مؤلفه قائم سرعت اولیه صفر و مؤلفه افقی آن‌همان سرعت اولیه است. مختصات x و y جسم درلحظه $t=\frac{۱}{۴}sec$ چنین‌است:

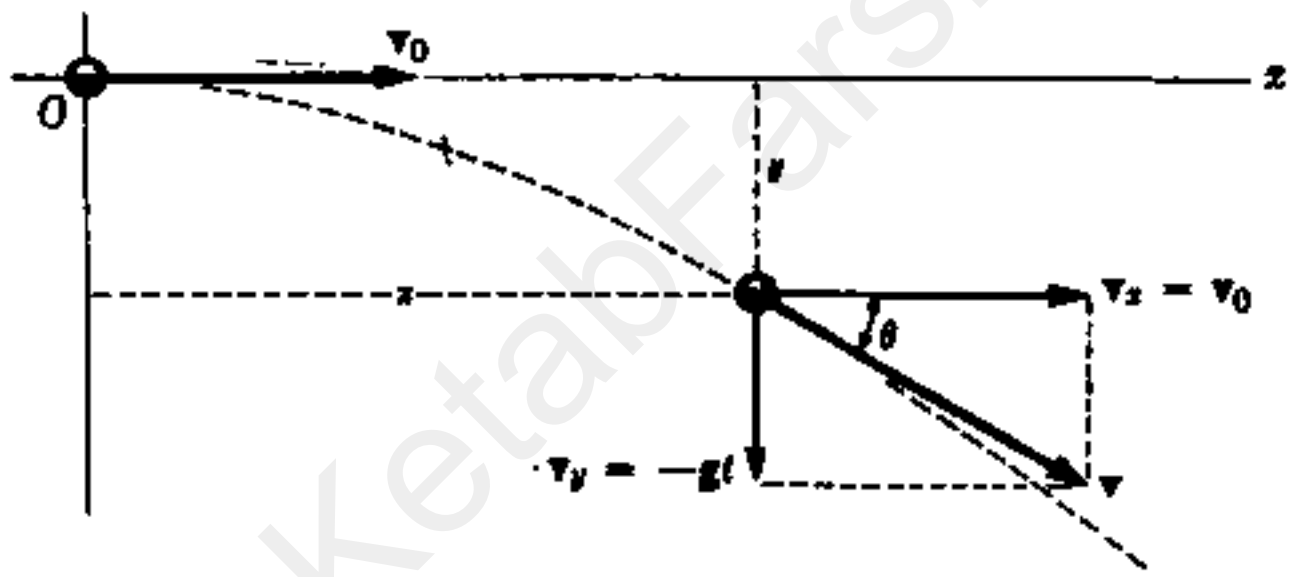
$$x=v_x t=۲/۵m/sec\times\frac{۱}{۴}sec=۰/۶۲۵m$$

$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲=-\frac{۱}{۲}+۱۰\frac{m}{sec^۲}\times\left(\frac{۱}{۲}sec\right)^۲=-۰/۳۱۲۵m$$

مؤلفه های سرعت عبارتند از :

$$v_x=v_۰=۲/۵m/sec$$

$$v_y=-gt=-۱۰\frac{m}{sec^۲}\times\frac{۱}{۴}sec=-۲/۵m/sec$$



شکل ۶-۶ مسیر پرتابه‌ایکه درامتداد افقی پرتاب شده‌است

اندازه بردار سرعت عبارتست از :

$$v=\sqrt{v_x^۲+v_y^۲}=۲/۵\sqrt{۲}\,m/sec$$

واندازه زاویه θ برابراست با :

$$\theta=\tan^{-۱}\frac{v_y}{v_x}=\tan^{-۱}\frac{۲/۵m/sec}{-۲/۵m/sec}=-۴۵^\circ$$

یعنی امتداد سرعت ۴۵° زیر خط افقی است.

مثال ۳ـ فرض کنید در شکل ۶-۵ $v_۰=۵۰m/sec$ و $\theta_۰=۵۳^\circ$ باشد در اینصورت داریم :

www.KetabFarsi.com

$$v_{ox} = v_o \cos\theta_o = ۵۰ \frac{m}{sec} \times ۰/۶۰ = ۳۰ m/sec$$

$$v_{oy} = v_o \sin\theta_o = ۵۰ m/sec \times ۰/۸ = ۴۰ m/sec$$

(a) وضع جسم و اندازه مؤلفه های سرعت آنرا پس از $t = ۲sec$ مشخص کنید
(این بااولین وضع متحرك درشکل تطبیق میکند) داریم :

$$x = ۳۰ \frac{m}{sec} \times ۲sec = ۶۰ m$$

$$y = ۴۰ \frac{m}{sec} \times ۲/۰ sec - \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰ m}{sec^۲} \times (۲sec)^۲ = ۶۰ m$$

$$v_x = ۳۰ m/sec$$

$$v_y = ۴۰ \frac{m}{sec} - ۱۰ \frac{m}{sec^۲} \times sec = ۲۰ m/sec$$

$$\theta = \tan^{-۱} \frac{۲۰ m/sec}{۳۰ m/sec} = \tan^{-۱} ۰/۶۶۷ = ۳۳/۵^\circ$$

(b) زمان لازم برای رسیدن پرتابه به نقطه اوج را بدست‌آورید.
درنقطه اوج v_y برابرصفراست. هرگاه پس‌اززمان $t_۱$ پرتابه باین‌نقطه برسد داریم.

$$v_y = ۰ = ۴۰ m/sec - ۱۰ m/sec^۲ \times t_۱$$

$$t_۱ = ۴sec$$

ارتفاع جسم‌دراین نقطه برابراست‌با :

$$y = ۴۰ m/sec \times ۴sec - \frac{۱}{۲} \times ۱۰ m/sec \times (۴sec)^۲ = ۸۰ m$$

(c) تیررس یابرد R یعنی‌فاصله افقی‌راکه پرتابه پس‌ازطی‌آن دوباره بزمین میرسد بدست آورید. دراین نقطه $y = ۰$ است فرض‌کنیم جسم پس از زمان $t_۲$ باین نقطه برسد خواهیم داشت :

$$y = ۰ = ۴۰ m/sec \times t_۲ - \frac{۱}{۲} \times ۱۰ m/sec \times t^۲_۲$$

این معادله درجه دوم دارای دوجواب زیراست :

$$t_۲ = ۰ \quad و \quad t_۲ = ۸sec$$

در دو زمان فوق اندازه y برابر صفراست وواضح است‌که جواب مورد نظر ما $t = ۸ sec$ است .

اندازه **R** برابر است با :

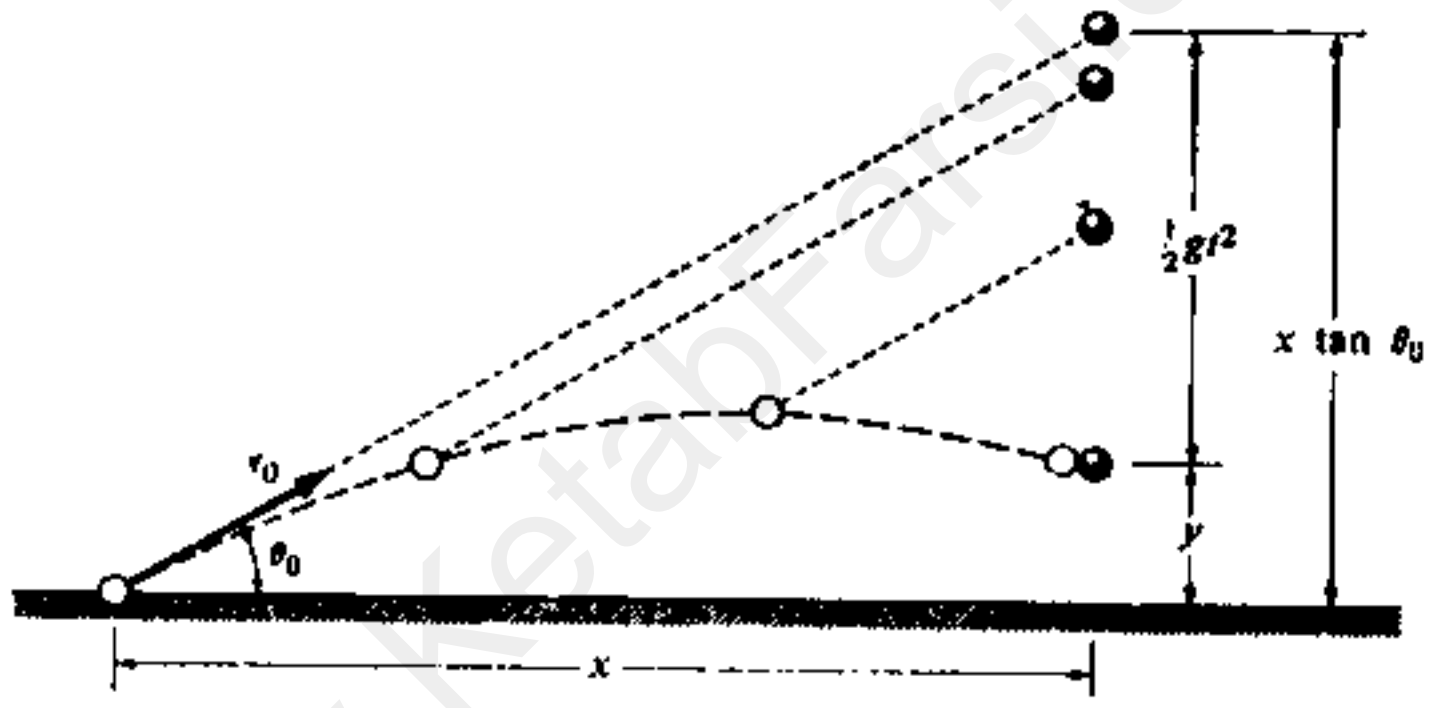
$$R = v_x t_y = ۳۰ m/sec \times ۸ sec = ۲۴۰ m$$

مؤلفه قائم سرعت دراین نقطه برابراست با :

$$v_y = ۳۰ m/sec - ۱۰ m/sec^۲ = -۳۰ m/sec$$

یعنی مؤلفه قائم سرعت ، همان اندازه مؤلفه قائم سرعت اولیه رادارد ولی جهت آن روبپائین است. چون v_x نیز ثابت است نتیجه میشود که اندازه زاویه پرتاب واندازه زاویه برخورد باهم مساویند .

(d) هرگاه مانعی دربین نباشد جسم پس از رسیدن بسطح افقی نیز میتواند حرکت خودرا درزیر سطح ادامه دهد. بعنوان تمرین وضع سرعت جسم را ده ثانیه پس از پرتاب (منطبق برآخرین وضع جسم درشکل ۶-۵) بدست آورید :



شکل ۶-۷

جوابها $x = ۳۰۰ m$ $y = -۱۰۰ m$ $v_x = ۳۰ m/sec$ $v_y = -۶۰ m/sec$ هستند.

مثال ۳- شکل ۶-۷ برای نشاندادن خاصیت جالبی ازحرکت پرتابه ها رسم شده است. جسمی که درشکل بادایره توخالی نشان داده شده است تحت زاویه دلخواه θ_0 و با سرعت اولیه v_0 پرتاب میشود ودرلحظه پرتاب آن ، جسم دیگری که درشکل بادایره سیاه مشخص شده است وبرامتداد سرعت اولیه جسم درفاصله دلخواهی قراردارد، آزادانه وبدون سرعت اولیه رهامیشود. این دوگلوله حتماً بهم برخورد میکنندو برای نشاندادن این مطلب گوئیم جسم دوم ابتدا در ارتفاع $x \tan \theta_0$ قراردارد وپس از زمان t باندازه $\frac{۱}{۲} gt^۲$ سقوط میکند ارتفاع آن دراین لحظه برابراست با :

$$y = x\tan\theta_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

جسم اول نیز بنابرفرمول ۶ـ۶ پس اززمان t همین ارتفاع را دارد .

هرگاه سرعت اولیه مقدار دلـخواهی داشته باشدبازاء یك زاویه معین، تیررس R ماکزیموم است. اکنون‌مقدار این زاویه را حساب میکنیم .

$$R = v_x t_2 = v_0 \cos\theta_0 \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \qquad (۷-۶)$$

R وقتی حداکثر مقدار خود را داراست‌که $\frac{dR}{d\theta_0} = 0$ باشد.

$$\frac{dR}{d\theta_0} = \frac{2v_0^2}{g}\cos 2\theta_0 = 0$$

$$\cos 2\theta_0 = 0$$

$$2\theta_0 = 90^\circ \qquad \theta_0 = 45^\circ$$

یعنی بازاویه پرتاب ۴۵° بردماگزیموم میشود .

درتیراندازی‌آنچه مهم است این است‌که بدانیم برای هدف‌گیری به‌نقطه معینی (که وضع وفاصله‌آن معلوم است.) بایدگلوله را با چه زاویه‌ای شلیك‌کنیم وسرعت v_0 آن هنگام شلیك چه‌اندازه باید باشد. فرض‌کنیم تیراندازوهدف دریك سطح‌افقی قراردارند. ازفرمول ۶ـ۷ نتیجه میشودکه :

$$\theta_0 = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{Rg}{v_0^2}\right)$$

هرگاه R از برد ماکزیموم بیشترباشد این معادله دارای دو جواب است که هردو بین صفر و ۹۰° واقعند .

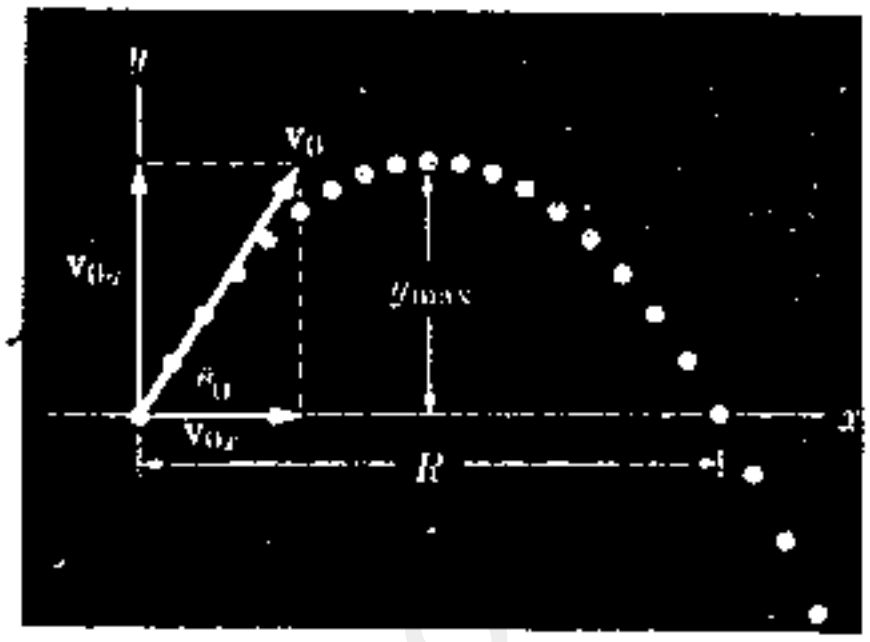
هرگاه بعنوان‌مثال $R = 8100\,m$ و $g = 10\,m/sec^2$ و $v_0 = 112/5\,m/sec$ باشد داریم :

$$\theta_0 = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left[\frac{8100\,m \times 10\,m/sec^2}{(112/5\,m/sec)^2}\right] = \frac{1}{2}\sin^{-1} 0/64$$

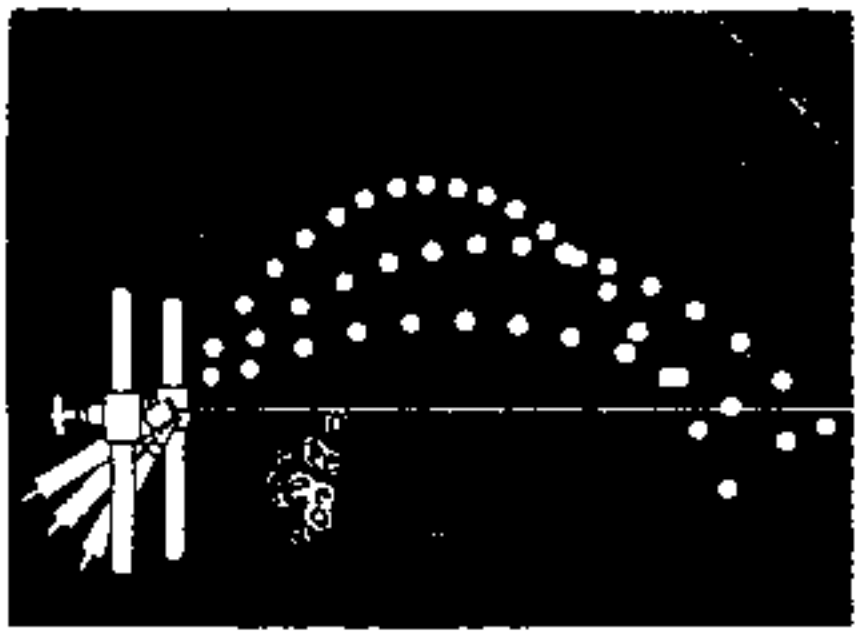
اما $\sin^{-1} 0/64$ برابر ۴۰° و ۱۴۰° = ۱۸۰° − ۴۰° وبنابراین خواهیم‌داشت:

$$\theta_0 = 20^\circ \qquad و \qquad \theta_0 = 70^\circ$$

باهریك از دو زاویه مذکورجسمی را با سرعت ۱۱۲/۵m/sec پرتاب کنیم برد مساوی ۸۱۰m است . اما وقتی زاویه پرتاب زیادتر باشد زمان حرکت جسم و نیز ارتفاع ماکزیموم پرتاب (نقطه اوج) بیشتر خواهد شد .



