴ نحوه تغییرات نیـرو برحسب زمان دربرخوردهـای عادی نشان داده شده است . پیش ازبرخورد، اندازه‌نیرو صفراست. بتدریج‌افزایش یافته به مقدار ماکزیمم خودمیرسد، سپس کاهش یافته مجدداً صفرمیشود . هرگاه توپ نسبتاًصلب باشد زمان‌برخورد کوتاهتروا‌ندازه‌نیروی‌ماکزیمم زیادتر است . (منحنیa) هرگاه قابلیت ارتجاع توپ نظیر توپ تنیس زیاد باشد زمان برخورد ومقدارماکزیمم‌نیروکمتراز حالت قبل‌است (منحنیb) ودرهرحال اندازه ضربه، برابر سطح زیرمنحنی است‌وبرابراست‌با $۲۰ \, n \cdot sec$

درحالت ایده‌آلی که اندازه نیرو ثابت و زمان برخورد یك میلی ثانیه ($۱ \, m \, sec$) است‌اندازه نیرو $۲۰۰۰۰ \, n$ خواهد بود. توضیح دهیدکه چرا گرفتن یك‌توپ‌که باسرعت درحرکت است‌کمتراز برخورد غیرمنتظره آن دردناك است .

۸-۳ ، اصل بقاء اندازه حرکت خطی

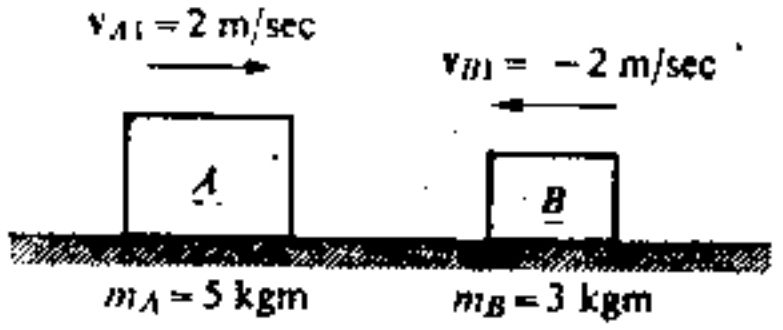
چون نیروی عمل وعکس‌العمل‌بین دونقطه مادی موجود است، وقتی یکی‌از این‌دو ، نیروئی بردیگری‌واردکند، اندازه حرکت هردو جسم تغییر میکند . (نیرو ممکن‌است دراثر جاذبه ثقلی ، ویا مغناطیسی باشد.) از طرف دیگرچون بنابراصل‌سوم نیوتون، عمل‌وعکس العمل مساوی ومختلف الجهت‌هستند، لذا ضربه مؤثر برهریك از دونقطه مادی با دیگری مساوی و مختلف‌الجهت است . بنابراین نتیجه میگیریم‌که : **تغییر برداری اندازه حرکت هریك از دونقطه مادی با دیگری برابرومختلف‌الجهت میباشد** وبزبان دیگر **تغییراندازه حرکت مجموعه دونقطه مادی برابرصفراست .**

همیشه وهمه‌جا **نیروهای داخلی**بصورت‌جفت عمل‌وعکس‌العمل‌وجود دارند . درنتیجه **اندازه حرکت‌کل دستگاه، دراثرنیروهای داخلی، نمیتواندتغییر یابد .** لذاوقتی**نیروهای مؤثر براجزاء یك دستگاه** فقط نیروهای **داخلی** باشند (یعنی از خارج نیروئی بردستگاه اثرنکند.) **جمع‌کل اندازه حرکت دستگاه ثابت میماند .** این اصل‌را **اصل بقـــاء اندازه حرکت** مینامندکه بصورت زیر بیان می‌شود : **وقتی دستگاهی تحت‌اثر نیروهای خارجی نباشد اندازه حرکت کل دستگاه ثابت میماند و امتداد ، جهت ومقدارآن تغییرنمی‌کند.**

این اصل یکی از اساسی ترین اصول مکانیك است وچنانکه می‌بینیم، اصلی بمراتب

جامع‌تراز اصل بقاء انرژی مکانیکی‌است . چه‌انرژی مکانیکی‌وقتی‌ثابت میماندکه نیروهای مؤثر برجسم‌ازنوع تلف‌کننده انرژی نباشند، ولی‌اصل بقاء اندازه حرکت تابع طبیعت‌نیرو نیست .

