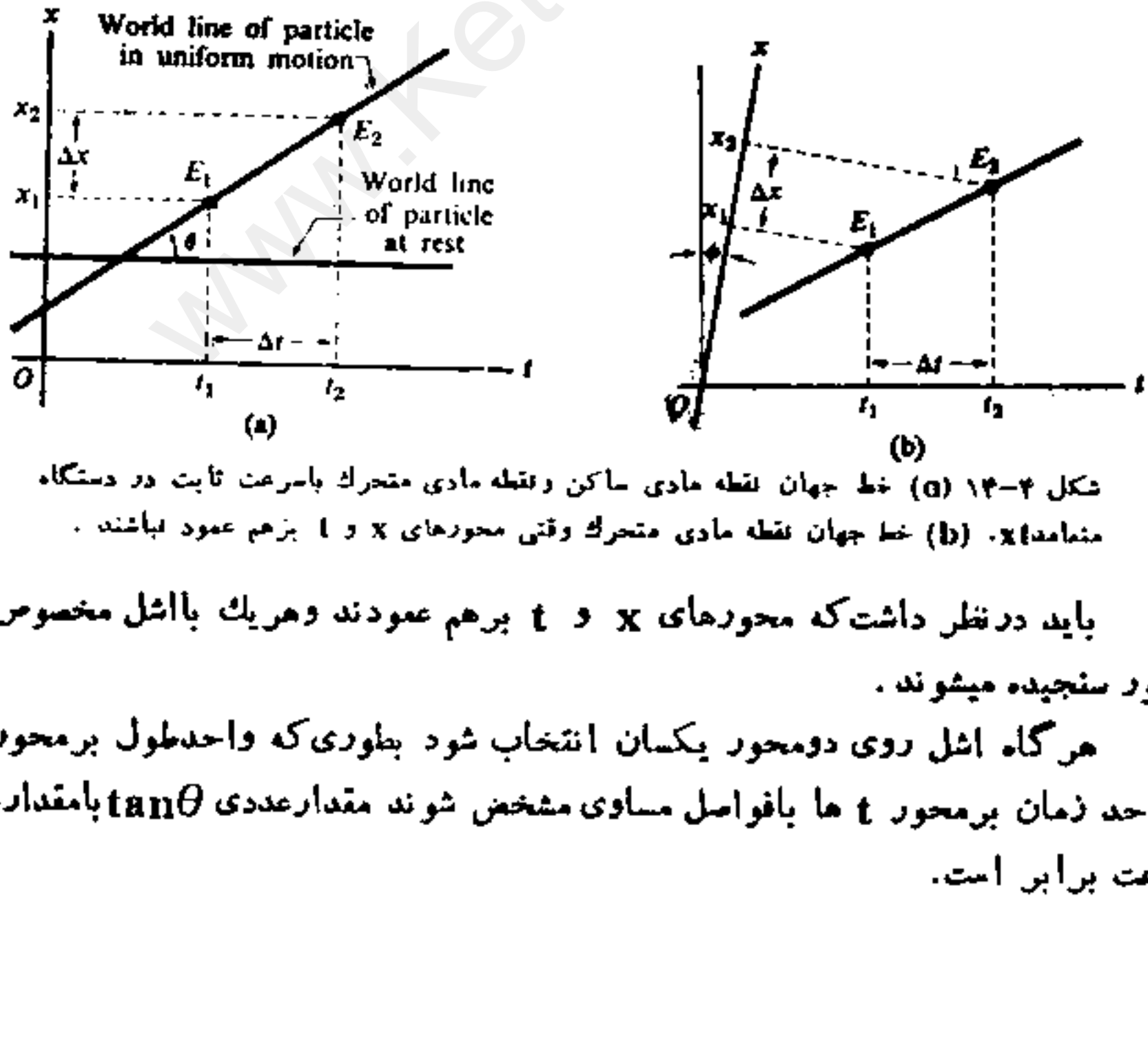
جسمی مانند P در شکل ۴-۱(a) در نظر گیرید که در امتداد محور x ها حرکت میکند. وقتی درلحظه t جسم مختصات x را دارد وضع مکانی ـ زمانی جسم راکه x و t است یك حادثه event مینامیم . (درحالت کلی جسم دارای سه مختصات مکانی ویك مختص زمانی است). بنابراین اگرمطابق شکل ۴-۱(b) x را روی محور قائم و t را روی محور افقی ببریم هرنقطه ازصفحه xt میتواند معرف یك حادثه باشد.

مکان هندسی حوادثی که درصفحه xt درزمانهای مختلف وضع یك نقطه مادی متحرك را مشخص کند درنظریه نسبی خط جهان یا world line آن نقطه مادی می‌نامند . بنابر این خط جهان یك نقطه ساکن خط افقی است [شکل۴-۱۴(a)] ومنحنی شکل۴-۱ (b) خط جهان نقطه P شکل ۴-۱(a) است . خط موربشکل ۴-۱۴(a) نیزخط جهان نقطه‌ایست که باسرعت ثابت بطرف راست حرکت میکند. در زمان t_1 مختصات مکانی نقطه مادی x_1 است. t_1 و x_1 حادثه E_1 ونیز t_2 و x_2 حادثه E_2 رامشخص میکنند. این دوحادثه فاصله مکانی (یافاصله فضائی) $\Delta x = x_2 - x_1$ وفاصله زمانی $\Delta t = t_2 - t_1$ را دارا میباشند چنانکه قبلا گفتیم سرعت یك نقطه مادی ازرابطه زیر بدست میآید:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \tan\theta \qquad (۳۱-۴)$$



شکل ۴-۱۴ (a) خط جهان نقطه مادی ساکن ونقطه مادی متحرك باسرعت ثابت در دستگاه منتخاب xt. (b) خط جهان نقطه مادی متحرك وقتی محورهای x و t برهم عمود نباشند .