شکل ۶-۸ مسیر پرتابه‌ایکه با زاویه معین بالای سطح افق پرتاب شده است .



شکل ۶-۹ بردما کزیمم متعلق به زاویه پرتاب ۴۵° است.

شکل ۶-۸ عکسهای متوالی را که ازگلوله‌ای درحال پرتاب بفواصل زمانی معین برداشته شده است نشان می‌دهد (محورهای x و y به‌شکل اضافه شده است .) چنانکه‌ازشکل پیداست فواصل افقی نقاط باهم برابرند و این نشان میدهدکه درامتداد محور x ها سرعت ثابت است . فاصله قائم نقاط ابتدا افزایش یافته سپس هنگام پائین‌آمدن جسم کاهش‌مییابد. این نشان میدهدکه درامتداد قائم حرکت جسم متشابه‌التغییراست

درشکل ۶-۹ ازسه پرتابه‌که دریکزمان و ازیك نقطه تحت زوایای ۳۰° و ۴۵° و ۶۰° پرتاب شده‌اند عکس‌های متوالی (درفواصل‌زمانی مساوی) برداشته شده است . چنانکه ملاحظه می‌شود برای زوایای ۳۰° و ۶۰° بردافقی (تقریباً) مساوی است و بردافقی هردو پرتابه مذکور، ازبردافقی‌پرتابه‌ایکه تحت زاویه ۴۵° پرتاب شده است‌کمتراست . (علت «تقریبی» بودن تساوی‌دو برداین‌است‌که دو پرتابه در عمل سرعت اولیه صد در صد مساوی نداشته‌اند .)

هرگاه پرتاب زیرافق‌باشد (مثلا توپی‌که روی شیروانی می‌غلطد ومیافتد،مسیر بمب) بازهم همین اصول بکار برده می‌شود. مؤلفه افقی سرعت کما کان $v_0 cos\theta_0$ است . تصویر حرکت درامتداد قائم عیناً مانند حرکت جسمی است‌که با سرعت اولیه روبپائین ودرامتداد قائم پرتاب شود .

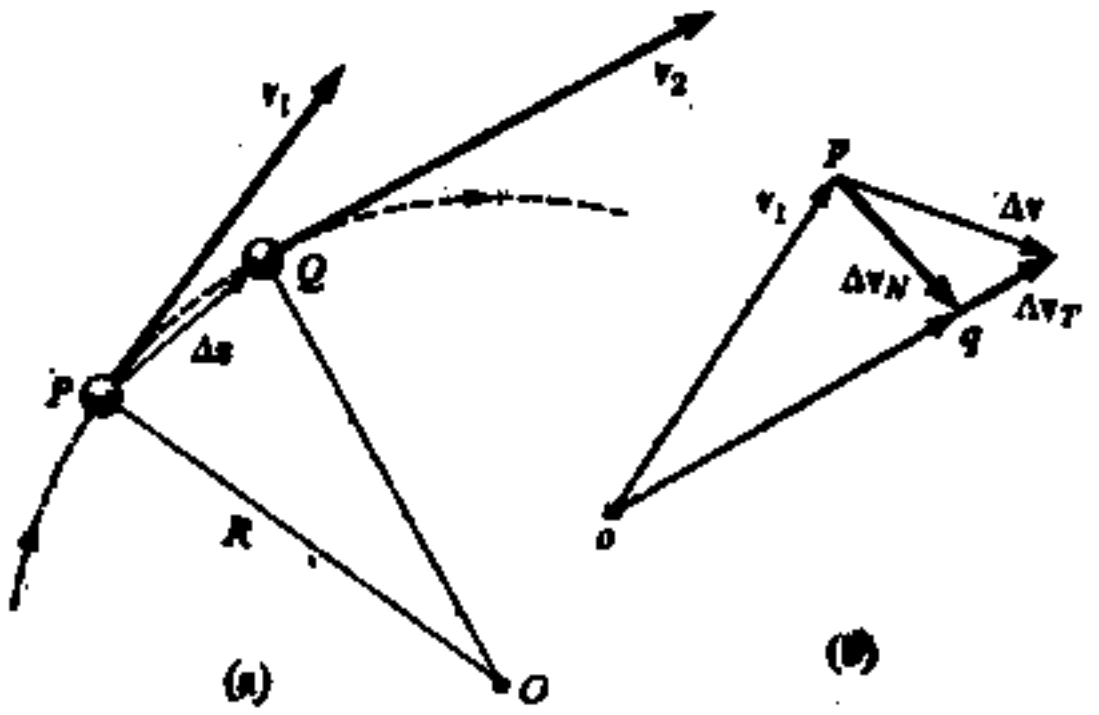
۶-۶ ، حرکت دورانی

شتاب حرکت جسمی راکه حرکت منحنی‌الخط داردمیتوان درروی امتدادهای مماس

برمنحنی مسیرو نرمال برآن تصویرنمود . رابطه بسیار ساده‌ای بین مؤلفه نرمال شتاب و سرعت متحرك وجود دارد و ما اکنون آنرا درحالت خاص بدست میاوریم .

در شکل ۶ـ۱۰ (a) جسمی نشانداده شده است که برمحیط دایـره‌ای بشعاع R و بمرکز O درحرکت‌است. بردارهای v_1 و v_2 سرعت این جسم‌را در نقاط P و Q نشان می‌دهند . درشکل ۶ـ۱۰(b)، Δv تغییربرداری‌سرعت بدست‌آورده‌شده ودراینجا نیز نظیرشکل ۶ـ۴، Δv به دو مؤلفه نرمال Δv_N و مماس Δv_T تجزیه شده است .

دو مثلث OPQ و opq از شکلهای ۶ـ۱۰ (a) و ۶ـ۱۰ (b) متشابه‌اند زیرا اضلاع نظیرآنها با هم متناسب و متقابلا بر یـکدیگر عمودانند . لذا داریم :



شکل ۶ـ۱۰ طرزبدست‌آوردن Δv بردار تغییرسرعت جسمی که حرکت دورانی دارد .

$$\frac{\Delta v_N}{v_1}=\frac{\Delta\theta}{R} \quad \text{و یا} \quad \Delta v_N=\frac{v_1}{R}\Delta\theta$$

اندازه متوسط مؤلفه‌نرمال‌شتاب $\bar{a}_N$ چنین بدست میاید .

$$\bar{a}_N=\frac{\Delta v_N}{\Delta t}=\frac{v_1}{R}\times\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

ومؤلفه شتاب‌نرمال‌لحظه‌ای درنقطه P حد $\bar{a}_N$ وقتی Q بینهایت نزدیك به P انتخاب شود میباشد . یعنی :

$$a_N=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v_1}{R}\times\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{v_1}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

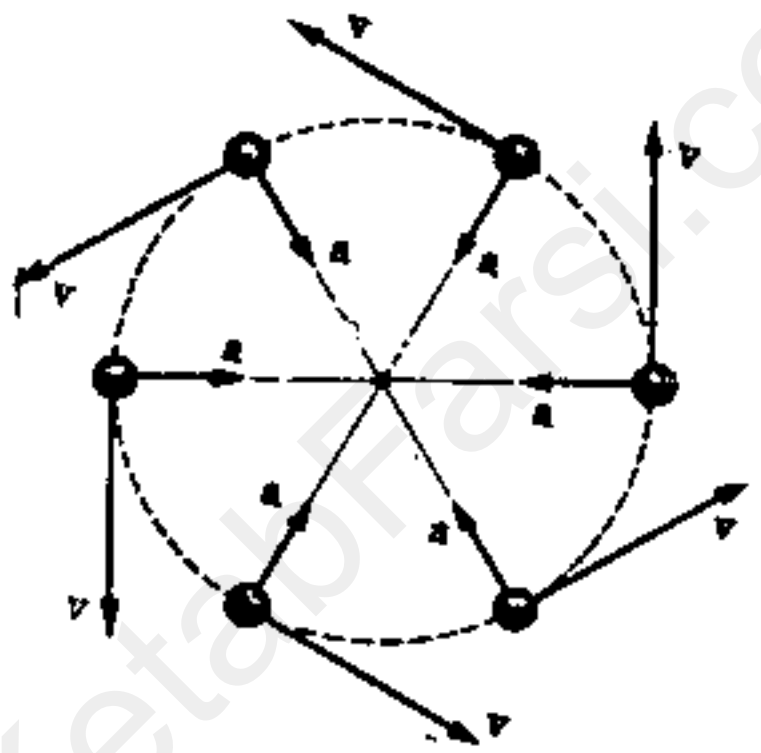
اما حد $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ وقتی $\Delta t\to 0$ همان v_1 سرعت درنقطه P است وچون P میتواند هر نقطه دلخواه باشد. لذا بجای v_1 اندازه سرعت درهرنقطه دلخواه یعنی v را قرارمیدهیم و خواهیم داشت :

$$\boxed{a_N=\frac{v^2}{R}} \qquad (۸ـ۶)$$

یعنی اندازه مؤلفه نرمال شتاب برابر خارج قسمت مجذور سرعت برشعاع دایره مسیر است وامتدادآن منطبق برشعاع ومتوجه بداخل است. بهمین دلیل این مؤلفه شتاب را شتاب شعاعی یا شتاب مرکزی مینامند .

واحد اندازه گیری شتاب مرکزی نیزمانند واحدهای شتاب حاصل ازتغییر دراندازه سرعت است یعنی ft/sec^2 و cm/sec^2 و m/sec^2 . بنابراین اگرجسمی باسرعت $4m/sec$ بردایره‌ای بشعاع ۲ مترحرکت کند شتاب شعاعی آن برابر است با :

$$a=\frac{(4m/sec)^2}{2m}=8m/sec^2$$



شکل ۶-۱۱ بردارهای سرعت وشتاب جسمی که حرکت دورانی متشابه دارد .

هرگاه اندازه سرعت جسم تغییر کند شتاب جسم دارای مؤلفه مماسی نیزخواهد بود که بطریق زیربدست میاید :

$$a_T=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_T}{\Delta t}$$

هرگاه اندازه‌سرعت ثابت باشد مؤلفه مماسی شتاب برابرصفراست وفقط شتاب‌شعاعی وجود داردکه ازتغییرامتداد سرعت بوجود میاید ولی درحالت کلی شتاب درحرکت دورانی دومؤلفه مماسی‌ونرمال دارد .

درشکل ۶-۱۱ بردارهای سرعت و شتاب جسمی را که برمحیط دایره‌ای با سرعت ثابت حرکت میکند درچند نقطه ازمسیر نشان میدهد .

سانتریفوژ اسبابی است که بکمک‌آن جسمی را بـا سرعت زیاد میچرخانند . نتیجه ازدیاد شتاب شعاعی نظیر ازدیاد g است وبرای پدیـده‌هائی نظیررسوب که درموارد عادی بکنـدی صورت می‌گیرد ازاین دستگاه‌ها استفاده میشود . سانتریفوژهائی که سرعت دوران

آنها خیلی زیاد است (اولتراسانتریفوژ) باسرعت‌هائی درحدود ۱۸۰۰۰۰ دور در دقیقه میچرخند حتی نمونه‌هائی که ابعادآنها کوچك وباسرعت یك ملیون وسیصدهزاردور دردقیقه می‌چرخند ساخته شده است که فقط درآزمایشگاه‌ها مورد استفاده قرارمیگیرند .

مثال مسیرماه بدورزمین تقریباًدایره‌ایست بشعاع $۳۸۰۰۰۰\,km$ یا $۳/۸ \times ۱۰^۸ m$ است و هر ۲۷/۳ روز یا $۲/۳۴ \times ۱۰^۶$ ثانیه یکدورکامل بدور زمین میچرخد (a)شتاب شعاعی حرکت ماه بدورزمین چقدداست ؟

سرعت حرکت ماه‌بدور زمین برابر است با :

$$v = \frac{۲\pi R}{T} = \frac{۲\pi \times ۳/۸ \times ۱۰^۸ m}{۲/۳۴ \times ۱۰^۶ sec} = ۱۰۲۰ m/sec$$

وشتاب شعاعی چنین بدست میاید .

$$a = \frac{v^۲}{R} = \frac{(۱۰۲۰ m/sec)^۲}{۳/۸ \times ۱۰^۸} = ۰/۰۰۳۲۲ m/sec^۲$$

(b) هرگاه‌نیروی جاذبه وارده اززمین برجسمی‌که درسطح زمین قراردارد متناسب معکوس با مجذور فاصله جسم ازمرکز زمین‌باشد، شتاب حاصل ازاین نیرو نیز با مجذور فاصله نسبت عکس خواهد داشت . بنابراین‌شتاب‌حرکت‌ماه بدور زمین‌بایدمتناسب‌معکوس‌با مجذورفاصله زمین تاماه باشد لذانسبت مجذورشعاع‌مدارماه‌بدورزمین به‌مجذورشعاع‌زمین‌باید متناسب‌معکوس‌با نسبت‌شتاب حرکت ماه بدورزمین به شتاب‌ثقل درسطح زمین باشد . نسبت دو شتاب برابراست با :

$$\frac{۳/۲۲ \times ۱۰^{-۳} m/sec^۲}{۹/۸ m/sec^۲} = ۳/۲۹ \times ۱۰^{-۴}$$

و نسبت مجذورات دوشعاع برابراست با :

$$\frac{(۶/۴ \times ۱۰^۵ m)^۲}{(۳/۸ \times ۱۰^۸ m)^۲} = ۲/۸۳ \times ۱۰^{-۴}$$

با وجود اینکه محاسبات ما تقریبی صورت گرفت نتایج با تقریب بهم نزدیك هستند .