مثال۱ـ درشکل ۸ـ۵ دوجسم A و B نشان داده شده است‌که جرم‌وسرعت‌اولیه آنها بترتیب m_A و $\mathbf{v}_{A_1}$ بطرف راست m_B و $\mathbf{v}_{B_1}$ بطرف چپ میباشد . چون اصطکاك صفراست ونیروی خارجی بردو جسم وارد نمیشود در لحظه برخورد ، فقط دوجسم نیروهائی برهم وارد می‌آورندکه عمل وعکس‌العمل‌هستند واندازه‌حرکت دستگاه الزاماً ثابت خواهد ماند .



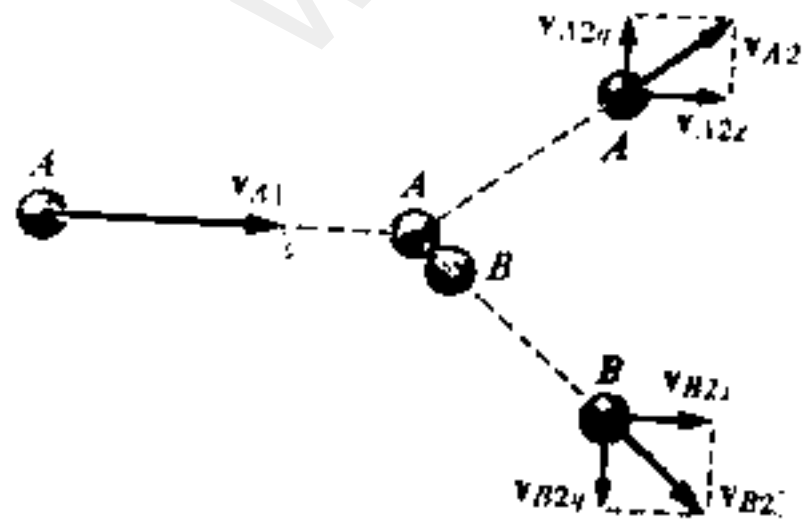
شکل ۸ـ۵

هرگاه $\mathbf{v}_{A_2}$ و $\mathbf{v}_{B_2}$ سرعت دوجسم پس‌از برخورد فرض شوند خواهیم داشت :

$$m_A\mathbf{v}_{A_1}+m_B\mathbf{v}_{B_1}=m_A\mathbf{v}_{A_2}+m_B\mathbf{v}_{B_2} \qquad (۵-۸)$$

مثال۲ـ درشکل ۸ـ۶دوجسم‌بجرمهای m_A و m_B نشان‌داده شده است . سرعت جسم A قبل از برخورد $\mathbf{v}_{A_1}$ وسرعت جسم B قبل از برخورد $\mathbf{v}_{B_1}=0$ است . پس از برخورد، دوجسم باسرعت‌های $\mathbf{v}_{A_2}$ و $\mathbf{v}_{B_2}$ حرکت‌میکنند. نیروئی غیرازنیروی داخلی که درمرحله برخورد وجود دارد براینبدو جسم اثرنمیکنند .

دراین مسئله طبیعت برداری اندازه حرکت نشان داده شده است . اصل بقاء اندازه حرکت را میتوان روی هردومحور بین مؤلفه‌هانوشت. امتداد $\mathbf{v}_{A_1}$ را محور x ها انتخاب‌میکنیم . مؤلفه اندازه حرکت‌کل در امتداد محور xها $m_A\mathbf{v}_{A_1}$ ومؤلفه‌اندازه‌حرکت در امتداد محور y ها صفـراست .