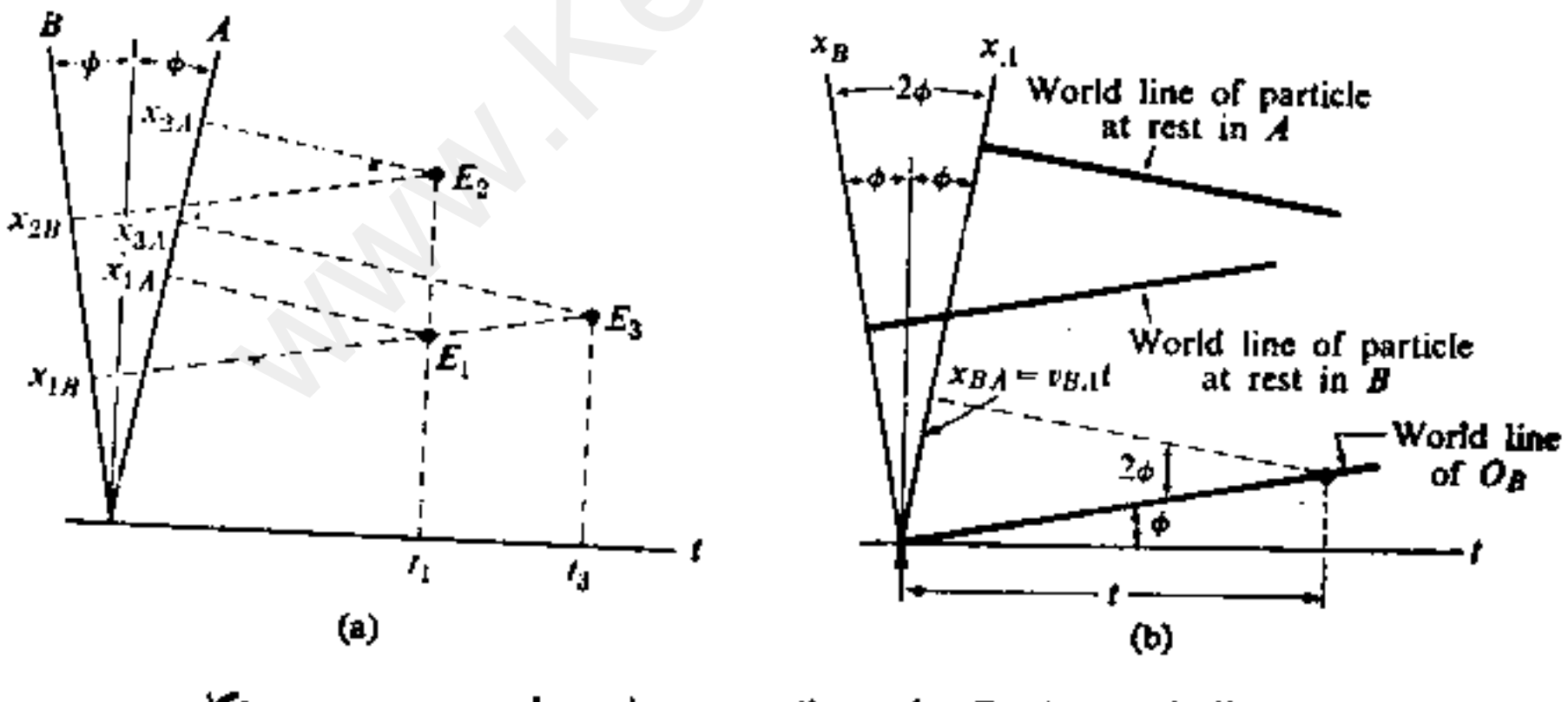
باید درنظر داشت که محورهای x و t برهم عمودند وهریك بااشل مخصوص بآن محور سنجیده میشوند .

هرگاه اشل روی دومحور یکسان انتخاب شود بطوری که واحدطول برمحور x ها وواحد زمان برمحور t ها بافواصل مساوی مشخص شوند مقدارعددی $\tan\theta$ بامقدارعددی سرعت برابر است.

معمول براین است که محور x ها ومحور t ها برهم عمود اختیـار شوند ولی این انتخاب الزامی نیست. مثلا میتوان حوادث ۴ـ۱۴(a) راکه در دستگاه متعـامد نشانداده شده‌اند درشکل ۴ـ۱۴(b) دردستگاه غیرمتعامد نشانداد .

درسال ۱۹۶۲ R.W. Brehme نشانداد که هرگاه دودستگاه A و B با سرعت ثابت نسبت‌بهم درحرکت باشند، یعنی هرگاه v_{AB} و v_{BA} ثابت بمانند میتوان حوادثی‌راکه درهردودستگاه اتفاق می‌افتد باروش مذکوردرشکل۴ـ۱۴(b) دریك‌دیاگرام نشانداد. مطابق شکل ۴ـ۱۵(a) محور افقی‌را محور t ها انتخاب کرده دومحور AوB که نسبت به‌خط‌عمودبرt متقارن وقدرمطلق زاویه‌آنهابا خطمذکور φ است محورهای‌x ها فرض میشوند . حادثه E_1 که درزمان t_1 اتفاق می‌افتد نسبت بدستگاه A دارای مختصات مکانی x_{1A} دردستگاه B دارای مختصات مکانی x_{1B} است . E_2 درهمان زمان E_1 اتفاق می‌افتد. E_1 و E_2 را دوحادثه‌آنی‌یاهمزمان Simultaneous events مینامند . دردستگاه A فاصله‌مکانی درحادثه $x_{2A}-x_{1A}$ ودردستگاه B این‌فاصله‌مکانی $x_{2B}-x_{1B}$ است. دوحادثه E_1 و E_2 در دستگاه B دریك نقطه اتفاق می‌افتد فاصله زمـانی این دو حادثه t_2-t_1 وفاصله مکانی‌آنها دردستگاه A برابر $x_{2A}-x_{1A}$ میباشد .

خط جهان یك نقطه ساکن در دستگاه A خطی‌است که مطابق شکل۴ـ۱۵ (b) بر محور A عمود شده باشد ونیز دردستگاه B خطی‌است عمود برمحور B . بخصوص خط



(a) (b)

شکل ۴ـ۱۵ دیاگرام Brehme برای پیداکردن مختصات حوادث نسبت به دو دستگاه مختصات A و B که با سرعت ثابت نسبت بهم درحرکت اند.

جهان O_B (مبدأ دستگاه B) را در نظرگیرید.هرگاه درزمان t طول این خط L باشد بنابرشکل ۴ـ۱۵(b) داریم :

$$L\sin 2\varphi = x_{BA} \quad و \quad L\cos\varphi = t$$

چون سرعت v_{BA} مقدار ثابتی است پس داریم :

$$v_{BA} = \frac{x_{BA}}{t} = \frac{L\sin 2\varphi}{L\cos\varphi} = \frac{2\sin\varphi\cos\varphi}{\cos\varphi}$$

لذا:

$$v_{BA} = 2\sin\varphi$$

یعنی رابطه‌ای بدست‌آمدکه با دردست داشتن سرعت نسبی دومحور میتوان زاویه φ را مشخص‌کرده دیاگرام را رسم نمود .