بکمك‌همین محاسبات، نیوتون برای اولین بار نظریه خود را درباره جهانی بودن قانون جاذبه برپایه محکمی استوار نمود ونیز نشانداد که اثر جاذبه زمین تا بینهایت دور وجود دارد . البته اعدادیرا که نیوتون بدست‌آورد زیاد دقیق نبود. اما او چنین اظهارنظر نمودکه «صحت تقریبی نتایج حاصل ازمحاسبه» دلیل برصحت نظریه است .

۶ـ۷ ، نیروی جاذبه مرکزی

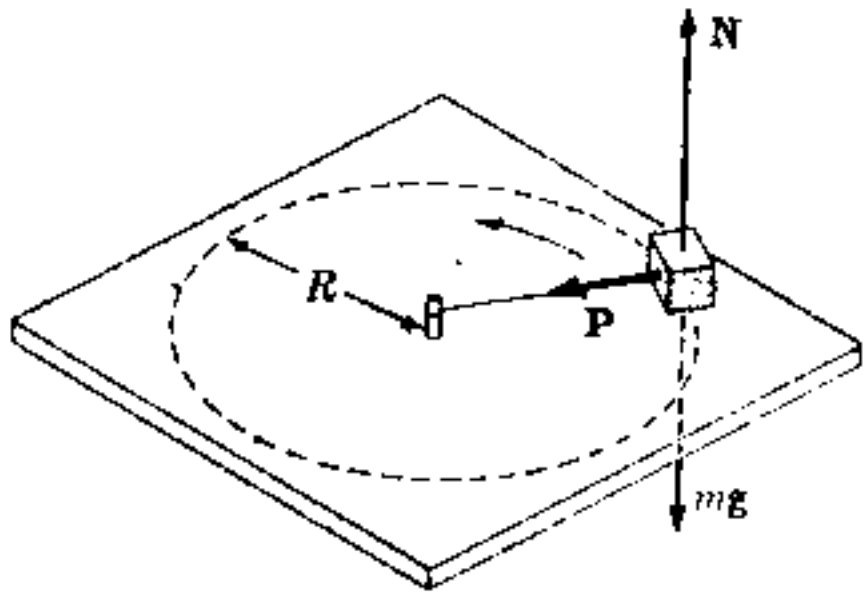
اکنون‌که فرمول شتاب شعاعی (یا مرکزی)درحرکت دورانی بدست‌آمد، میتوان با استفاده از اصل دوم نیوتون چنین‌نتیجه‌گرفت‌که نیروی شعاعی برمتحرك وارد میاید .اندازه شتاب شعاعی $\frac{v^2}{R}$ وجهت‌آن روبداخل است لذا نتیجه میگیریم‌که اندازه نیروی شعاعی‌وارد برمتحرك دوار ازفرمول زیربدست میاید :

$$F = m\frac{v^2}{R} \qquad (۹ـ۶)$$

جهت این نیرو نیزره بمرکز است وبهمین جهت‌آنرا **نیروی جذب بمرکز** Centripetal force مینامند . (باید توجه داشت‌که نیروی جذب بمرکز برخلاف معنی‌ظاهری‌آن نوع خاصی نیرو نیست .بلکه ممکن است‌کشش وارده برطناب یا دانش وارده ازمیله برمتحرك ، یاجاذبه ثقلی وارد برجسمی نیروی جذب بمرکز باشند .صفت جذب بمرکز که این نیرورا توصیف میکندهرف اثری ازآثار نیرو است و بعلت این اثر ، سرعت جسم‌مرتباًدرحال تغییر است. درحالیکه اندازه سرعت ممکن است ثابت بماند) .

هرکس وزنه ایرا بطنابی بسته و آنرا چرخانیده باشد حتماً مشاهده‌کرده است‌که بایدبادست طناب رارو بداخل‌بکشد تاوزنه دوران‌کنداین همان‌نیروی جذب بمرکزاست‌که توسط طناب برجسم وارد می شود . هرگاه طناب پاره شود دیگرجهت سرعت تغییرنمی‌کند (مگراینکه نیروی دیگری برجسم وارد شود) وجسم درامتداد مماس بردایره مسیربحرکت خود ادامه میدهد .

مثال ۱ـ جسمی بجرم ۲۰۰ گرم برمحیط دایره‌ای بشعاع ۲۰cm که درسطح افقی‌قرار دارد می‌چرخد . هرگاه جسم درهرثانیه دو دورکامل بچرخد P نیروی جذب بمرکز وارده برآن‌را حساب‌کنید . (شکل ۶ـ۱۲)



شکل ۱۲ـ۶

محیط دایره برابراست با :

$$۲\pi \times ۲۰\,cm = ۴۰\pi cm$$

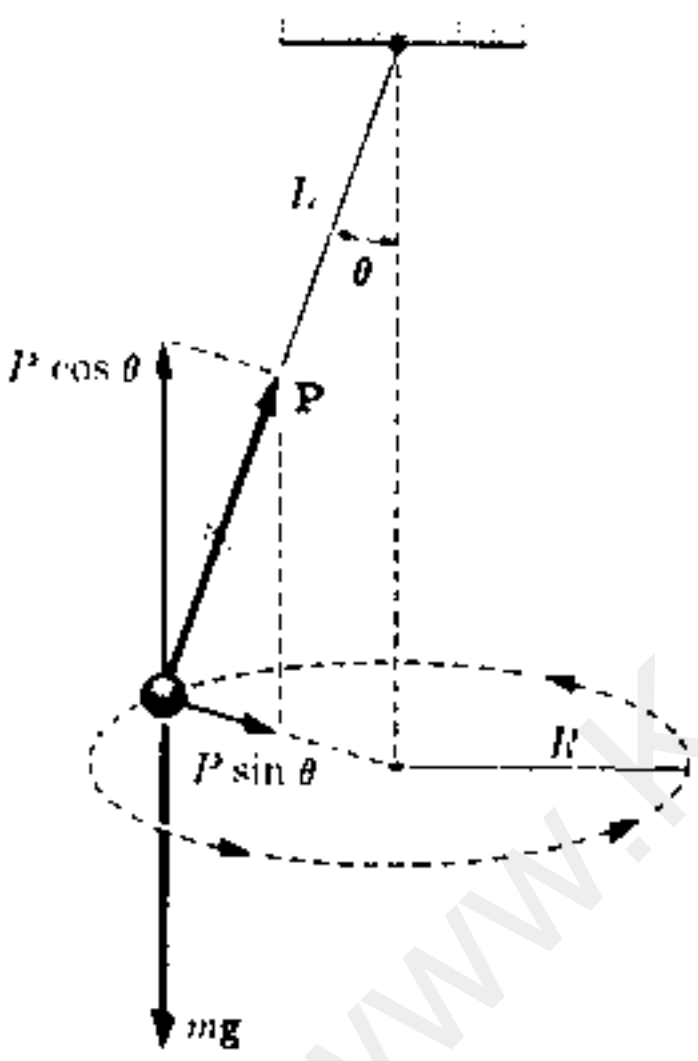
لذا سرعت $۸۰\pi cm/sec$ است. شتاب‌مرکزی برابر است با :

$$a = \frac{v^۲}{R} = \frac{(۸۰\pi cm/sec)^۲}{۶۰\,cm} = ۳۱۵۰\,cm/sec^۲$$

چون جسم درامتداد قائم دارای شتاب نیست **N** و **w** باهم مساوی ومختلف‌الجهت هستند بنابراین **P** برآیند نیروهای وارد برجسم است لذا داریم :

$$P = ma = ۲۰۰\,gm \times ۳۱۵۰\,cm/sec^۲ = ۶/۳ \times ۱۰^۵ dynes$$

مثال ۲ـ شکل ۶ـ۱۳ جسمی رانشان میدهدکه بانتهای طنابی‌آویزان است و بر محیط دایره‌ای واقع درسطح افقی باتندی ثابت حرکت دورانی دارد . سرعت حرکت **v** و طول طناب **L** است. وقتی جسم برمحیط دایره میچرخد طناب سطح جانبی مخروطی را در فضا جاروب میکند و بهمین جهت پاندول مخروطی نامیده میشود . زاویه طناب با امتداد قائم همواره برابر θ است . بنابراین‌شعاع دایره مسیر $R = L\sin\theta$ است واندازه سرعت برابراست با : $v = ۲\pi L\sin\theta/T$ که درآن **T** زمان‌یك دوران کامل جسم است .



شکل ۶ـ۱۳ پاندول مخروطی

در وضعی‌که در شکل نشانداده شده است نیروهای وارد برجسم عبارتنداز **w** وزن جسم و **P** کشش طناب (توجه‌کنیدکه نیروهای وارد بر جسم دراینحال عیناً نظیر نیروهای وارد برجسم درشکل ۵ـ۸ (b) است. تنهاتفاوت دراین است‌که دراینجا شتاب شعاعی و برابر $v^۲/R$ است .) **P** را بدوه‌ؤلفه قائم $P_v = P\cos\theta$ و $P_H = P\sin\theta$ تجزیه میکنیم چون جسم در امتداد قائم دارای شتاب نیست $P\cos\theta$ و **w** مساوی ومختلف الجهت خواهند بود و $P\sin\theta$ نیروی جذب بمرکز است و داریم :

$$P\sin\theta = m\frac{v^۲}{R} \qquad و \qquad P\cos\theta = w$$

هرگاه طرفین دو تساوی فوق را برهم تقسیم و بجای **w** اندازه آن **mg** را قرار دهیم

نتیجه میشود :

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg} \qquad (۶-۱۰)$$

هرگاه $R = L\sin\theta$ و $v = 2\pi L\sin\theta / T$ را درفرمول ۶ـ۱۰ قراردهیم خواهیم‌داشت:

$$\cos\theta = \frac{gT^2}{4\pi^2 L} \qquad (۶-۱۱)$$

$$T = 2\pi\sqrt{L\cos\theta / g} \qquad (۶-۱۲)$$

فرمول ۶ـ۱۲ نحوه ارتباط زاویه θ و دوره تناوب T و طول L را نشان میدهد. هرگاه L اندازه معینی داشته باشد . هرچه زمان تناوب کمترشود $\cos\theta$ کاهش یافته θ زیاد میشود. هیچگاه θ مساوی ۹۰° نمیشود زیرا دراینصورت باید $T = 0$ و $v = \infty$ شود .

فرمول ۶ـ۱۲ به‌فرمول پاندول‌ساده که‌درفصل ۱۱ مورد بحث‌قرار خواهد گرفت بسیار شبیه است وبخاطرهمین‌شباهت، دستگاه فوق را پاندول مخروطی مینامند .

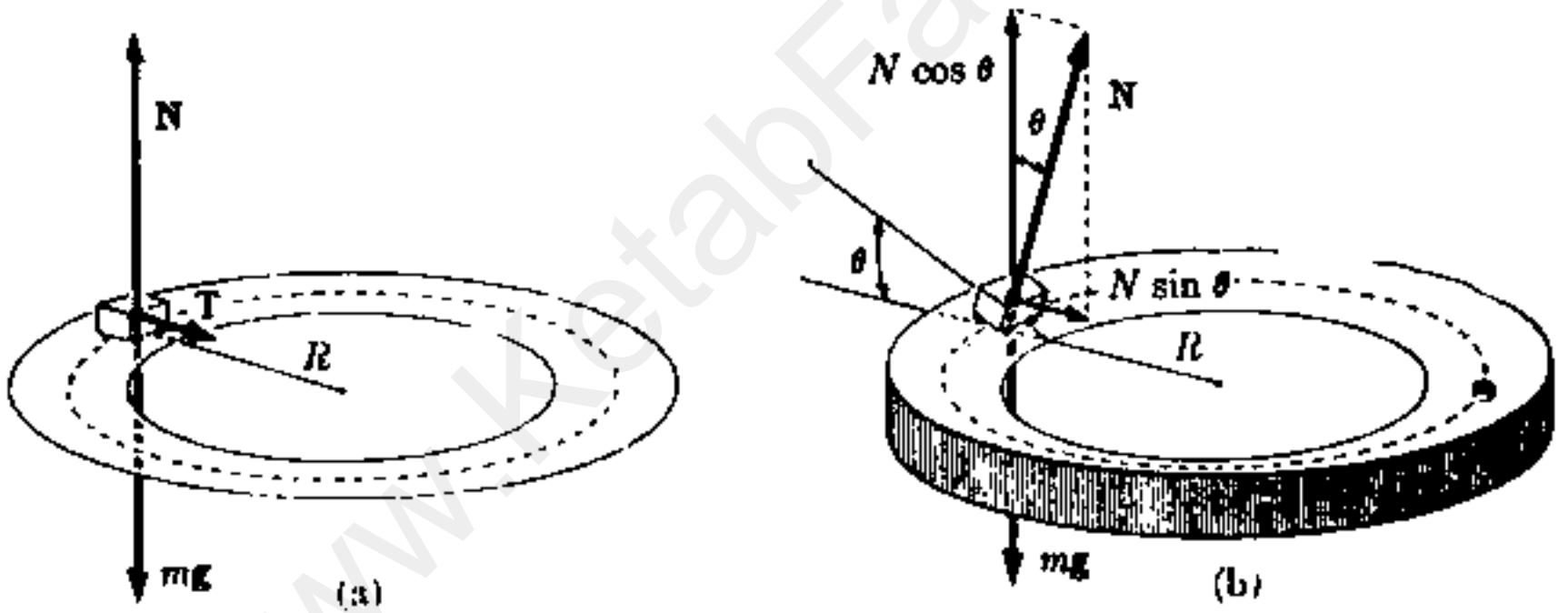
ممکن است بعضی از دانشجویان بخواهندبه نیروهائی که درشکل ۶ـ۱۳ نشانداده شده است، نیروئی که‌روبخارج ممتد است و «گریز ازمرکز» نامیده میشود اضافه کنند. بعقیده آنها این نیرو «جسم را ازمرکز دورنگاه میدارد» ویا «آنرا بحال تعادل نگاه میدارد» اکنون دراین باره بحث میکنیم : تصورنیرونیروئی که «جسم را از مرکزدور نگاه میدارد» ناشی ازمشاهده سطحی قضیه است. زیرا جسم درنقطه خاصی‌متوقف‌نیست، تااگرجذب‌بمرکز آنرا بداخل‌کشید، گریزاز مرکز «آنرا ازمرکز دورنگاه دارد» . درلحظات‌مختلف، جسم درنقاط مختلفی از مسیرقراردارد ودریك‌لحظه معین، جسم درنقطه مشخصی از محیط دایره با سرعت v در امتداد مماس برمسیر در حرکت است . هرگاه نیروئی برآن وارد نشود جسم درامتداد خط مستقیم بجلوخواهد رفت (اصل اول نیوتون) . هرگاه «نیروی گریز از مرکز» مساوی ومختلف‌الجهت با جذب بمرکز برجسم اثرمیکرد این دو نیرو یکدیگر را خنثی میکردندوچنانکه گفته شد، جسم درامتداد خط مستقیم پیش میرفت و دوران نمی‌کرد.

اماآنهاکه گریزازمرکزرا نیروئی‌میدانندکه «جسم را بحال تعادل‌نگاه میدارد» کافی است‌بدانندکه‌جسمی‌درحال‌تعادل‌است‌که یا ساکن باشد ویا حرکت متشابه‌مستقیم‌الخط داشته باشد . در اینجا جسم برخط مستقیم‌حرکت نمی‌کند. بنابراین متعادل‌نیست تانیروی‌گریز ازمرکزبرای«حفظ‌تعادل» آن‌لازم‌باشد. جسمی‌که برمحیط‌دایره حرکت‌می‌کند دارای‌شتابی رو بمرکزاست. پس باید نیروئی روبمرکز برآن وارد شود تا شتاب لازم را درآن ایجاد کند .