شکل ۸ـ۶

اندازه حرکت درامتداد محورxها پس‌ازبرخورد عبارتست‌از :

$$m_A\mathbf{v}_{A_{2x}}+m_B\mathbf{v}_{B_{2x}}$$

واندازه مؤلفه اندازه حرکت درامتداد محور y ها پس‌از برخورد عبارتست از :

$$m_A v_{A_2y} - m_B v_{B_2y}$$

بنابراین خواهیم داشت :

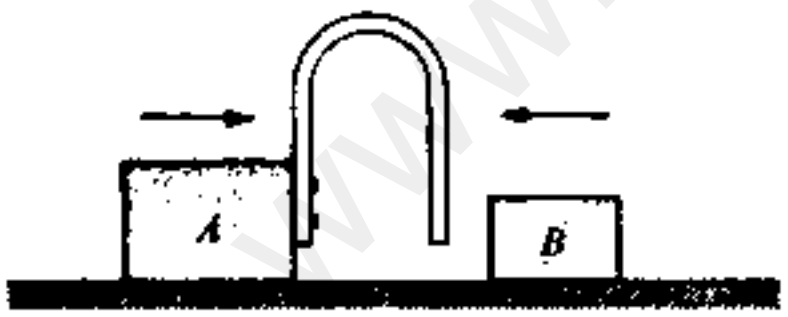
$$m_A v_{A_2x} + m_B v_{B_2x} = m_A v_{A_1} \qquad (۶-۸)$$

$$m_A v_{A_2y} - m_B v_{B_2y} = ۰ \qquad (۷-۸)$$

۸-۳ ، برخورد الاستیك و غیرالاستیك

فرض کنیم جرم دوجسم وسرعت‌های آنها پیش‌از برخورد، معلوم باشد وبخواهیم سرعت آنها را پس ازبرخورد بدست‌آوریم. هرگاه برخورد، نظیر آنچه درشکل ۸-۵ نشان داده شده ازروبرو باشد فرمول ۸-۵ یك معادله برای تعیین v_{A_2} و v_{B_2} در اختیار ما می‌گذارد وهرگاه برخورد نظیر شکل ۸-۶ باشد دو فرمول ۸-۶ و ۸-۷ دو معادله برای تعیین چهار مؤلفه سرعت یعنی v_{A_2x} و v_{A_2y} و v_{B_2x} و v_{B_2y} میباشند. پس اصل بقاء اندازه حرکت بتنهائی بـرای تعیین سرعت انتهائی در برخوردکافی نیست وباید در جستجوی معادلات دیگری باشیم .

هرگاه نیروهای عمل وعکس‌العمل موجود درهر برخورد ازنوع نیروهای ذخیره کننده انرژی باشند، انرژی جنبشی کل دوجسم، قبل وبعداز برخورد، ثابت میماند. دراینحال برخورد را **الاستیك کامل** می‌نامیم . هرگاه مطابق شکل ۸-۷ فنر L شکلی را به‌جسم A بچسبانیم برخوردآن با جسم B تقریباً الاستیك کامل است.



شکل ۸-۷

وقتی دوجسم باهم برخورد می‌کنند انرژی جنبشی آنها تبدیل به انرژی پتانسیل ارتجاعی فنرمیشود زیرا فنرپس از برخورد، متراکم میگردد . سپس فنرباز شده انرژی پتانسیل خود را مجـدداً به انرژی جنبشی که بین دوجسم تقسیم میشود تبدیل میکند .

برعکس ممکن است دوجسم پس از برخورد بهم چسبیده مانند جسم واحدی حرکت کند . چنین برخوردی را برخورد **غیرالاستیك کامل** مینامند . فرض کنیم دوجسمی که‌در شکل ۸-۵ نشانداده شده‌اند مکانیسمی داشته باشندکه پس از برخوردبهم بچسبند (مکانیسم اتصال واگن‌های قطار) یادوجسم شکل۸-۷ پس از برخورد بهم قفل شوند . در این حال سرعت دوجسم یکسان خواهد شد .