دررسم دیاگرام انتخاب اشل برمحور x ها و t ها باید مورد توجه قرار گیرد هرگاه واحد v_{BA} مساوی $1\,m/sec$ باشد و هر اینچ روی محور t ها معادل k_t ثانیه و هراینچ روی محور xها معادل k_x متر فرض‌شود داریم :

$$k_t L\cos\varphi = t \qquad k_x L\sin 2\varphi = x_{BA}$$

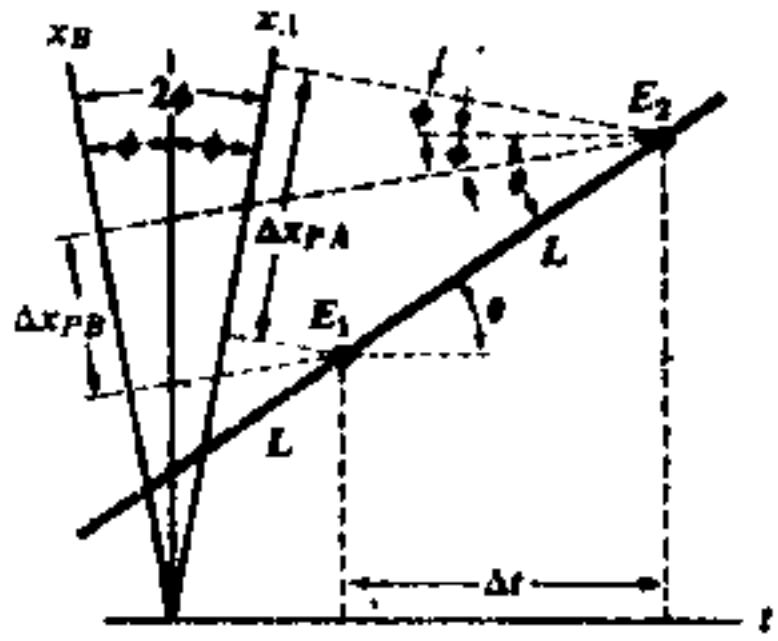
و :

$$\sin\varphi = \frac{1}{2}\frac{k_t}{k_x} v_{AB}$$

مثلا اگر $k_x = 10m$ و $k_t = 1sec$ و $v_{AB} = 5m/sec$ باشد داریم :

$$\sin\varphi = \frac{1}{2}\frac{k_t}{k_x}\quad v_{AB} = \frac{1}{2}\times\frac{1\,sec}{10\,m}\times 5\frac{sec}{m} = 0{,}25$$

$$\varphi = 14{,}5^\circ$$



شکل۱۶ـ۴ خط جهان‌یك نقطه مادی‌که در امتداد محور x ها باسرعت ثابت در حرکت است

شکل ۴ـ۱۶ خط جهان نقطه مادی P را که در امتداد محور x ها با سرعت‌ثابت

درحرکت است نشان میدهد . حوادث E_1 و E_2 دو وضع نقطه مادی مذکور را نشان میدهند . فاصله زمانی بین دو حادثه مذکور Δt و فاصله مکانی در دستگاه‌های A و B بترتیب Δx_{PA} و Δx_{PB} فرض میشوند خواهیم داشت :

$$\Delta x_{PA} = L\sin(\theta+\varphi) \qquad \Delta x_{PB} = L\sin(\theta-\varphi) \qquad \Delta t = L\cos\theta$$

سرعت نقطه مادی نسبت به دو دستگاه عبارتند از :

$$v_{PA} = \frac{\Delta x_{PA}}{\Delta t} = \frac{\sin(\theta+\varphi)}{\cos\theta} = \tan\theta\cos\varphi + \sin\varphi$$

$$v_{PB} = \frac{\Delta x_{PB}}{\Delta t} = \frac{\sin(\theta-\varphi)}{\cos\theta} = \tan\theta\cos\varphi - \sin\varphi$$

هر گاه دوفرمول فوق را بافرمول ۴ـ۳۱ که سرعت جسم‌را در دستگاه t و x نشان میدهد مقایسه کنیم داریم :

$$v_{PA} - v_{PB} = 2\sin\varphi = -v_{BA}$$

و

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA} \qquad (۴-۳۲)$$

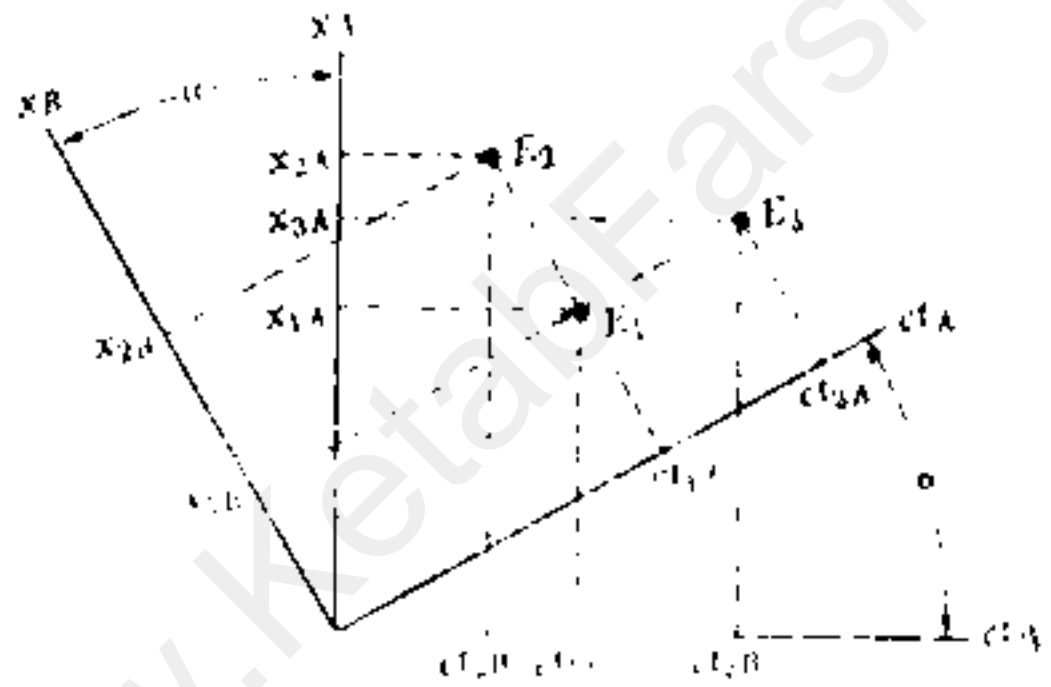
بنابراین دیاگرام فوق روش هندسی ساده‌ایست برای بدست آوردن فرمول۴ـ۲۹. درفرمول ۴ـ۳۲ اندیس x حذف شده است زیرا در اول حرکت را فقط در امتداد محور x ها فرض کردیم .