مثال ۳ـ شکل ۶ـ۱۴ (a) اتومبیلی را نشان میدهدکه برجاده‌ای بشکل دایره‌که سطح‌آن‌کاملا افقی است درحرکت است . نیروهای وارد براتومبیل عبارتند از **w** وزن‌آن **N** نیروی قائم وارده از تکیه‌گاه براتومبیل و **P** که جذب بمرکز لازم برای حرکت دورانی است . هرگاه بجای اتومبیل مذکور قطاری بـر روی ریل حرکت میکرد نیروی جذب بمرکز را حاشیه ریل‌ها برچرخها وارد میاوردند .

هرگاه جاده اصطکاک‌کافی برای تأمین نیروی جذب بمرکز نداشته باشد باید مطابق شکل ۶ـ۱۴ (b) دارای شیب عرضی باشد . نیروی **N** درحالت اخیر،دارای دومؤلفه قائم $N\cos\theta$ وافقی $N\sin\theta$ است. $N\cos\theta$ وزن جسم راخنثی‌میکند و $N\sin\theta$ که متوجه بمرکز است نیروی‌جذب بمرکز لازم را تأمین مینماید . θ زاویه شیب عرضی را چنین محاسبه میکنند . هرگاه **v** سرعت اتومبیل و **R** شعاع پیچ جاده باشد داریم :

$$N\sin\theta=\frac{mv^2}{R}$$



شکل ۶ـ۱۴، (a) نیروهای وارده بر اتومبیلی‌که برجاده‌ای دایره‌ای‌ومسطح درحرکت‌است. (b) نیروهای مؤثر براتومبیلی‌که برجاده‌ای باشیب عرضی درحرکت است .

چون درامتداد قائم شتابی وجود ندارد $N\cos\theta=w$ است .

از تقسیم دو رابطه مـذکور برنیکدیگر بـا در نظرگرفتن اینکه $w=mg$ است خواهیم داشت :

$$\tan\theta=\frac{v^2}{Rg}$$

چنانکه دیده می‌شود $\tan\theta$ متناسب بامجذور سرعت ومتناسب معکوس بـاشعاع پیچ جاده است . بازاء مقدار معین **R** نمیتوان مقداری برای θ چنان بدست آورد که برای

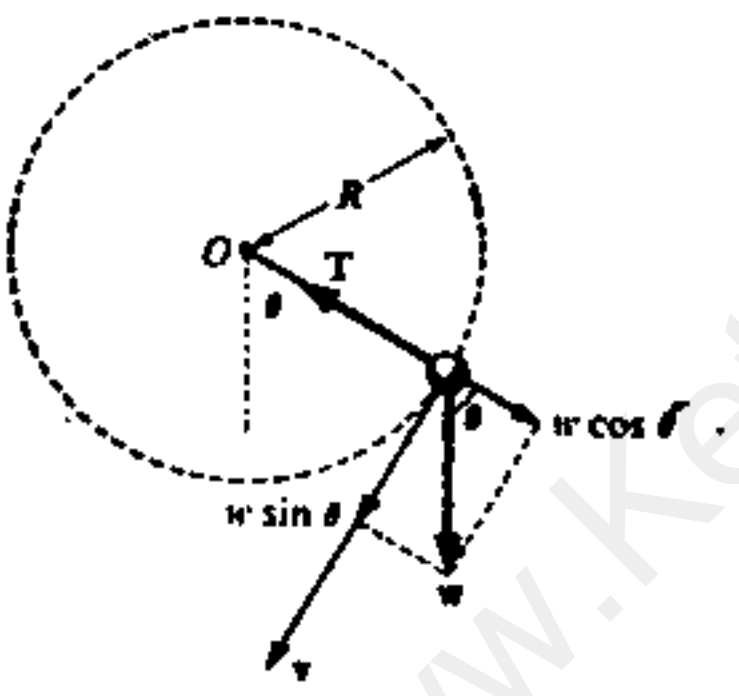
همه سرعتها مناسب‌باشد. لذا درساختن‌شاهراه ها وخطوط آهن ؛ پیچهارا برای سرعت معینی میسازند یعنی شیب عرضی مناسب‌آن سرعت را برای‌آن درنظرمیگیرند .

وقتی هواپیمائی درسطح افقی برمحیط دایره‌ای پروازمیکند بالهای‌آن با سطح افقی زاویه‌ای میسازندکه بطریق مشابه قابل محاسبه است .

ملاحظه میشودکه زاویه شیب عرضی جاده وزاویه نیم رأس پاندول مخروطی بافرمول های یکسان بدست میایند و درحقیقت میتوان گفت‌که دیاگرام نیروها درشکل‌های ۶ـ۱۳ و ۶ـ۱۴ یکی هستند .

۶ـ۸ ، دوران در صفحه قائم

در شکل ۶ـ۱۵ جسمی نشانداده شده است‌که بطنابی بطول **R** که سمت دیگرآن به نقطه ثابت **O** وصل است متصل و برمحیط دایره‌ای در سطح قائم دوران میکند . حرکت دورانی است ولی متشابه نیست زیـرا وقتی جسم پائین میاید، سرعت‌آن‌افزایش‌یافته، برعکس وقتی بالا میرود سرعت‌آن‌کاهش می‌یابد .



شکل ۶ـ۱۵ نیروهای وارده برجسمی‌که در صفحه قائم دوران میکند .

نیروهای مؤثر برجسم درهر نقطه از مسیر عبـارتند از : $\mathbf{mg-W}$ وزن جسم و **T** کشش وارده ازطناب بجسم . هرگاه نیروی وزن راروی امتداد طناب و امتداد عمود برطناب (مماس بر دایره مسیر) تجزیه کنیم این دو مؤلفه بترتیب $\mathbf{w\cos\theta}$ و $\mathbf{w\sin\theta}$ خواهد بود (شکل۶ـ۱۵). درروی امتدادهای مذکور، مؤلفه نیروهای وارد بر جسم عبارتند از $\mathbf{F_T=w\cos\theta}$ و $\mathbf{F_N=T-w\cos\theta}$ بنابراین شتاب مماسی برابر است با :

$$\mathbf{a_T=\frac{F_T}{m}=g\sin\theta}$$

چنانچه ملاحظه میشود نظیرشتاب جسمی است‌که برسطح شیب دار بدون اصطکاکی بشیب θ حرکت میکند . مؤلفه شتاب شعاعی چنین محاسبه میشود .

$$\mathbf{a_N=\frac{F_N}{m}=\frac{T-w\cos\theta}{m}=\frac{v^2}{R}}$$

وکشش در طناب برابر خواهد بود با :

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\theta\right) \qquad (۱۳-۶)$$

درپائین‌ترین نقطه مسیر $\theta = ۰$ و $\sin\theta = ۰$ و $\cos\theta = ۱$ بنابراین دراین نقطه $F_T = ۰$ و $a_T = ۰$ یعنی دراین حال شتاب فقط شعاعی است (روببالا) واندازه کشش از فرمول ۶ـ۱۳ چنین بدست میاید :

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$$

دربالاترین‌نقطه مسیر $\theta = ۱۸۰^\circ$ و $\sin\theta = ۰$ و $\cos\theta = -۱$ است. دراین‌حال نیزشتاب، فقط شعاعی‌است (روبپائین) وکشش وارده ازطناب برجسم چنین است :

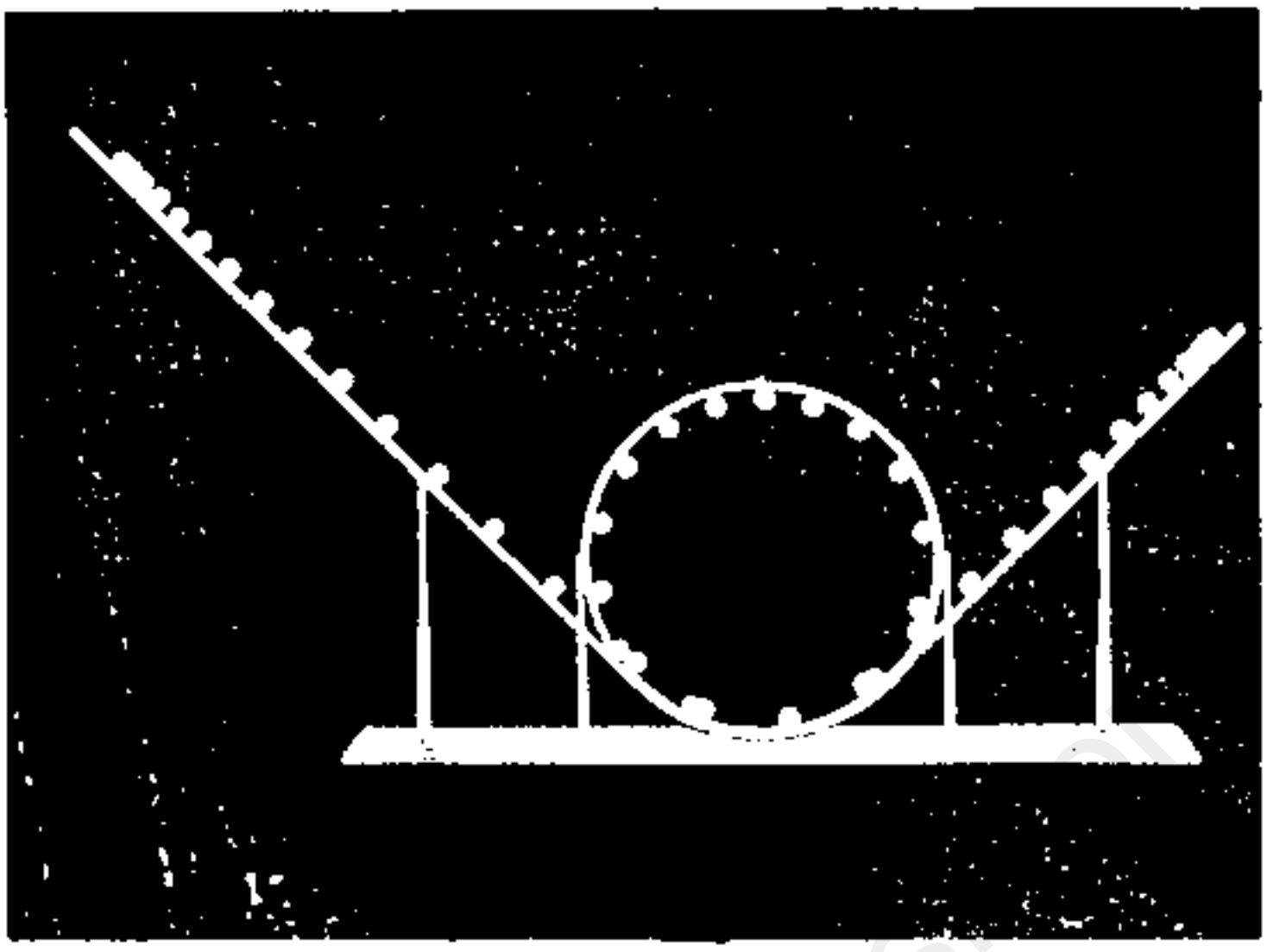
$$T = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$$

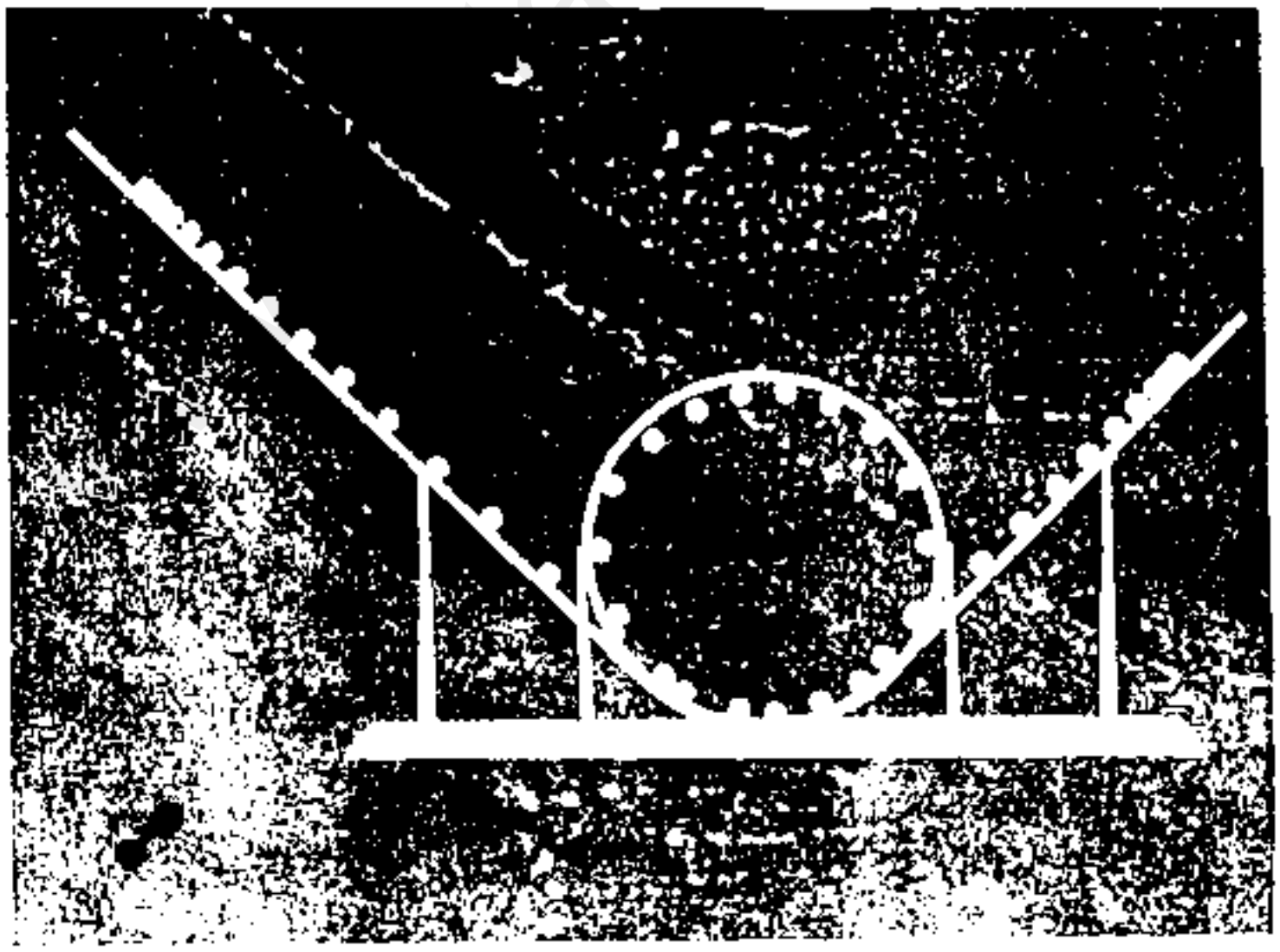
واضح است‌که دراین نوع حرکت حداقل تندی مانند v_c لازم است‌که جسم دربالاـ ترین نقطه‌مسیرخودراداشته باشد تا بتواند بحرکت دورانی خود ادامه دهد . هرگاه تندی دربالاترین‌نقطه مسیر، ازاین حداقل کمترشود،جسم مسیردایره‌ای‌خودراترک‌میکندبازاء این تندی اندازه T برابرصفراست پس :