۸ـ۴ ، برخوردهای غیر الاستیك

درحالت خاصی‌که برخورد دوجسم A و B غیرالاستیك‌کامل باشد بنـابر تعریف برخورد غیرالاستیك کامل میتوان‌نوشت :

$$v_{A_2} = v_{B_2} = v_2$$

هرگاه فرمول بالا را با فرمول بقاء اندازه حرکت ترکیب‌کنیم خواهیم داشت :

$$m_A v_{A_1} + m_B v_{B_1} = (m_A + m_B) v_2 \qquad (۸-۸)$$

هرگاه جرم دوجسم و سرعت‌آنها قبل از برخورد، معلوم بـاشد سرعت آنها پس از برخورد قابل‌محاسبه است .

انرژی جنبشی دوجسم قبل‌ازبرخورد برابر

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m_A v_{A_1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B_1}^2$$

وپس‌از برخورد

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_2^2$$

درحالت خاصی‌که جسم B قبل از برخورد ساکن باشد . $v_{B_1} = 0$ و نسبت انـرژی جنبشی‌کل قبل وبعداز برخورد برابراست با :

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{(m_A + m_B) v_2^2}{m_A v_{A_1}^2}$$

هرگاه v_2 را از فرمول ۸ـ۸ بدست آورده دراین فرمول قراردهیم خواهیم‌داشت:

$$\frac{E_{k_2}}{E_{k_1}} = \frac{m_A}{m_A + m_B}$$

طرف راست‌تساوی، حتماً کوچکتراز واحد است وطرف چپ نیز الزاماً چنین‌میشود یعنی انرژی جنبشی که دو جسم کاهش می‌یابد .

مثال۱ـ فرض‌کنید برخورد دوجسم درشکل ۸ـ۵ غیرالاستیك کامل وجرم وسرعت

اولیه آنها چنانکه درشکل نشانداده شده است $m_A=5kgm$ و $m_B=3kgm$ و $v_{A_1}=2m/sec$ و $v_{B_1}=-2m/sec$ باشد . سرعت پس‌از برخورد برابر است با :

$$v_2=\frac{m_Av_{A_1}+m_Bv_{B_1}}{m_A+m_B}=0/5m/sec$$

چون v_2 مثبت است. پس‌از برخورد، دوجسم بطرف راست حرکت میکنند .

انرژی جنبشی دوجسم قبل ازبرخورد، برابراست با :

$$\frac{1}{2}m_Av_{A_1}^2=10j$$

$$\frac{1}{2}m_Bv_{B_1}^2=6j$$

یعنی انرژی جنبشی کل پیش‌از برخورد برابر ۱۶ ژول است .

توجه‌کنید باوجودآنکه سرعت واندازه حرکت جسم B منفی است،انرژی جنبشی آن مثبت است چه انرژی متناسب با مجذور سرعت است .

انرژی جنبشی پس‌از برخورد برابراست با :

$$\frac{1}{2}(m_A+m_B)v_2^2=1j$$

نه تنها انرژی جنبشی ثابت نمانده بلکه مقدار آن $\frac{1}{16}$ مقداراولیه است و $\frac{15}{16}$ انرژی «کم» شده است . هرگاه دوجسم مانند دو واگن قطار بهم وصل باشند قسمت زیادی‌ازاین انرژی، گم شده بصورت انرژی‌نوسانی درآمده جذب میشوند.