۴ـ۱۱ ، ترانسفورماسیون لورنس اینشتین

از آنچه درشکل ۴ـ۱۶ نشان داده شده است نتیجه میشودکه هیچ جسمی نمی‌تواند باسرعت مافوقی حرکت کند بطوریکه اندازه سرعت آن در دو دستگاه مختصات A و B یکی باشد زیرا هیچ پاره خطی پیدا نمیشودکه برمحورهای A و B دوتصویر مساوی‌داشته باشد (تنها خطی‌که دو تصویر مساوی بردومحور B و A دارد خطی‌است که‌برمنصف‌الزاویه A و B عمود باشد اما این خط متعلق بسرعت بینهایت است). اما تجربه مایکلسن‌ـمرلی Michelson–Morley نشان میدهدکه یك سرعت ثابت وجود دارد که هم مقدارآن محدود است وهم نسبت بدستگاه های مختلف اندازه آن یکی است . این سرعت ، سرعت نور است ودر فصل اول تداخل امواج نورانی یعنی انترفرانس Inerference درباره

تجربه‌مایکلسن بحث خواهدشد . بنابراین یکی از اصول مفروض در توضیح مربوط بشکل ۴-۱۶ صحیح نیست.اینشتین Einstein اولین بار دریافت که فرض غلط این است که نمیتوان یك زمان t که جنبه جهانی داشته و برای تمام دستگاه های مختصات قابل قبول باشدانتخاب نمود. بعبارت دیگر زمان t_A که حادثه ابرا در دستگاه مختصات A مشخص میکند و زمان t_B که معرف همین حادثه در دستگاه B است (هرگاه A و B نسبت بهم متحرك باشند) الزاماً یکی نیستند .

هرگاه دیاگرام Brehme را بدین منظور برای دودستگاه A و B رسم کنیم میتوان رابطه بین t_A و t_B را بطریق هندسی نمایش داد . و این در شکل ۴-۱۷ نشان داده شده است . علاوه برمحورهای مکانی A و B باید دومحور متناظر زمانی برای زمان انتخاب شود.زاویه بین دومحور زمانی برابر زاویه بین دومحور مکانی انتخاب میشود و برای آسانی این زاویه را برابر α (بجای ۲۷°) فرض میکنیم . (شکل ۴-۱۷)



شکل ۴-۱۷ دیاگرام Brehme برای دو دستگاه A و B در حالت نسبی

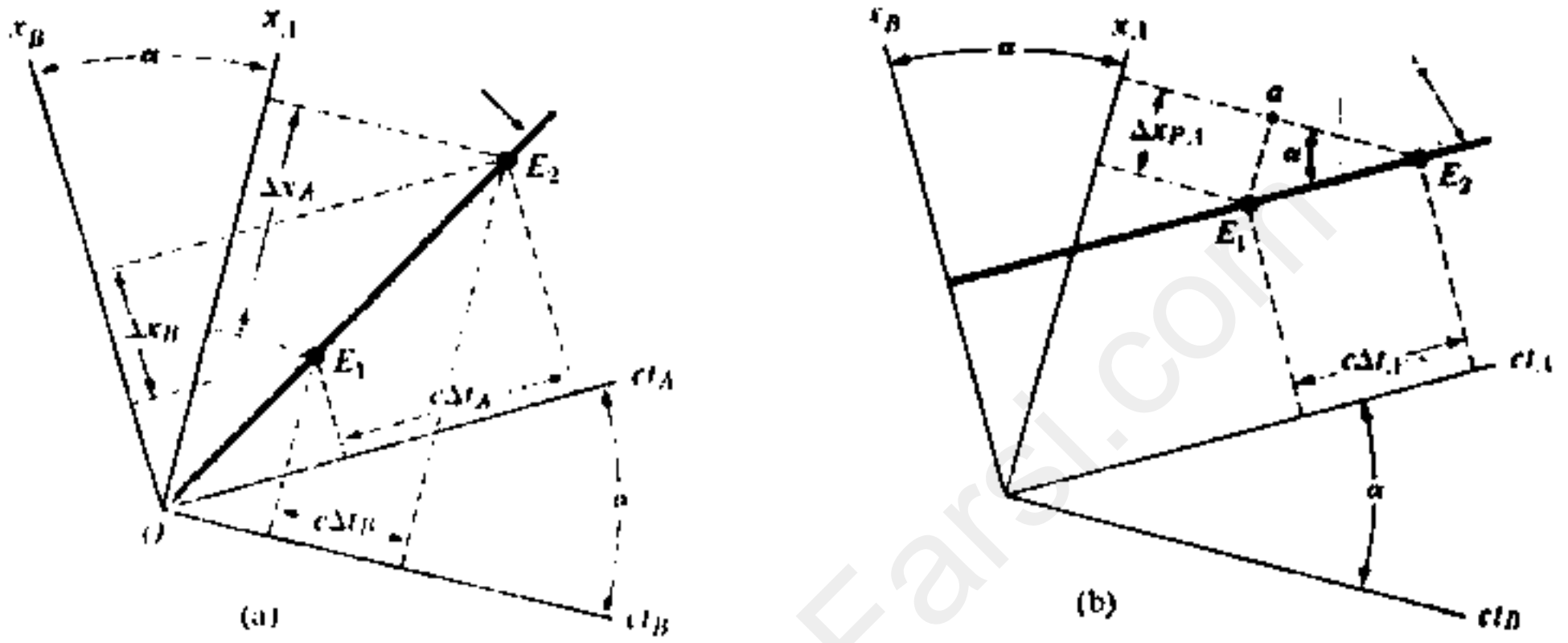
همچنین بجای اندازه‌های l مقادیر t_l را روی محور زمان انتخاب میکنیم . c سرعت سیر نور است .

این بدین معنی است که اگر فرضاً هر اینچ از محور مکانی معادل یك متر انتخاب شود هر اینچ از محور زمان نیز معادل یك‌متر باید انتخاب شود . پس $1\,in = 1\,t$ وچون $c = 3 \times 10^8 m/sec$ است و $t = 3/3 \times 10^{-9} sec$ خواهد بودیعنی‌هر اینچ ازمحور زمان معادل $3/3 \times 10^{-9} sec$ میباشد .

حادثه E_1 که در دستگاه A درشکل ۴-۱۷ با مختصات مکانی x_{1A} و زمانی t_{A1}

مشخص میشود، در دستگاه B دارای مختصات x_{1B} و t_{1B} میباشد.