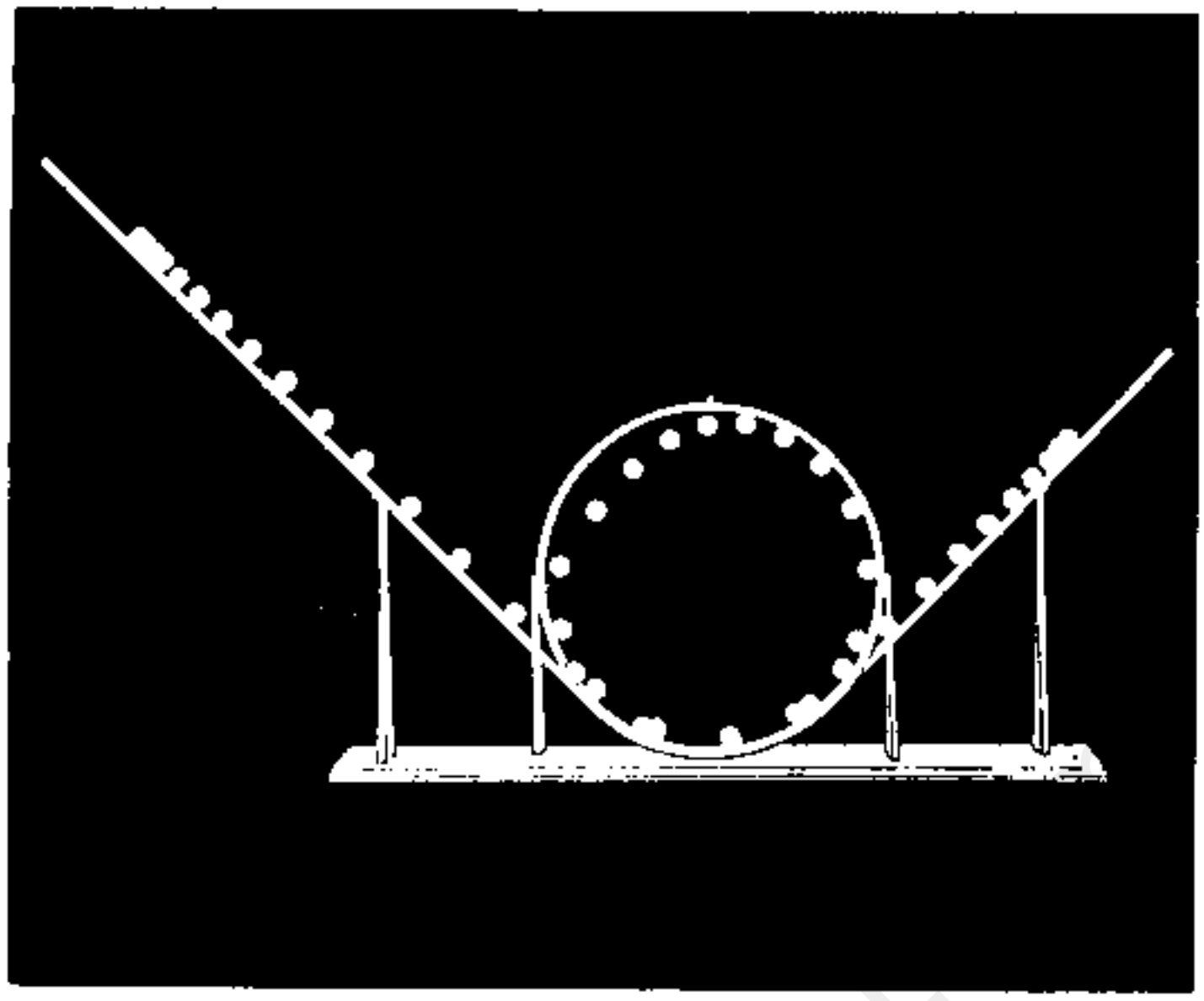
$$۰ = m\left(\frac{v_c^2}{R} - g\right) \quad \text{ویا} \quad v_c = \sqrt{Rg}$$

درشکل ۶ـ۱۶ نوع دیگری ازدوران در سطح قائم نشانداده شده است . گلوله‌ای درون‌آهنی نـاودانی‌که بشکل حلقه درآمده است و در دوطرف بدو سطح شیب‌دار محدود میشود حرکت‌کرده و ازآن عکسهای متوالی برداشته شده است . در اینجا برخلاف شکل ۶ـ۱۵ نیروی‌مؤثر برجسم، کشش طناب نبوده بلکه نیروی وارده ازتکیه‌گاه برجسم است.

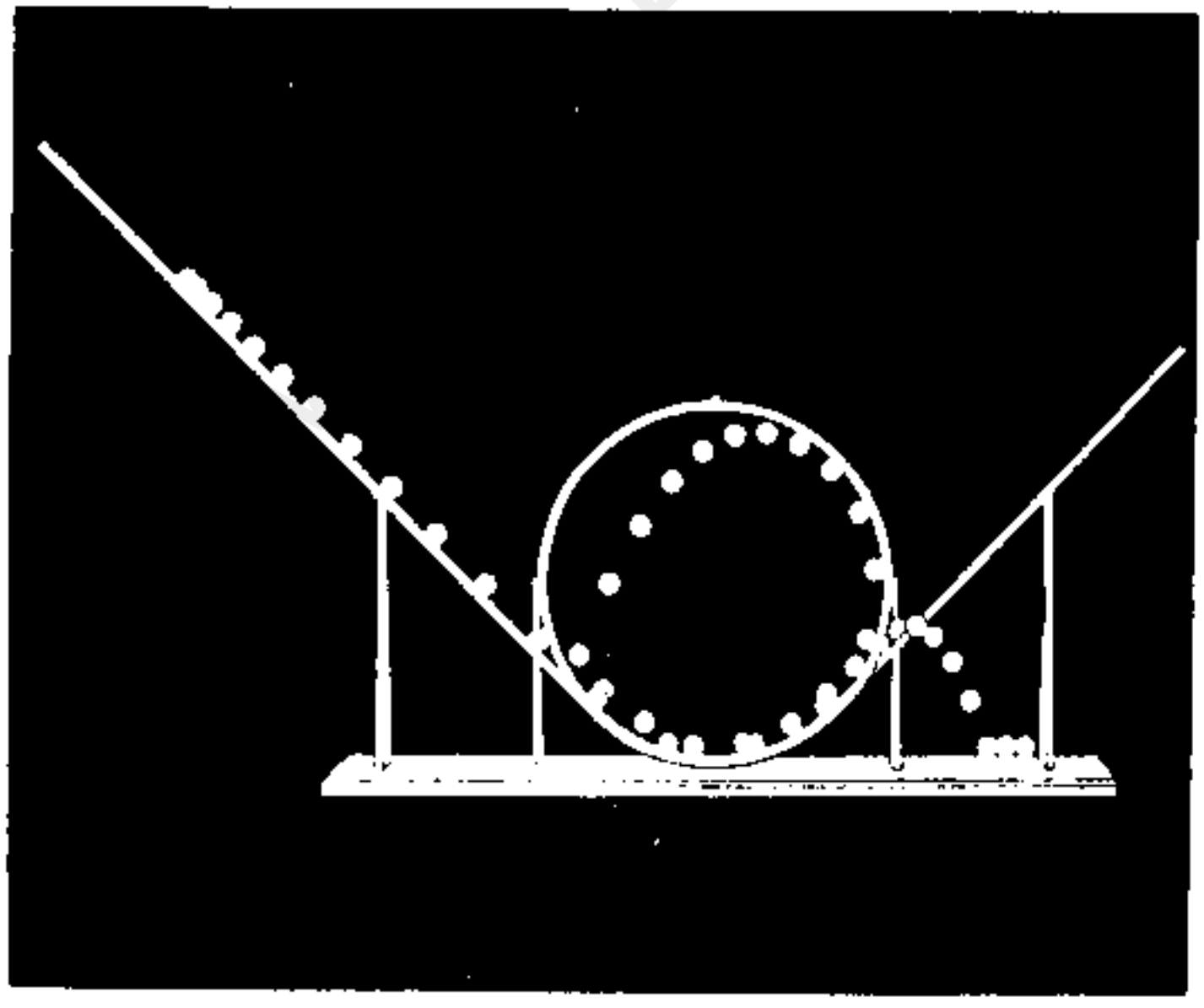
در شکل ۶ـ۱۶ (a) گلوله ازارتفاعی روی سطح رها شده است‌که پس ازرسیدن به بالاترین نقطه دایره مسیرتندی‌آن بیشتراز $v_c = \sqrt{Rg}$ است . درشکل ۶ـ۱۶ (b) گلوله ازنقطه پائین‌تری رها شده بطوریکه پس ازرسیدن به‌بالاترین نقطه نیروی وزن، کمی بیش ازجذب بمرکز لازم برای حرکت دورانی‌بوده است و به همین علت‌کمی ازمسیردایره جدا شده‌است. زیرا درحقیقت میبایست‌گلوله بانیروئی رو به بیرون دایرمسیر رانده شود تا ازدایره جدانشود وچون چنین‌نیروئی وجودنداشته است‌گلوله ازدایره جدا شده مسیرسهمی را در پیش‌گرفته است این سهمی خیلی زود دایـره را قطع کرده است و از آن‌پس، گلوله







شکل ۶-۱۶ (c)

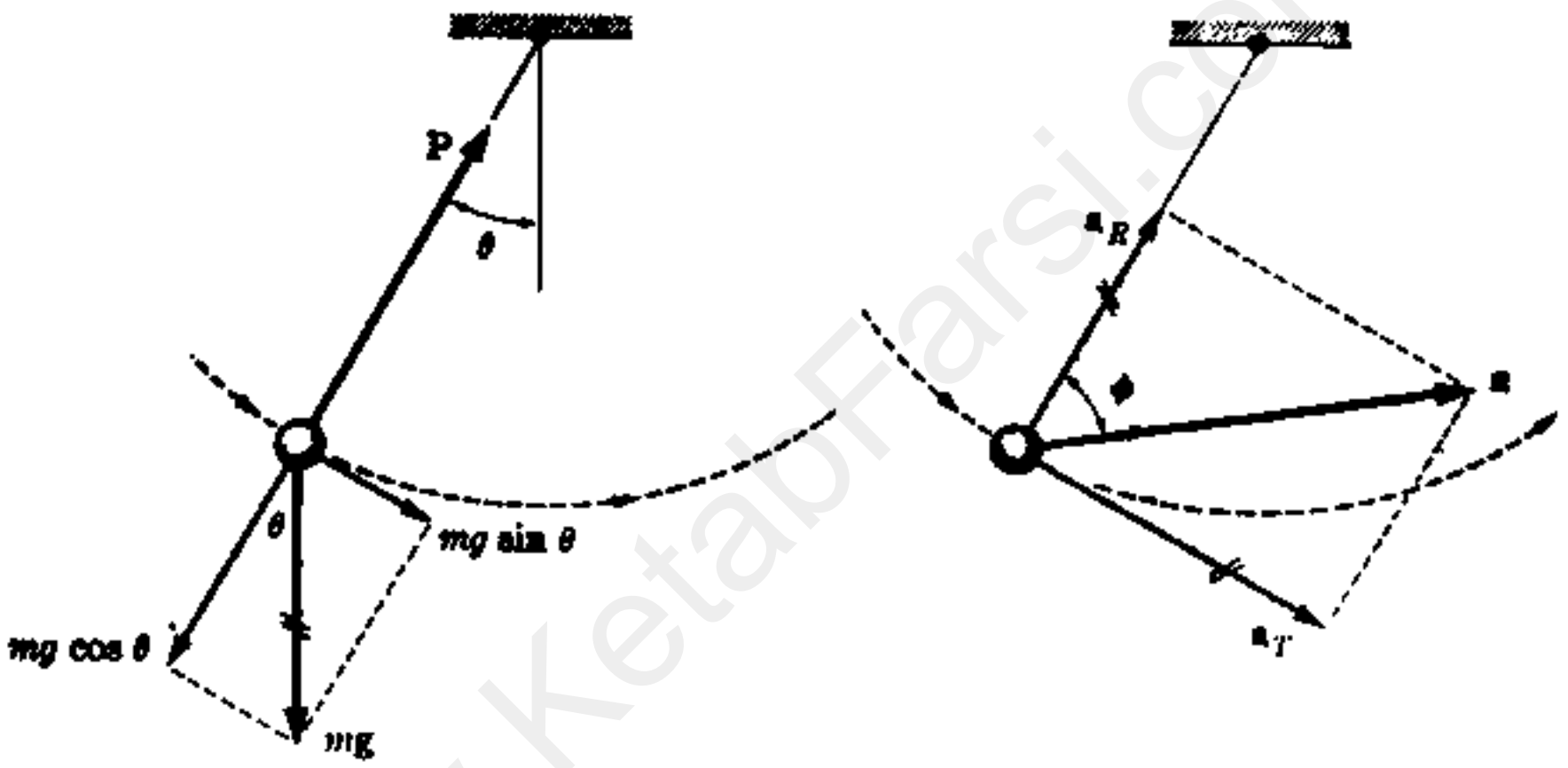


شکل ۶-۱۶ (d)

شکل ۶-۱۶ عکس‌های متوالی از گلوله‌ای که به درحلقه‌ای واقع درسطح قائم حرکت دورانی دارد .

برروی دایره بحرکت‌خودادامه داده است . درشکل ۶ـ۱۶ (c)و(d) گلوله بانم‌ازنقطه پائین‌تری رها شده است بطوریکه مسیر سهمی باوضوح بیشتری قابل مشاهده است ·

مثال۱ـجسمی بجرم $m = ۰/۱۰ kgm$ به‌طنابی بطول $R = ۱/۰ m$ آویزان‌ومطابق شکل ۶ـ۱۷ برمحیط دایره‌ای واقع برصفحه قائم نوسان میکنـد . وقتی طناب با امتداد قائم زاویه ۳۰° دارد تندی جسم $v = ۲m/sec$ است (a) مؤلفه مماس وشعاعی شتاب را بدست‌آورید. (b)امتداد وجهت واندازه برادر شتاب را بدست‌آورید. (c) T کشش مؤثر برطناب چه‌اندازه است .