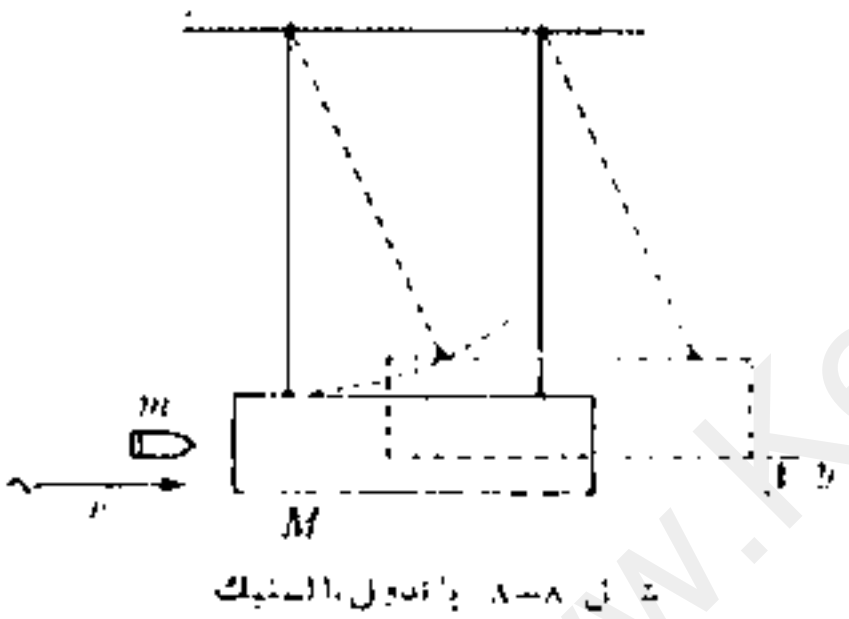
هرگاه نظیرشکل۸ـ۷ بین‌دوجسم فنری قرارگرفته باشد ودوجسم بهم قفل‌شده‌باشند وقتی‌سرعت دوجسم مساوی شودفنرفشرده یامنبسط‌شده‌قسمت‌زیادی ازانرژی، بصورت‌انرژی پتانسیل درفنرذخیره میشود . هرگاه همه این انرژیها (جنبشی ـ پتانسیل) بحساب آورده شود انرژی‌کل‌ثابت مانده درحالیکه انرژی جنبشی ثابت نمانده است . اما اصل بقاء اندازه حرکت، اعم ازاینکه برخورد الاستیك باشد یانه ، صحیح است

مثال۴ـ پاندول بالستیك اسبابی‌است‌که بکمك‌آن‌سرعت‌گلوله‌ها را اندازه‌میگیرند گلوله بایك پاندول برخورد غیرالاستیك کامل انجام میدهدکه جرم آن بمراتب بیشتر از جرم‌گلوله است . لحظه‌ای پس‌از برخورد ، اندازه حرکت مجموعه‌پاندول‌و‌گلوله مساوی

اندازه حرکت گلوله پیش ازبرخورد است اما چون سرعت پاندول بسیار کم است اندازه حرکت‌آن بآسانی تعیین میشود. با وجود آنکه وسائل بهتری برای تعیین اندازه حرکت گلوله‌هاساخته‌شده‌است، معذالك‌این پاندول وسیله مناسبی برای‌اندازه‌گیری اندازه‌حرکت درآزمایشگاه است .

درشکل ۸ـ۸ پاندول بالستیکی نشانداده شده‌که ممکن است ازچوب ساخته شده و جرم‌آن (m') باشد. این پاندول بدوطناب قائم‌آویزان است. گلوله‌ای بجرم m وسرعت v بآن برخورد کرده درآن فرو میرود . چون زمان برخورد نسبت بزمان نوسان پاندول کوچك است میتوان گفت درلحظه برخورد، دوطناب درامتداد قائم هستند . بنابراین در امتداد افقی نیروی خارجی برگلوله وپاندول اثر نمی‌کند واندازه حرکت افقی قبل وبعد ازبرخورد ثابت میماند.

$$mv = (m+m')V \qquad v = \frac{m+m'}{m}V$$



شکل ۸ـ۸ پاندول بالستیك

انرژی‌جنبشی، لحظه‌ای پس از برخورد

$$E_k = \frac{1}{2}(m+m')V^2$$ است وپس ازبرخورد

پاندول آنقدر بطرف راست منحرف میشود تاتمام انرژی جنبشی، آن به‌انرژی پتانسیل‌تبدیل گردد. (ازاثر ناچیز مقاومت هوا و اصطکاك صرفنظر می‌شود) .

$$\frac{1}{2}(m+m')V^2 = (m+m')gy$$

$$V = \sqrt{2gy}$$

و

$$v = \frac{m+m'}{m}\sqrt{2gy}$$

با دردست داشتن m و m' و y سرعت اولیه v گلوله قابل محاسبه است .