حادثه E_2 کـه در دستگاه A همزمان با حـادثه E_1 است در دستگاه B با آن همزمان نیست ودرحادثه بترتیب بازمان t_{2B} و t_{1B} مشخص میشود . دوحـادثه E_1 و E_2 در دستگاه B بایك‌مختص مکانی یعنی x_{1B} مشخص میشوند ولی‌درهردو دستگاه با زمانهای متفاوت ازیکدیگر متمایزند .



شکل ۴-۱۸ (a) خط جهان یك‌ذره نور که ازمبدأ مختصات شروع بحرکت میکند . (b) خط جهان ذره ساکن P در دستگاه B

خط جهان یك ذره نوراز مبدأ مختصات حرکت میکند منصف الزاویه‌بین‌محورهای زمانی ومکانی هردو دستگاه است . هرگاه دوحادثه E_1 و E_2 را روی این دوخط درنظر گیریم با درنظرگرفتن تقارنی‌که دو محور نسبت به این خـط دارند [شکل۴-۱۸(a)] میتوان نوشت :

$$\Delta x_1 = c\,\Delta t_A \qquad \Delta x_B = c\,\Delta t_B$$

سرعت نور دردستگاه A برابراست‌با:

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = c$$

وسرعت دردستگاه B ازرابطه زیر بدست‌میآید :

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = c$$

چون سرعت درهریك ازدو دستگاه مذکور [شکل ۴-۱۸ (a)] را بر نسبت‌مختصات

مکانی به مختصات زمانی‌است نتیجه میشود که **سرعت‌نور درهردودستگاه یکی است واین با** نتایج تجربی حاصل‌از آزمایش مایکلسن مرلی موافق است وناچاراً باین نتیجه میرسیم‌که رابطه‌بین‌زمان‌در دو دستگاه همانطوریست‌که فوقاً نشان داده‌ایم .

اکنون مقدار زاویه α را حساب میکنیم . درشکل ۴ـ۱۸ (b) دوحادثه E_1 و E_2 مربوط به نقطه مادی ساکن P شکل ۴ـ۱۱مشخص شده‌است . از آنجا که P نسبت به B ساکن‌است‌پس $v_{PA}=v_{BA}$ امادرمثلث E_1E_2a بادر نظر گرفتن $v_{PA}=v_{BA}$ نتیجه‌میشود:

$$\Delta x_{PA}=c\Delta t_A \sin\alpha$$

لذا

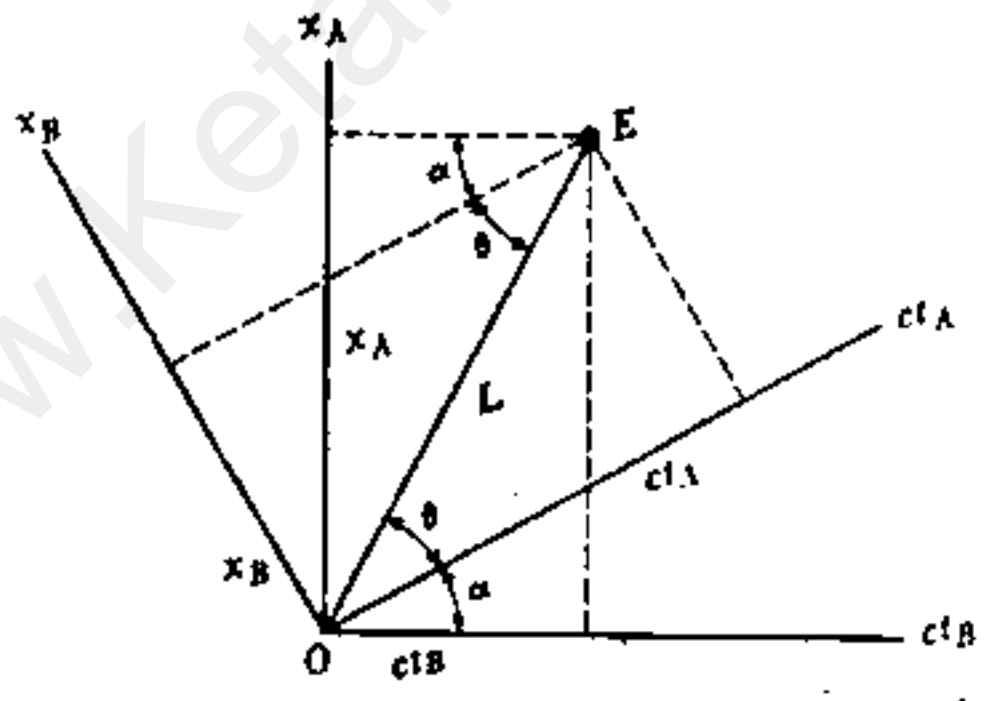
$$y_{PA}=\frac{\Delta x_{PA}}{\Delta t_A}=c\sin\alpha$$

ودر نتیجه

$$v_{BA}=c\sin\alpha \qquad \sin\alpha=\frac{v_{BA}}{c}$$

یعنی سینوس زاویه α برابرنسبت سرعت نسبی دو دستگاه به سرعت سیر نور است .
نتیجه میگیریم که :

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-v^2_{BA}/c^2}$$



شکل ۴ـ۱۹ نحوه پیدا کردن فرمول ترانسفورماسیون لورنس

اکنون‌معادلات‌ترانسفورماسیون‌نسبی که‌مختصات‌یك حادثه را در دو دستگاه‌بهم مربوط‌میکند بدست میآوریم. هرگاه L طول خط واصل بین‌حادثه E و مبدأO باشد میتوان نوشت :

$$\begin{aligned} x_A &= L\sin(\theta+\alpha) \\ x_B &= L\sin\theta \\ ct_A &= L\cos\theta \\ ct_B &= L\cos(\theta+\alpha) \end{aligned} \qquad (۴-۳۳)$$

از این فرمولها نتیجه میشود که :