شکل ۶ـ۱۷ ، (a) نیروهای وارد برجسمی‌که روی سطح دایره واقع در محیط قائم نوسان میکند. (b) مؤلفه‌های مماسی وشعاعی شتاب باهم ترکیب و a برآیند بردارشتاب بدست‌آمده است

(a) اندازه شتاب شعاعی چنین محاسبه میشود :

$$a_R = \frac{v^2}{R} = \frac{(۲/۰ m/sec)^2}{۱/۰ m} = ۴/۰ \frac{m}{sec^2}$$

ومؤلفه مماسی شتاب عبارتست از :

$$a_T = g \sin\theta = ۹/۸ m/sec^2 \times ۰/۵۰ = ۴/۹ m/sec^2$$

(b) اندازه بـردار شتاب ازترکیب مؤلفه‌های مماسی و شعاعی بدست میاید [شکل ۶ـ۱۷(b)]

$$a = \sqrt{a_R^2 + a_T^2} = ۶/۳ m/sec^2$$

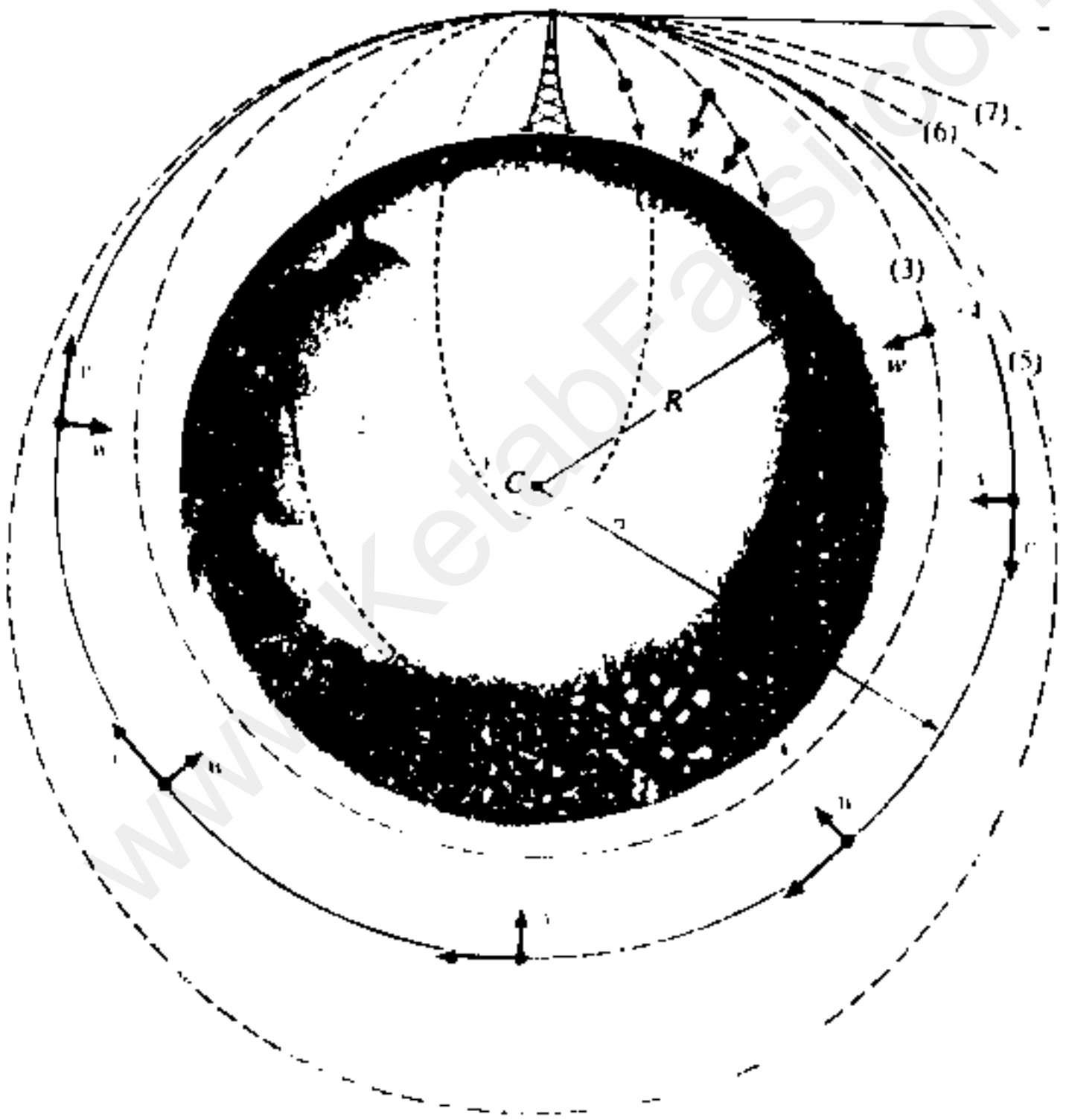
و زاویه φ برابراست با :

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{a_T}{a_R} = ۵۱^\circ$$

(c) وکشش مه ثر برطناب چنین بدست میاید :

$$T = m\left(\frac{v^۲}{R} + g\cos\theta\right) \doteq ۱/۳n$$

باید توجه داشت که اندازه شتاب مماسی ثابت نبوده متناسب باسینوس زاویه θ است. بنابراین نمیتوان رمعادله حرکت باساب ثابت، تندی را بدست آورد . درفصل بعدخواهیم دید که چگونه با استفاده ازاصل بقاء انرژی میتوان تندی را درهر نقطه ازمسیر محاسبه نمود .



شکل ۶ـ۱۸، مسیرپرد به ک ا ا تفاع معین در امتداد AB پرتاب شده است باراه سرعتهای مختلف رسم شده است .

۶ـ۹ ، حرکت ماهواره

درحرکت پرتابی که درقسمت ۶ـ۵ مورد بحث قرار گرفت، فرض براین بود که نیروی جاذبه مؤثر برپرتابه (W وزن جسم) درتمام مسیرحرکت پرتابی دارای اه اد جهت واندازه مشخصی

است. تحت این شرائط مسیر، حرکت جسم سهمی‌است. اما درحقیقت، نیروی جاذبه درامتداد شعاع زمین وروبمرکز آن ممتد است واندازه‌آن متناسب معکوس بامجذور فاصله از مرکز زمین میباشدمیتوان نشانداد که مسیرحرکت پرتابه‌ای که تحت تأثیرچنین نیروئی باشد یکی ازمقاطع مخروطی است (بیضی ، سهمی ، هذلولی ویا دایره)

فرض کنید مطابق شکل ۶-۱۸ برج بسیاربلندی دریکی از نقاط زمین ساخته باشند و پرتابه‌ای درامتداد «افقی» AB ازبالای این برج پرتاب شود . هرگاه سرعت‌آن چندان زیادنباشد مسیر پرتابه مانند منحنی (۱) است که قسمتی ازیك بیضی است . C مرکززمین یکی ازکانونهای این بیضی است . (هرگاه پرتاب در مسیر کوتاهی صورت گیرد بطوریکه بتوان وزن جسم را ثابت فرض نمود این بیضی به سهمی تبدیل میشود .)

منحنی‌های (۲) تا (۷) اثرازدیادسرعت اولیه پرتاب‌را نشان میدهند (ازاثرمقاومت جو زمین صرفنظرشده است .) منحنی (۲) نیزقسمتی ازیك بیضی است منحنی (۳) دیگر زمین‌را قطع نمی‌کند ویك بیضی‌کامل است. جسمی که‌روی این‌مسیرحرکت‌کند ماهواره‌ایست که بدور زمین می‌چرخد . وقتی این پرتابه به نقطه A میرسد سرعت‌آن عیناً همان سرعت قبلی است وهرگاه نیروی مقاومی درکار نباشد این حرکت مرتباً تکرارخواهد شد (حرکت زمین برج را می‌چرخاند وبنابراین نقطه A زودتر به ماهواره میرسد ولی حرکت وضعی زمین درشکل مسیر بی‌تأثیر است .)

منحنی (۴) حالت خاصی است که بر طبق‌آن مسیرپرتابه دایره‌کامل است . منحنی (۵) مجدداً یك بیضی ومنحنی شماره (۶) سهمی وبالاخره منحنی شماره (۷) هذلولی‌است. منحنی‌های (۶) و (۷) مدارهای مسدود نیستند .

عموم ماهواره‌های مصنوع بشرمدارهائی نظیر (۳) یا (۵) را دارند . بعضی از آنها بدایره‌خیلی نزدیك هستند وما ازجهت سادگی محاسبه، فقط درباره‌آن بحث میکنیم . ابتدا سرعت‌لازم وزمان‌تناوب رابرای چنین مداری پیدا میکنیم . نیروی جاذبه مؤثر بر ماهواره نیروی جذب بمرکزلازم را تأمین میکند این نیرو برابر جرم ماهواره درشتاب شعاعی آن است . لذا داریم :

$$w = F_g = G\frac{m \cdot m_E}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

از این تساوی نتیجه میشود :

$$v^2 = \frac{Gm_E}{r} \quad \text{و} \quad v = \sqrt{\frac{Gm_E}{r}} \qquad (۶-۱۵)$$

هرچه شعاع مدار بیشتر باشد سرعت ماهواره‌کمتراست .

ماهواره ، مانندهرپرتابه دیگر، جسمی است که «سقوط آزاد» میکند . (تنها نیروی مـؤثربرآن وزن W است) بنابراین شتاب شعاعی $\frac{v^2}{r}$ آن برابرشتاب سقوط آزاد یعنی g در روی مدار است . یعنی :

$$w\,m = g = \frac{Gmm_E}{r^2}$$

و ازآنجا :

$$g = \frac{Gm_E}{r^2} \quad \text{ویا} \quad \frac{Gm_E}{r} = rg$$

بنابراین فرمول ۶ـ۱۵ را بصورت زیرنیزمیتوان نوشت :

$$v = \sqrt{rg}$$

شتاب سقوط آزاد، متناسبمعکوس بامجذور فاصله ازمرکززمین است. بنابراین اگر g_R شتاب سقوط آزاد درسطح زمین باشد (دراین حال $r = R$ است) خواهیم داشت :

$$\frac{g}{g_R} = \frac{R^2}{r^2} \qquad rg = g_R\frac{R^2}{r}$$

و ازآنجا:

$$v = R\sqrt{\frac{g_R}{r}} \qquad (۱۶-۶)$$

زمان تناوب T یا زمان لازم برای یك دوران کامل برابرخارج قسمت محیط $2\pi r$ برسرعت v است یعنی :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{T\sqrt{g_R/r}} \times r^{\frac{3}{2}} \qquad (۱۷-۶)$$

یعنی هرچه شعاع مداربیشترباشد زمان تناوب بیشتراست .

مثالـ یك ماهواره برمدار دایره‌ای کاملی بفاصله ۳۰۰km (درحدود ۲۰۰ میل) از سطح زمین در حرکت است (a) سرعت مـاهواره چه انـدازه است . شعاع زمین را ۶۴۰۰km و g_R را برابر $9/80\,m/sec^2$ فرض کنید .

$$v = R\sqrt{\frac{g_R}{r}} = 6/40 \times 10^6 m\left(\frac{9/80\,m/sec^2}{6/70 \times 10^6 m}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= 7740\,m/sec = 25400\,ft/sec = 17300\,mi/hr$$

(b) دورهٔ تناوب T چه اندازه است ؟

$$T=\frac{2\pi r}{v}=90/6\,min=1/51\,hr$$

(c) شتاب شعاعی ماهواره چه اندازه است ؟

$$a_R=\frac{v^2}{R}=8/94\,m/sec^2$$

که برابرشتاب سقوط‌آزاد جسمی درارتفاع ۲۰۰ km بالای سطح زمین است .

یك سفینه فضائی‌که برمداری دراطراف زمین می‌چرخد، مانند جسمی‌است‌که سقوط آزاد میکند و شتاب a آن برابر g مدار است . همانطورکه در فصل پنجم ذکرشد شتاب سقوط‌آزاد g' جسمی‌که درون‌سفینه‌ای قرارداشته باشد نسبت به سفینه برابراست‌با :

$$g'=g-a=g-g=0$$

و وزن ظاهری آن w' عبارتست از :

$$w'=w-ma=mg-ma=mg'=0$$

بهمین دلیل فضانوردی‌که درسفینه‌است «بیوزن» است‌یا «شتاب ثقل‌برای او $g'=0$ است» . سفینه مانندآسانسوری است‌که سقوط‌آزاد میکند ودر فصل‌پنجم مودر بحث قرار گرفت . تنها تفاوت دراین‌است‌که سفینه سرعت مماسی‌زیادی داردکه اندازه‌آن ثابت است.

درنقطه‌ای بسیار دور اززمین واجرام مادی‌دیگر، w وزن حقیقی سفینه یا هرجسم دیگر درون آن ، برابرصفر وانداز g نیزصفراست . اگر سفینه بکمك موتور خود در چنین نقطه‌ای نسبت بیك دستگاه مختصات دارای شتاب a شود سقوط‌آزاد g' جسم نسبت به سفینه برابراست با :

$$g'=g-a=0-a=-a$$

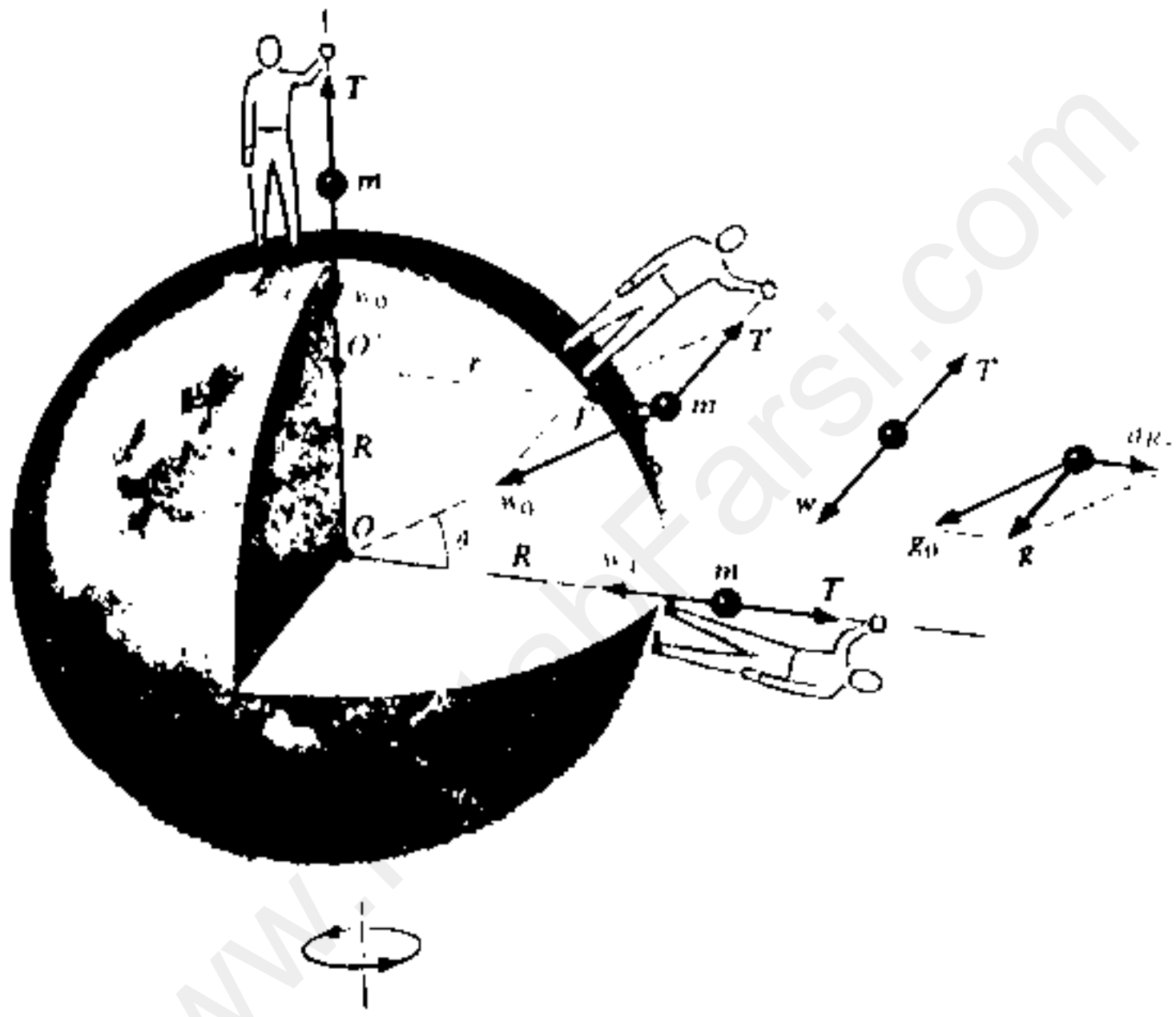
و وزن ظاهری جسم برابر است با :

$$w'=w-ma=0-ma=-ma$$

یعنی شتاب‌سقوط آزاد و وزن ظاهری یك جسم نسبت بدستگاه مختصاتی‌که خود دارای شتاب است مانند این است‌که دستگاه مختصات، یك دستگاه‌اینرسی باشد و در آن نیروی جاذبه ma— وجود داشته باشد . این بیان‌که به اصل هم ارزی Principle of equivalence مشهوراست نقش‌بزرگی دربیان نظریه نسبی عمومی انیشتین دارد.