دقیقاً توجه داشته باشیدکه انرژی‌جنبشی دراین برخورد، ثابت نمی‌ماند. نسبت‌انرژی جنبشی مجموعه گلوله‌وپاندول، پس ازبرخورد به‌انرژی جنبشی اولیه‌گلوله چنین است.

$$\frac{\frac{1}{2}(m+m')V^2}{\frac{1}{2}mv^2}=\frac{m}{m+m'}$$

واگر مثلا $m'=100gm$ و $m=1gm$ باشد یکهزارم انرژی اصلی باقی میماند و ۹۹۹ درهزارآن به انرژی داخلی تبدیل میشود .

۸ـ۵، برخوردالاستیك

اکنون برخورد الاستیك کامـل دو جـم A و B را که از روبرو (یا در امتداد خطالمرکزین) صورت میگیرد در نظر میگیریم . دوجسم پس از برخورد باسرعت هـای v_{A_2} و v_{B_2} حرکت میکنند. چون انرژی جنبشی و نیز اندازه حرکت ثابت ماندهاند . از اصل بقاء انرژی جنبشی نتیجه میشود :

$$\frac{1}{2}m_Av_{A_1}^2+\frac{1}{2}m_Bv_{B_1}^2=\frac{1}{2}m_Av_{A_2}^2+\frac{1}{2}m_Bv_{B_2}^2$$

واز اصل بقاء اندازه حرکت داریم :

$$m_Av_{A_1}+m_Bv_{B_1}=m_Av_{A_2}+m_Bv_{B_2}$$

چون جرم دوجسم وسرعت آنهاقبلازهربرخورد، معلوم است بادومعادله مستقلفوق میتوان دوسرعت انتهائی رابدست آورد. ازحل این دومعادله نتایج زیر بدست میآید :

$$(v_{B_2}-v_{B_2})=-(v_{B_1}-v_{A_1}) \qquad (۸-۹)$$

$$v_{A_2}=\frac{2m_Bv_{B_1}+v_{A_1}(m_A-m_B)}{m_A+m_B} \qquad (۸-۱۰)$$

$$v_{B_2}=\frac{2m_Av_{A_1}+v_{B_1}(m_B-m_A)}{m_A+m_B} \qquad (۸-۱۱)$$

تفاضل $v_{B_2}-v_{A_2}$ سرعت‌جسم B نسبت به A پس ازبرخورد و نیز $v_{B_1}-v_{A_1}$ سرعت B نسبت‌به A پیش ازبرخورد میباشد. بنابراین‌فرمول (۸ـ۹) را چنین‌بیان‌میکنند: **اندازه سرعت نسبی‌دوجسم، دراثربرخورد الاستیك روبرو، تغییر نکرده فقط علامت آن تغییر می‌کند.**

درحالت خاصی که جسم B پیش ازبرخورد ساکن است $v_{B_1}=0$ وفرمولهای ۸ـ۱۰ و ۸ـ۱۱ بصورت های زیرساده میشود .

$$v_{B_2}=-\frac{2m_A}{m_A+m_B}-v_{A_1} \qquad v_{A_2}=-\frac{m_A-m_B}{m_A+m_B}v_{A_1}$$

هرگاه جرم دو جسم A و B مساوی باشد $v_{A_1}=0$ و $v_{B_2}=v_{A_1}$ یعنی جسم اول ساکـن شده جسم دوم باسرعت قبل از برخورد جسم اول بحرکت درمیآید . انرژی

جنبشی واندازه حرکت قبل وبعد ازبرخورد ثابت ماندهاند.