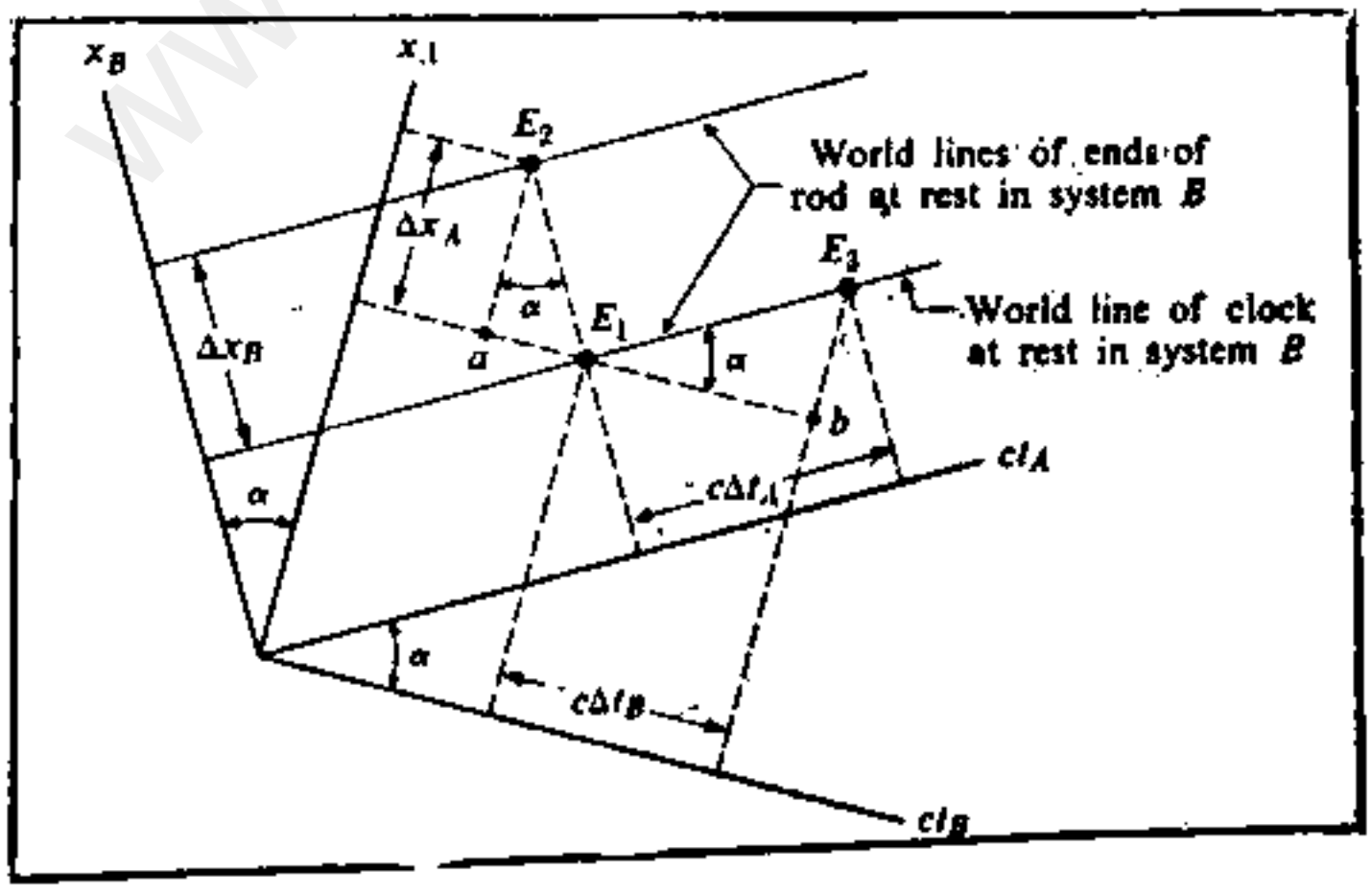
$$x_A = \frac{x_B + ct_B \sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{x_B + v_{BA} \cdot t_B}{\sqrt{1 - v^2_{BA}/c^2}} \qquad (۳۴-۴)$$

$$ct_A = \frac{ct_B + x_B \sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{ct_B + v_{BA} x_B/c}{\sqrt{1 - v^2_{BA}/c^2}} \qquad (۳۵-۴)$$

هرگاه فرمول‌های فوق را با فرمولهای ۴ـ۲۷ و ۴ـ۲۸ که بر اساس ترانسفور ـ ماسیون گالیله نیوتون بدست آمده است مقایسه کنیم ملاحظه میکنیم که اگر v_{BA} دربرابر c ناچیز فرض شود ($c = \infty$) دو دسته فرمول یکی‌هستند . دیده میشود که مختصات مکانی یك حادثه در دستگاه A به زمان t_B وبه سرعت نسبی دودستگـاه بستگی دارد وزمان یك حادثه در A به مختصات مکانی x_B آن در دستگاه دیگر مربوط است .

هرگاه سرعت جسم فقط درامتداد محور x ها دارای مؤلفه باشد مختصات y و z یك حادثه درهردو دستگـاه یکی است .

فرمولهای ۴ـ۳۴ و ۴ـ۳۵ و فرمولهای نظیر x برای محورهای y و z را جمعاً **معادله ترانسفورماسیون لورنس اینشتین درنسبیت خاص** مینـامند . لورنس این معادلات را فقط برای امواج الکتریکی ومغناطیسی‌که توسط دوناظر فرض متحرك نسبت بیکدیگر مشاهده میشود. نوشت ولی اینشتین‌آنرا برای‌انواع متحرك‌ها تعمیم داد .



شکل ۴ـ۲۰ نمایش هندسی برای محاسبه تقلیل طول وزمان

یکی از نتایج غیرمنتظره حاصل ازنظریه نسبی خاص‌اینست‌که هرگاه طول میله‌ایرا نسبت به دو دستگاه مختصات که یکی در امتداد طول این میله درحرکت ودیگری نسبت‌به آن ساکن است بسنجیم طول میله دردستگاه متحرك کوتاهتـراز طول‌آن دردستگاه ساکن بدست میآید . فرض‌کنیم متحرك B شکل ۴ـ۱۱ میله‌ایرا که در امتداد حرکت آن قرار دارد با خود میبرد . (موازی محور x ها) دو خط جهان دو انتهای میله بر محور x_B دیاگرام Brehme که در شکل ۴ـ۲۰ نشان داده شـده است عمود میباشند وطول میله در این دستگاه برابر است با Δx_B .

برای اندازه‌گیری طول میله در دستگاه A وضع‌ابتدا و انتهای آنرا برمحور زمان ومحور طول دستگاه A مشخص میکنیم. حوادث E_1 و E_2 که درشکل ۴ـ۲۰ نشـان داده شده است دو انتهای میله را دریك‌آن‌دردستگاه A مشخص میکند. فاصله Δx_A یعنی‌تفاضل x_A ابتدا و انتهای میله طول میله در دستگاه A است . ازمثلث E_1E_2B پیداست‌که :

$$\Delta x_A = \Delta x_B \cos\alpha = \Delta x_B \sqrt{1 - \frac{v^2_{BA}}{c^2}} \qquad (۳۶-۴)$$

دیده میشودکه فاصله Δx_A از Δx_B کوتاهتراست .