۶ـ۱۰ ، اثر گردش زمین دراندازه g

درشکل ۶ـ۱۹ مقطعی از زمین دوار ما رانشان میدهدکه سه‌ناظر، برسه نقطه مختلف آن ایستاده‌اند . هریك ازاین سه‌ناظر، جسمی بجرم m راکه به فنری‌آویزان است دردست دارند . برهریك ازسه جسم مذکورنیروی جاذبه‌ای برابر $F_g = \frac{GmM_E}{R^2}$ وارد میشود که ماآنرا با w_0 نمایش میدهیم . مرکززمین رامبدء مختصات یك دستگاه اینرسی فرض می کنیم .



شکل ۶ـ۱۹ برآیند نیروهای T و w_0 نیروی جذب بمرکزرا برای $\frac{mv^2}{r}$ ایجاد می‌کند.

بنابراین، که درقطب قرار دارد دوجسم دیگر برمحیط دوائری که مرکز آنها برمحور زمین منطبق است می‌چرخند و هریك دارای شتاب شعاعی $\frac{v^2}{r}$ بطرف مرکز زمین هستند. برآیند T نیروی وارده ازطرف جسم و w_0 باید طوری باشد که شتاب مذکور را ایجاد کند صورت کلی دیگر این تساوی چنین است :

$$T + w_0 = ma_R$$

در یك عرض جغرافیائی دلخواه، چنانکه در یا ترازم نیروها نشانداده شده است F

برآیند T و w_0 بطرف O′ متوجه و اندازه‌آن برابر ma_R است. بنابراین دیده‌میشود که بجز درقطب واستوا امتداد شاقولی ازمرکز زمین نمی‌گذرد .

درقطب چون $a_R = 0$ نیروی T مساوی ومختلف‌الجهت w_0 است .

دراستوا چون جهت شتاب شعاعی متوجه O مرکززمین است ؛ امتداد T و w_0 بر هم منطبق واندازه w_0 بیشر از T است .

چون هریك ازسه‌جسم، نسبت به ناظرخود درحال تعادل است، وزن ظاهری هرجسم که w فرض میشود نیروئی است مساوی و مختلف العلامه با T . دیاگرام نیروهای وارد برجسم‌واقع درعرض θ این‌مطلب رانشان میدهد لذا ، داریم :

$$w = -T = w_0 - ma_R$$

درعرض‌جغرافیائی بین صفر و ۹۰° وزن ظاهری w هم ازحیث مقدار با w_0 وزن حقیقی اختلاف دارد .

در قطب‌وزن ظاهری‌وحقیقی‌باهم برابراند . دراستوا بین‌آنها این رابطه برقراراست:

$$w = w_0 - ma_R$$

a_R شتاب شعاعی دراستواست .

هرگاه این اجسام فقط تحت اثر w_0 بزمین سقوط میکردند g_0 شتاب ثقل‌هریك ازآنها ازفرمول زیربدست میاید :

$$g_0 = \frac{w_0}{m}$$

شتاب ثقل g یك جسم‌نسبت بدستگاهی‌که بزمین متصل است (چون خود این دستگاه نسبت بدستگاه اینرسی‌که مبدءآن درمرکززمین است شتاب a_R دارد) برابرخواهد بود با:

$$g = g_0 - a_R$$

لذا :

$$mg = mg - ma_R$$

اما چون $mg_0 = w_0$ و $w_0 - ma_R = w$ بنابراین داریم :

$$wm = g$$

یعنی شتاب g سقوط‌آزاد جسم نسبت بـدستگاه مختصات متصل بزمین است و وزن ظاهری‌جسم w برابرعددی‌است‌که نیروسنج‌وقتی‌جسم بآن‌آویزان است نشان میدهد .(جسم نسبت بسطح‌زمین ساکن است .)

اینك شتاب شعاعی را دراستوا حساب میکنیم سرعت حرکت یك نقطه از محیط‌زمین واقع بر استوا خارج قسمت محیط زمین بردوره تناوب‌آن است یعنی :

$$v=\frac{۲\pi\times۶/۴\times۱۰^{۶}m}{۸/۶۴\times۱۰^{۴}sec}=۴۶۵m/sec$$

لذا داریم :

$$a_R=\frac{v^{۲}}{R}=۰/۰۳۴m/sec^{۲}=۳/۴cm/sec^{۲}$$

بنا براین اگر g_0 برابر $۹/۸۸۰m/sec^{۲}$ باشد اندازه شتاب ظاهری که یك ناظر در استوا مشاهده میکند برابر $۹/۷۶۶m/sec^{۲}$ است .

شتاب شعاعی در استوا ماکزیمم است و هرچه بقطب نزدیکترشویم بسمت صفر میل می‌کند .

جدول ۶ـ۱ تغییرات g درعرض‌های جغرافیائی وارتفاعات مختلف

نام ایستگاه	عرض شمالی	ارتفاع ازسطح دریا	g $m/sec^{۲}$	g $ft/sec^{۲}$
منطقه کانال	۹°	۰	۹/۷۸۲۴۳	۳۲/۰۹۴۴
Jamaica	۱۸°	۰	۹/۷۸۵۹۱	۳۲/۱۰۵۹
برمودا	۳۲°	۰	۹/۷۹۸۰۶	۳۲/۱۵۴۸
Denver	۴۰°	۱۶۳۸	۹/۷۹۶۰۹	۳۲/۱۳۹۲
کمبریج	۴۲°	۰	۹/۸۰۳۹۸	۳۲/۱۶۵۲
Standard Station			۹/۸۰۶۶۵	۳۲/۱۷۴۰
گرین‌لاند	۷۰°	۰	۹/۸۲۵۳۴	۳۲/۲۳۵۳

درجدول ۶ـ۱ تغییرات‌شتاب سقوط‌آزاد g درچندمحل ثبت شده است. علت اختلاف ارقام این است‌که اولا زمین‌کروی نیست . ثانیاً ارتفاع این نقاط از سطح دریا متفاوت است. ثالثاً وزن مخصوص زمین در نقاط‌مختلف متفاوت است . خواهیم دیدکه اختلاف ارقام مذکور بیش ازهمه دراثراختلاف شعاع قطبی و استوائی زمین است .

مسائل

(در کلیه این مسائل $g = ۱۰ m/sec^۲$ فرض شود)

۶ـ۱ گلوله‌ای از گوشه میزی بارتفاع $۱/۲۵ m$ غلتیده بزمین می‌افتد. فاصله‌افقی محل‌برخورد گلوله بازمین ازپایه میز $۳/۱۲۵ m$ است. (a) زمان سقوط. (b) سرعت‌اولیه پرتاب و (c) اندازه وجهت سرعت درحین برخورد بزمین را بدست‌آورید . شکل مناسبی برای حل مسئله رسم کنید .

۶ـ۲ جسمی با سرعت $۱/۵ m/sec$ درامتدادافقی‌ازگوشه میزی بارتفاع $۲/۵ m$ بزمین می‌افتد . (a) فاصله افقی محل‌برخوردگلوله ازپایه میز و (b) مؤلفه‌های قائم افقی سرعت را بدست‌آورید .

۶ـ۳ بمب افکنی‌که بـا سرعت $۸۰ m/sec$ در سطح افقی پـرواز است از ارتفاع $۲۰۰۰ m$ بمبی رارها میکند. (a) چه مدت بمب درهواست. (b) چه فاصله رادراین مدت طی میکند (c) مؤلفه‌های قائم وافقی سرعت را درحین برخورد بزمین پیداکنید .

۶ـ۴ برسطح میزی بارتفاع $۱/۲۵ m$ گلوله‌ای حرکت‌کرده ازگوشه‌آن بزمین می‌افتد درنقطه‌ای بفاصله $۱/۸ m$ ازکناره میز، سرعت گلوله $۶ m/sec$ است ومحل برخورد گلوله بزمین ازپایه میز $۱/۲۵ m$ فاصله دارد ضریب اصطکاك سطح میزچه‌اندازه است ؟

۶ـ۵ توپ گلفی درامتداد افقی ازارتفاع معینی با سرعت $۲۵ m/sec$ پرتاب میشود و $۲/۵$ ثـانیه پس ازپرتاب، بزمین‌میرسد. (a) چه فـاصله قائمی را دراین مدت طی‌کرده است ؟ (b) فاصله افقی طی‌شده دراین مدت چه اندازه است ؟ (c) مؤلفه‌های قائم و افقی سرعت چه اندازه‌اند . امتداد ، جهت واندازه بردار سرعت را دراینحال بدست‌آورید .

۶ـ۶ بمب افکنی باسرعت $۷۵ m/sec$ دارتفاع $۳۲۰ m$ درپروازاست . درسطح زمین نیزیك اتومبیل با سرعت $۲۵ m/sec$ درهمان امتداد وجهت حرکت میکند در چه فاصله‌ای جلوتر ازاتومبیل بمبی ازهواپیما رها شود تابآن اصابت‌کند .

۶ـ۷ بمب‌افکنی‌که درسطح افقی بارتفاع $۸۰۰۰ m$ با سرعت $۲۵ m/sec$ پرواز میکند میخواهد یك‌کشتی را بمباران‌کند . (a) پس ازرهـا شدن بمب، کشتی چه مدت‌وقت دارد تا ازاصابت بمب‌فرارکند. (b) درلحظه قبل ازرها شدن بمب هواپیما تحت چه‌زاویه‌ای ازکشتی دیده میشود .

۶ـ۸ مؤلفه‌های افقی و قائم سرعت توپی درلحظه شروع پرتاب بترتیب ۲۵ و ۳۰ متربرثانیه است . (a) وضع توپ را دوثانیه ، سه ثانیه و شش‌ثانیه پس از پرتاب مشخص کنید. (b) پس ازچه زمانی توپ به‌نقطه اوج میرسد ؟ (c) ارتفاع نقطه اوج ازسطح‌زمین چه اندازه است . (d) پس ازچه زمانی توپ مجدداً بسطح پرتاب برمیگردد ؟ (e) دراین مدت توپ چه فاصله افقی را طی میکند ؟ شکل واضحی رسم‌کرده حل مسئله را بکمك شکل توضیح دهید .

۶ـ۹ توپی را در امتداد 45° بالای افق پرتاب‌میکنیم . (a) درمدتیکه توپ در امتداد افقی $10\ m$ پیش رفته حداکثر ارتفاعی‌که تاآن ارتفاع بالا میرود چه اندازه‌است؟ (b) باهمین‌سرعت اولیه، با چه زاویه‌ای توپ را پرتاب‌کنیم تا بردآن $6/25\ m$ شود ؟ (دوجواب بدست میاید) شکل را درهرسه حالت رسم‌کنید .

۶ـ۱۰ فرض‌کنید درشکل ۶ـ۷ اندازه θ برابر 15° و $x = 5\ m$ است . درحالات زیردرچه نقطه‌ای دوتوپ بهم برمیخورند: (a) سرعت اولیه پرتاب‌گلوله اول $20\ m/sec$ و(b) $5\ m/sec$ باشد. هردومسیررا رسم‌کنید. (c)هرگاه زاویه پرتاب زیرافق باشد باز هم برخورد میتواند وجود داشته باشد ؟

۶ـ۱۱ هرگاه شخصی قادرباشد توپی را حداکثرتا $87/5\ m$ بجلوپرتاب‌کندآنرا تاچه ارتفاعی درامتداد قائم میتواند بالابیندازد سرعت اولیه پرتاب را درهرحالت مساوی فرض‌کنید .

۶ـ۱۲ بازیکری‌توپی‌را باسرعت $15\ m/sec$ درامتداد 45° میزندو بازیکردیگری درهمین‌زمان، از فاصله ۳۰ متری بطرف بازیکر اول میدود تا بتوپ‌برسد. سرعت دویدن دومی چقدرباشد تا درموقع برخورد توپ بزمین بآن رسیده باشد ؟

۶ـ۱۳ تنیس بازی ازارتفاع $1/25\ m$ توپی‌را در امتداد 45° پرتاب میکند و در فاصله افقی$125m$ ازمحل پرتاب، بزمین میخورد . درفاصله $112/5$متراز‌محل پرتاب، یك‌توربدورزمین کشیده‌شده که‌ارتفاع‌آن$10\ m$ است . آیا توپ ازروی توپ‌عبورمیکند یا نه

۶ـ۱۴ (a) سرعت یك پرتابه‌درامتداد قائم‌چقدرباشد تا بارتفاع $2000\ m$ برسد . (b) باچه سرعتی پرتابه درامتداد 45° پرتاب شود تا بهمین ارتفاع برسد ؟ (c) درهردو حالت توپ پس‌ازچه زمانی باین ارتفاع میرسد ؟ (d) درهمین مدت هواپیمائی‌که باسرعت $450\ km/hr$ در پرواز است چه فاصله‌ایرا طی‌میکند ؟

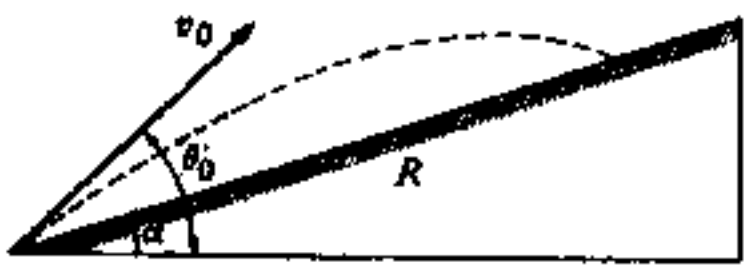
۶ـ۱۵ گلوله یك‌آتشبار ضدهوائی درامتداد 30° پرتاب میشود . چند ثانیه پس‌از شلیك منفجر شود تا در لحظه انفجار ، ارتفاع $1805\ m$ باشد . سرعت اولیه پرتاب $760\ m/sec$ است .

۶ـ۱۶ در یکی از مسابقات المپیك رکوردهای زیربدست‌آمده‌است. پرش ارتفاع ۲/۱۶ m پرش طول ۸/۰۶m پرتاب وزنه ۱۸/۵۷m . فرض کنیم این رکوردها در محلی که $g = 9/78 m/sec^2$ است انجام میشد رکوردها چقدرتغییرمیکرد؟ (ازدیفرانسیل استفاده کنید) درمحل مسابقه $g = 9/80 m/sec^2$ است .

۶ـ۱۷ خمپاره‌اندازی گلوله‌ای را با سرعت ۶۲/۵m/sec درامتداد ۵۳° بالای‌أفق پرتاب میکند . تانکی از روبرو با سرعت ۲۵m/sec بآن نزدیك میشود . از چه فاصله‌ای بآن‌شلیك کند تاآنرا مورداصابت خمپاره قراردهد .

۶ـ۱۸ سرعت اولیه پرتاب خمپاره‌ای ۱۰۰m/sec است . با کدام دو زاویه‌آنرا پرتاب‌کنند تابه هدفی درفاصله ۴۸۰m برسد . (a) حداکثرارتفاع خمپاره را درهریك از دوپرتاب بدست‌آورید . شکل تقریبی هردو پرتابرا رسم‌کنید .