وقتی جرم دوجسم نامساوی باشند، انرژی جنبشی پس‌ازبرخورد عبارتند از :

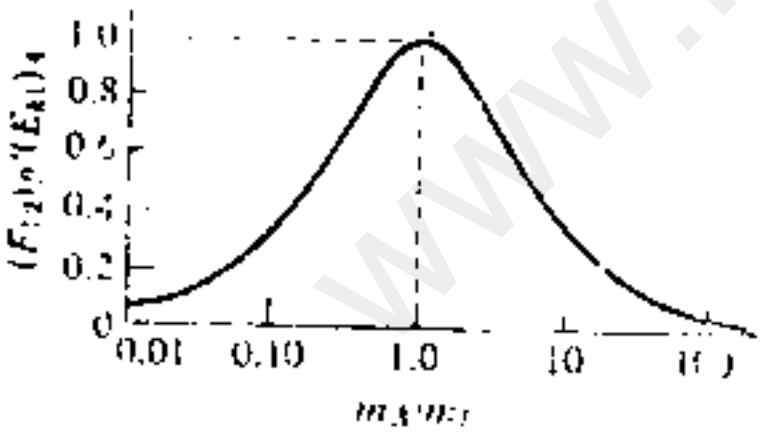
$$(E_{k_2})_A = \frac{1}{2} m_A v_{A_2}^2 = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} (E_{k_1})_A$$

$$(E_{k_2})_B \times \frac{1}{2} m_B v_{B_2}^2 = \frac{4 m_A m_B}{(m_A + m_B)^2} (E_{k_1})_A$$

بدست آوردن درصدکاهش انرژی جسم A نیز دارای اهمیت است. یعنی بدانیم‌نسبت انرژی جنبشی جسم A پس از برخورد، چنددرصد انرژی آن پیش ازبرخورد است. چون برخورد الاستیك کامل‌است، کاهش‌انرژی A برابرافزایش‌انرژی B است. این‌نسبت برابر است با:

$$\frac{(E_{k_2})_B}{(E_{k_1})_A} = \frac{4 m_A m_B}{(m_A + m_B)^2} = 4 \frac{m_A}{m_B} \frac{1}{[1 + (m_A/m_B)]^2}$$

کاهش نسبی انرژی جنبشی را درشکل ۸ـ۹ بصورت تابعی ازلگاریتم $\frac{m_A}{m_B}$ نشان داده‌اند . وقتی $\frac{m_A}{m_B}$ بسمت صفر یابینهایت‌میل کند، کاهش انرژی نیز بسمت صفرمیل‌میکند (مثلا جسم بسیار سبکی‌بجسم بسیار سنگینی برخوردکند ویاجسم بسیارسنگینی بجسم بسیار سبکی‌برخورد نماید)درحالت‌اول، جسم‌سبك‌پس‌ازبرخورد، تقریباً باهمان سرعت برمیگردد. درحالت دوم جسم سنگین‌پس ازبرخورد، تقریباً باهمان سرعت اولیه خود بحرکت ادامه میدهد وقتی $m_A = m_B$ باشد حداکثر کاهش انرژی پیدا میشود و بازاء این نسبت ، کاهش انرژی همانطورکه درشکل نشانداده شده است برابر واحد است .



شکل ۸ـ۹ کاهش نسبی انرژی در برخورد دوبرو یامرکزی که بصورت تابعی‌ازنسبت درجرم رسم شده‌است.

این مسئله درکندکردن سرعت نوترون‌که دربعضی ازواکنش‌های‌اتمی تولید میشوند، اهمیت فراوان دارد. وقتی نوترون ازدرون محیط مادی عبورمیکند باهسته اتمها برخوردالاستیك کامل انجام میدهد. حال اگرجرم‌هسته، مساوی جرم نوترون باشد، کاهش‌انرژی نوترون ماکزیموم است. پس هسته هیدرژن‌معمولی، مناسب‌ترین هسته‌هاست. هرچه‌جرم هسته‌بیشتر باشدکاهش انرژی‌کمتر است .