بعنوان تمرین بعهده دانشجویان واگذار میشود تا نشان دهندکه هرگاه میله نسبت بدستگاه A ساکن باشدطول میله برای ناظری‌که نسبت به B ساکن است کوتاهترازطول آن برای ناظر ساکن نسبت به A میباشد. یعنی بطورخلاصه هر ناظـری می بینندکه طول میله‌ایکه نسبت باو در حرکت است کوتاهتراز طول آن وقتی نسبت باو ساکن بوده است میباشد. این پدیده‌را **تراکم‌طول** یا **Length contraction** مینامند .

حال فرض‌کنیم ساعتی بریك میله فوق الذکر قرار دارد و E_1 و E_2 دوحادثه واقع برخط جهان ساعت باشند (شکل ۴ـ۲۰) .

فرض کنیم Δt_B زمان فاصل بین حوادث E_1 و E_2 در دستگاه B و Δt_A زمـان فاصل بین دو حادثه مذکور دردستگاه A بـاشد ازمثلث E_1E_2b شکل ۴ـ۲۰ پیداست‌که

$$c\Delta t_B = c\Delta t_A \cos\alpha$$

ویا :

$$\Delta t_A = \frac{\Delta t_B}{\cos\alpha} = \frac{\Delta t_B}{\sqrt{1 - v^2_{BA}/c^2}} \qquad (۳۷-۴)$$

یعنی زمان Δt_A که در دستگاه متحرك A گذشته است بیشتراز Δt_B که دردستگاه ساکن

B گذشته میباشد .

بازهم بعنوان تمرین بعهده دانشجویان میگذاریم که با رسم دیاگرام دیگری نشان دهندکه وقتی ساعتی‌که نسبت به A ساکن است زمان فاصل بین دوحادثه را که ساعتهای دستگاه B نشان میدهند از زمانی‌که ساعت A نشان میدهد بیشتر است . یعنی هرناظری می‌بیندکه ساعت خودش زمان بیشتری را نشان میدهد (نسبت به زمانی‌که ساعتهای متحرك نسبت به ناظر نشان میدهند) این پدیده را تأخیرزمانی یا time dilation مینامند.

مسائل

درکلیه این مسائل $g = ۱۰ m/sec^۲$ فرض شود

۴ـ۱ گلوله‌ای ازحال سکون روی سطح شیب داری شروع بحرکت‌کرده درمدت ۴sec فاصله ۱۰۰cm را طی میکند. (a)شتاب آن چند $cm/sec^۲$ است . (b) درهمین مدت جسم چند سانتیمتر سقوط آزاد میکند ؟

۴ـ۲ زمان عکس العمل راننده اتومبیلی۰/۷ ثانیه فرض میشود . (زمان عکس ـ العمل زمانی است‌که راننده پس از مشاهده علامت ایست شروع بترمز کردن میکند) . هرگاه ترمز اتومبیلی بتواند شتاب‌کندشونده $۵ m/sec^۲$ را بآن بدهد راننده پس از طی چه مسافتی (پس از مشاهده علامت ایست) اتومبیل را متوقف میکند (a) سرعت اولیه را ۴۵ km/hr و (b) ۶۳ km/hr فرض‌کنید .

۴ـ۳ پس از سبزشدن چراغ راهنما اتومبیلی از حال سکون با شتاب $۴ m/sec^۲$ شروع به حرکت میکند ودر همین لحظه کامیونی با سرعت ثابت ۱۰m/sec از اتومبیل سبقت میگیرد واز چهار راه عبورمیکند. (a) پس از چه زمانی مجدداً اتومبیل به کامیون میرسد . (b) سرعت اتومبیل‌دراین حال چه اندازه است .

۴ـ۴ دو اتومبیل دریك‌جهت برجاده‌ای در حرکت‌اند . فاصله دو اتومبیل ۲۰۰m سرعت اتومبیل عقبی برابر ۴۰m/sec وسرعت اتومبیل جلوئی ۱۰m/sec است . هرگاه راننده اتومبیل عقبی ترمزکند و شتاب کند شونده‌ای برابر $۲ m/sec^۲$ پیدا کند .
(a) دو اتومبیل بهم میرسند یا نه . (b) اگرمیرسند، در چه فاصله‌ای‌ازنقطهٔ شروع‌ترمز؛ مسیردو اتومبیل را موازی فرض‌کنید بطوریکه احتمال برخورد نداشته باشند . سرعت اتومبیل عقبی درچنین سبقت احتمالی چه اندازه است (درجوابهای‌مسئله بحث‌کنید.)

۴ـ۵ سورتمه‌ای ازبالای تپه‌ای با شتاب ثابت پـائین میآید . سورتمه فاصله دونقطه را که بترتیب بفواصل ۳۶m و ۴۶m از نقطه شروع حرکت قرار دارند، درمدت۲ثانیه طی میکند.در دوثانیه بعدی بنقطه‌ای بفاصله ۱۰۰m ودر دوثانیه سوم بنقطه دیگری‌بفاصله ۱۴۴m از مبدء حرکت میرسد . (a) سرعت متوسط درهریك از دو ثانیه‌های مذکور چه اندازه است ؟ (b) شتاب حرکت سورتمه را بدست آورید . (c) سرعت سورتمه درنقطه‌اول (بفاصله ۴۰ m) چه اندازه است ؟ (d) پس از چه زمانی سورتمه از بالای تپه باین‌نقطه رسیده است . (e) در ثـانیه اول پس از عبور از نقطه اول چه مسافتی را طی‌کرده است . (f) پس ازچه زمانی سورتمه نیمی ازفاصله دونقطه اول را می‌پیماید . (g) سرعت درحین عبور ازوسطدونقطه ذکوردر (f) چه اندازه است ؟

۴ـ۶ قطاری ازحالت سکون شروع بحرکت‌کرده بمدت۱۰ثانیه‌شتاب تندشونده‌ای برابر $۱/۵ m/sec^2$ دارد . سپس بمدت ۳۰sec با سرعت ثابت حرکت میکند و سپس بـا شتاب‌کند شونده $۳ m/sec^2$ میرود تا بایستد جمعاً چقدر راه طی‌کرده است ؟

۴ـ۷ جسمی باشتاب ثابت از حـال سکون شروع بحرکت میکند و پس از ۴ ثانیه ۶۴m راه را طی میکند . (a) سرعت انتهـائی آن چـه اندازه است ؟ (b) درچه مدت نیمی ازفاصله مذکور را طی خواهدکرد ؟ (c) در نیمی‌از زمان‌مذکورجسم چه فاصله‌ایرا طی خواهدکرد ؟ (d) سرعت درنیمه راه چه اندازه است . (e) سرعت‌پس ازگذشت نیمی از زمان چه اندازه است ؟

۴ـ۸ پس از طـی فاصله ۸۰m سرعت اتومبیلی از ۷۲km/hr به ۴۸km/h میرسد . (a) هرگاه شتاب ثابت فرض شود اندازه و جهت آنرا پیدا کنید . (b) در چه مدت اتومبیل نیمی ازفاصله مذکور را طی میکند ؟ (c) در نیمی از زمان اتومبیل چه فاصله‌ایرا طی خواهدکرد ؟ (d) هرگاه شتاب همان شتاب قسمت (a) باشد پس‌ازچه مدت اتومبیل ازسرعت ۴۸km/hr بحال سکون میرسد .