۶ـ۱۹ ازپائین سطح شیب داری بشیب α پرتابه‌ای بازاویه θ_0 مطابق شکل ۶ـ۲۰ پرتاب میشود . (a) بردR را درطول‌سطح‌شیب‌دارحساب کنید . (b) نشان دهیدکه اگر α برابرصفرشود برد با برد افقی برابر میشود .



شکل ۶ـ۲۰

۶ـ۲۰ بمب افکنی درحالیکه درامتداد ۵۳° زیرسطح افق‌روبپائین میاید درارتفاع ۳۷۵ m بمبی را رهامیکند . ۵ ثانیه پس از رها شدن بمب، بزمین اصابت میکند . (a) سرعت بمب‌افکن چندمتر برثانیه است ؟ (b) بمب ازلحظه رها شدن ببعد، چندمتر درامتداد افق پیش می‌رود . (c) مؤلفه‌های افقی و قائم سرعت بمب را لحظه‌ای پس از رها شدن بدست‌آورید .

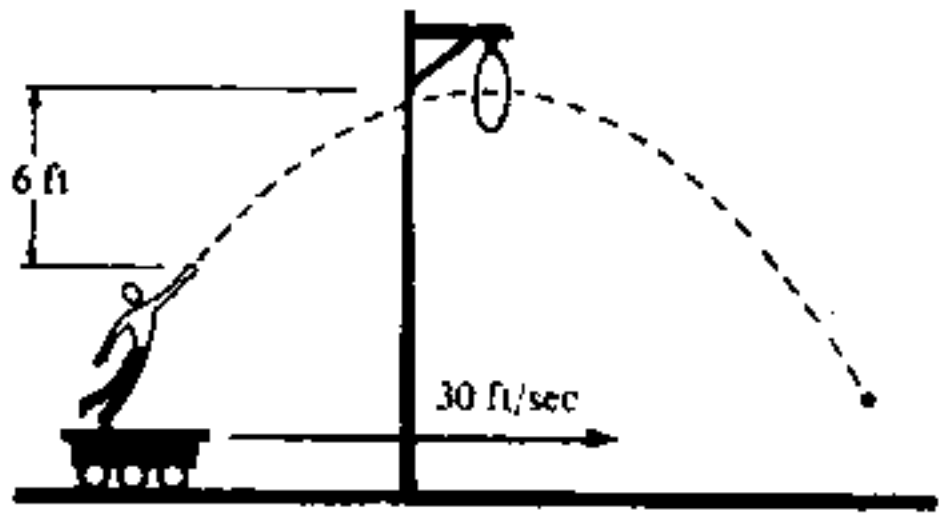
۶ـ۲۱ سنگی بوزن ۳۰n ازبالای پرتگاهی سقوط میکند وباد نیروی ثابت ۲۰n برآن وارد میکند،آیا مسیرسقوط خط مستقیم ، سهمی یا شکل دیگری است ؟ بحث کنید .

۶ـ۲۲ قطعه یخی‌روی سطح شیروانی بشیب ۳۰° ، ۶/۲۵ m لغزیده از گوشه بام که ۶/۲۵m بالای سطح‌زمین‌است‌می‌افتد؟ هر گاه عرض‌پیاده‌رو زیرساختمان ۳/۲ m باشد قطعه‌یخ درپیاده‌رو میافتدیا درخیابان ؟

۶ـ۲۳ مرحله دوم یك راکت ، که ماهواره‌ای را بمدار زمین‌میبرد، در ارتفاع ۲۱۰ km بالای سطح زمین شروع بکارمیکند ودراین هنگام، سرعت‌آن ۱۷۷۰۰ km/hr است. همینکه راکت بارتفاع ۴۸۳ km رسید، تغییر جهت داده درسطح افقی (موازی سطح زمین) شروع بحرکت میکند . فرض‌کنید زمین مستوی و g ثابت است.(a) جهت حرکت راکت را درارتفاع ۲۱۰ km مشخص‌کنید . (b) فاصله افقی راکه راکت حین رفتن از

ارتفاع ۲۱۰km به ۴۸۳km طی میکند بدست آورید . (c) تندی راکت درارتفاع ۴۸۳ km بدست‌آورید . (d) درارتفاع ۴۸۳km مرحله سوم‌بکار افتاده مرحله دوم‌آن بزمین سقوط‌میکند . درحین سقوط، فاصله افقی طی‌شده چه اندازه است .

۶ـ۲۴ مطابق شکل ۶ـ۲۱ مردی برروی ارابه‌ای‌که با سرعت ۳۰ft/sec در حرکت است ایستاده این شخص میخواهد توپی راطوری پرتاب کند که مطابق‌شکل ازحلقه‌ای واقع‌درارتفاع ۱۶ft بالای‌دستش‌عبور کند . وقتی‌توپ ازحلقه عبورمیکند جهت حرکت آن افقی است . سرعت پرتاب توپ نسبت به دست شخص ۴۰ft/sec است . (a) مؤلفه قائم سرعت اولیه‌آن چه اندازه است . (b) چند ثانیه پس ازپرتاب ، توپ از حلقه عبور می‌کند . (c) در چه فاصله افقی از حلقه باید توپ را رهاکرد تا از حلقه عبور کند .



شکل ۶ـ۲۱

۶ـ۲۵ در لحظه $t = 0$ متحرکی با سرعت ۱۰cm/sec بطرف مشرق در حرکت است در لحظه $t = 2sec$ جسم درامتدادیکه باشمال‌زاویه ۲۵° بطرف مشرق میسازد باسرعت ۱۲cm/sec بحرکت خود ادامه میدهد . اندازه و جهت بردارتغییرسرعت وشتاب متوسط را بدست‌آورید .

۶ـ۲۶ اتومبیلی‌محیط دایره‌ای را که ۲۰۰۰ m است باتندی ثابت ۲۰m/sec طی‌میکند . (a) با رسم شکل‌بردار سرعت رادرابتدا وانتهای $\Delta t = 5sec$ مشخص کنید . هر سانتیمتررامعادل ۱۰m/sec فرض کنید. (b) بردارتغییرسرعت Δv رادراین‌فاصله‌زمانی‌بدست آورید . (c) شتاب متوسط $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ را دراین فاصله زمانی حساب کنید . (d) شتاب شعاعی $\frac{v^2}{R}$ چه اندازه است ؟ (e) هرگاه عرض مسیر ۱۰m باشدکناره خارجی جاده ازکناره داخلی آن چقدر بالاترباشد تا ازلغزش عرضی اتومبیل جلوگیری شود .

۶ـ۲۷ شعاع مدارزمین بدورخورشید $۱۵ \times ۱۰^۷ km$ است وزمین این مدار را در ۳۶۵ روز طی میکند . (a) اندازه سرعت خطی‌زمین برمدار چند km/hr است ؟ (b) شتاب شعاعی‌آن چندمتربرثانیه است ؟

۶ـ۲۸ طول‌پروانه یك هلیکوپترچهار پروانه‌ای ۱/۵m است‌ودر دقیقه ۱۵۰۰ دور میچرخد . (a) سرعت خطی انتهای پروانه چند m/sec است ؟ شتاب خطی انتهای

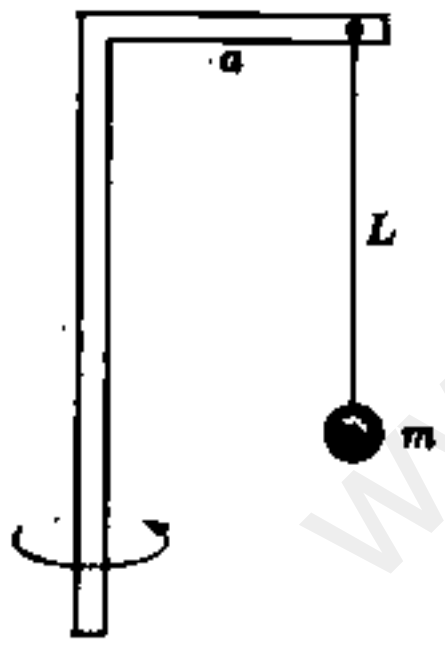
پروانه چندبرابر شتاب ثقل‌است؟ (c) هرگاه اسبابی بجرم ۱۰۰gm برای اندازه‌گیری فشار، در انتهای پروانه نصب‌کنیم، چه‌نیروی‌جذب بمرکزی برآن وارد میشود؟ این نیرو را باوزن دستگاه مقایسه کنید.

۶ـ۲۹ وزنه‌ای بجرم یك‌کیلوگرم‌بانتهای نخی بطول یك متربسته شده‌که حداکثر کشش ۵۰۰نیوتون‌را میتواند تحمل‌کند. وزنه راروی سطح افقی بدون‌اصطکاکی میچرخانیم (طرف دیگرنخ بنقطه‌ای واقع درسطح افقی بسته شده است.) حداکثربا چه سرعت زاویه‌ای وزنه را میتوان چرخانید بی‌آنکه نخ پاره شود.

۶ـ۳۰ شاهراهی‌دارای‌یك پیچ ۹۰°است. هرگاه سرعت وسائط نقلیه ۹۰km/hr باشد و فرض‌کنیم که نیروی جذب بمرکزمؤثر برهروسیله نقلیه از $\frac{۱}{۱۰}$ وزن آن تجاوز نکند شعاع پیچ چندکیلومتراست.

۶ـ۳۱ هرگاه جسمی روی صفحه‌گرامافونی بفاصله ۶cm قرارگیرد و صفحه در دقیقه ۷۸دوربزند، جسم شروع بلغزش میکند (a) ضریب اصطکاك حالت سکون چه‌اندازه است. (b) هرگاه صفحه ۴۵ دوردقیقه‌بچرخد، حداکثرفاصله جسم از مرکزچقدر باشد تا نلغزد.

۶ـ۳۲ (a) دستگاه شکل ۶ـ۲۲ را چنددور در ثانیه بدور خود بچرخانیم تازوایه امتداد نخ با محورقائم ۴۵° شود. (b) دراین حال کشش مؤثربرنخ چه اندازه است؟ (c) هرگاه دستگاه باسرعت۱/۵ دوردرثانیه بچرخدزاویه θ رامشخص‌کنید. (رابطه‌ای بین θ و n تعداد دوردرثانیه طول a میله و L طول طناب و شتاب ثقل g پیداکنید و سپس مقادیر عددی را درآن قرار دهید).

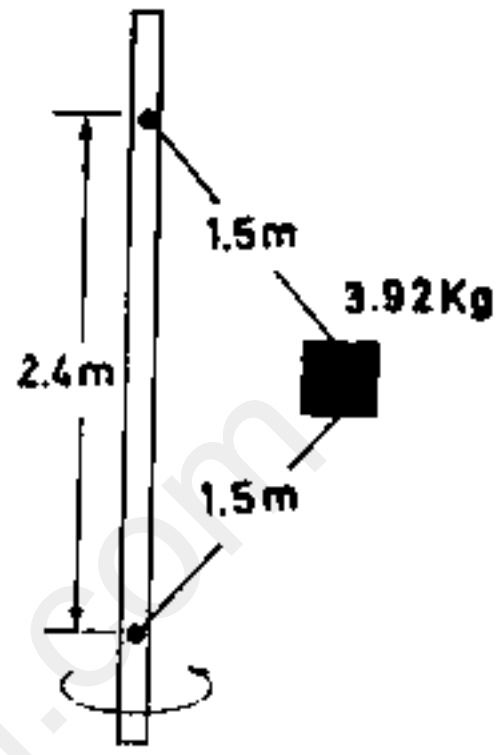


شکل ۶ـ۲۲

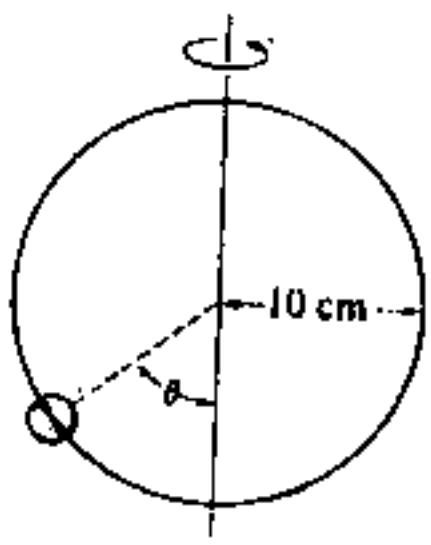
۶ـ۳۳ چرخ فلکی تشکیل شده است ازیك محورقائم و عده‌ای میله افقی‌که بصورت اشعه‌ای به محوروصل‌است. بانتهای دیگرهریك ازاشعه مذکور طنابهائی بطول ۴/۸m بسته شده که یك صندلی بآن‌آویزان است. فاصله نقطه اتصال طناب از محور ۲/۴m است. (a) هرگاه چرخ فلك‌چنان بچرخد،که طناب حامل، صندلی با امتداد قائم‌زاویه ۳۰° بسازد سرعت زوایه آن چه اندازه است. (b) آیا زاویه انحراف طناب بوزن شخص بستگی دارد یا نه؟

۶ـ۳۴ مطابق‌شکل۶ـ۲۳ وزنه ۳/۹۲kg با دوطناب۶ـ۲۳ بمیله قائمی‌مربوط‌اند.

وقتی‌دستگاه، حول محور قـائم (میله) میچرخددوطناب مطابق شکل کشیده می‌شوند . (a) سرعت زاویه‌ای چرخش چه‌اندازه‌باشد تاکشش درطناب بالائی‌برابر $73/5n$ شود ؟ (b) کشش در طناب پائینی در این حال چه اندازه است ؟ $g=9/8 m/sec^2$



شکل ۶ـ۲۳



شکل ۶ـ۲۴

۶ـ۳۵ سیمی مطابق شکل ۶ـ۲۴ حلقه شده ودانه تسبیحی درآن است‌که حرکت‌آن روی حلقه بدون اصطکاك فرض میشود . حلقه را حول قطرقائم خود بـاسرعت زاویه‌ای دو دور برثانیه بحرکت در میاوریم . (a) زوایه θ راکه بـازاءآن دانه‌تسبیح، در امتداد قائم بحال تعادل است بدست‌آورید . (حرکت دانه‌تسبیح درامتداد شعاع چرخش، شتاب شعاعی دارد) . (b) آیـا دانه تسبیح میتواندآنقدربالا رودکه روی قطرقرارگیرد ؟ (c) هرگاه سرعت حرکت حلقه یك دور برثانیه باشد θ چقدراست .

۶ـ۳۶ شعاع پیچ جاده‌ای ۲۰۰ متراست وجاده برای سرعت $45\ km/kr$ ساخته شده است . هرگاه اتومبیل باسرعت $90/km/hr$ دراین پیچ حرکت‌کند حداقل ضریب اصطکاك چقدر باشد تا اتومبیل نلغزد ؟

۶ـ۳۷ معمولا وقتی هواپیمائی دردو دقیقه یك دور بـرمحیط دایره‌ای درسطح افقی بچرخد میگویند دورزدن‌آن ستاندارد است. (a) هرگاه‌سرعت خطی هواپیما $25\ m/sec$ بـاشد، زاویه‌انحراف بال چه اندازه است . (b) شعاع دایره مسیرچه انـدازه است . (c) نیروی جذب بمرکز، چند برابر وزن است .

۶ـ۳۸ شعاع مسیردرشکل ۶ـ۱۶ برابر $40\ cm$ وجرم جسم $100\ gm$ است. (a) حداقل سرعت در پـائین‌ترین نقطه چقدرباشد تا جسم به بالاترین نقطه مسیر برسد ؟ (b) هرگاه سرعت، دربالاترین‌نقطه دوبرابر این «حداقل سرعت» باشد ، نیروئی‌که از طرف جسم برمسیروارد میشود (دربالاترین نقطه) چقدر است .