۴ـ۹ اتومبیلی بفاصله نامعلومی در عقب کامیونی قـرار دارد . هردو یك لحظه از حال سکون شروع بحرکت می‌کنند شتـاب کامیون $۱/۵ m/sec^2$ و شتـــاب اتومبیل $۲/۵ m/sec^2$ است . پس‌ازآنکه کامیون ۱۰۸m راه طی‌کرد اتومبیل ازآن سبقت‌میگیرد. (a) چه مدت پس‌ازشروع حرکت اتومبیل بـکامیون میرسد ؟ (b) فاصله اولیـه آندو چه اندازه بوده است ؟ (c) درلحظه سبقت سرعت هریك از آندو چه اندازه‌ای داشته است .

۴ـ۱۰ (a) با چه سرعتی‌توپی‌را در امتداد قائم بهوا پرتاب‌کنند تاحداکثربارتفاع ۴۵m برسد . (b) پس از چه زمانی باین‌ارتفاع میرسد ؟

۴ـ۱۱ از بالای ساختمان مرتفعی‌توپی باسرعت ۱۰m/sec روبپائین پرتاب‌میشود

(a) پس از دوثانیه سرعت آن چه اندازه‌است . (b)دردوثانیه مذکور چقدر راه طی‌میکند. (c) سرعت‌آن پس‌ازآنکه ۱۵m سقوط‌کرد چـه اندازه است ؟ (d) هرگاه توپ قبل از رهاشدن، ۲۰cm در دست‌پرتاب‌کننده باشد و شتاب آن در این فاصله ثابت فرض شود . این‌شتاب را حساب کنید . (e) هرگاه توپ از ارتفاع ۷۵m بالای سطح زمین رها شود پس از چند ثانیه بـزمین برخورد میکند . (f) سرعت آن در حین برخورد بزمین چه اندازه است ؟

۱۲ـ۴ ازبالنی که‌باسرعت $5/0\,m/sec$ در امتداد قائم‌رو ببالا در حرکت‌است کیسه شنی رهامیشود. ارتفاع بالن وقتی‌کیسه از آن خارج میشود برابر۲۰m است . (a) سرعت و وضع‌کیسه شن را $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ ، ۱ و ۲ ثانیه پس‌ازدهاشدن بدست‌آورید . (b) چند ثانیه پس‌از رها شدن ، کیسه بزمین میخورد ؟

۱۳ـ۴ از بالای پرتگاهی سنگی بدون سرعت اولیه سـاقط میشود و یك ثانیـه بعد سنگ دیگری را باسرعت $20\,m/sec$ بطرف پائین میاندازند . درچه فاصله‌ای زیرپرتگاه دوسنگ‌بهم برخورد میکنند ؟

۱۴ـ۴ سنگی ازکناره پشت‌بامی‌رها شده‌است در مدت $0/25\,sec$ از بالای پنجره‌ای بارتفاع $2/05m$ به نقطه پائین آن میرسد . ارتفاع بام را از بـالا ترین نقطه‌این‌پنجره بدست آورید .

۱۵ـ۴ ازکناره پرتگاهی‌سنگی را بطرف بالاپرتاب‌میکنند . سنگ بالا رفته بپائین برمیگردد و پس از ۵ ثانیه درعمق ۵۰m زیر پرتگاه بزمین میخورد . (a) سرعت اولیه سنگ چه اندازه بوده است ؟ (b) حداکثر تا چه ارتفاعی بالای نقطه پرتاب بالا میرود ؟ (c) دربالاترین نقطه، اندازه سرعت چقدراست‌وجهت‌آن بکدام‌طرف‌است ؟ (d) اندازه و جهت شتاب را دربالاترین نقطه مشخص‌کنید . (e) وقتی از نقطه‌ای بعمق ۲۰m زیر نقطه پرتاب عبور می‌کند اندازه وجهت‌سرعت‌آنرا مشخص‌کنید .

۱۶ـ۴ سقف سالنی 5m بـالاتر از دست شخصی‌قرار دارد این شخص توپی‌را چنان بهوا پرتاب میکندکه تا نزدیکی سقف بالا میرود . (a) سرعت اولیه توپ چه اندازه بوده است ؟ (b) پس از چه زمانی توپ بسقف میرسد ؟ وقتی این توپ بسقف‌رسید توپ‌دیگری را با همان سرعت ببالا پرتاب میکند . (c) چند ثانیه پس از پرتاب توپ دوم ، دو توپ ازمقابل هم عبور میکند ؟ (d) دراین حال ارتفاع دوتوپ از دست شخص چه اندازه است.

۱۷ـ۴ جسمی بطرف بالا پرتاب میشود ووقتی بنصف ارتفـاع ماکزیمم خود رسید سرعت‌آن $10m/sec$ است . (a) جسم تا چه ارتفـاعی بالا میرود ؟ (b) سرعت و شتاب

آن یك ثانیه پس‌از پرتاب چه اندازه میشود ؟ (c) وسه ثانیه پس از پرتاب ؟ (d) سرعت متوسط را درنیم ثانیه اول‌را بدست‌آورید.

۴ـ۱۸ محصلی ساعت دردست‌گرفته برای تحقیق در قوانین سقوط آزاد خود را از بالای آسمانخراشی بارتفاع ۳۰۰m (بدون سرعت اولیه) آزادانه رها میکند . ۵ ثانیه‌بعد یك‌سوپرمن (مرد فوق‌العاده نیرومند Superman) برای‌نجات محصل خود را باسرعت از بالای عمارت پائین میاندازد . (a) سرعت اولیه سوپرمن چقدر باشد تا دقیقاً پیش از آنکه محصل بزمین برخوردکند باوبرسد ؟ (b) ارتفاع ساختمان چه اندازه باشد بطوری که حتی سوپرمن نیز نتواند محصل را نجات دهد ؟ (شتاب سوپرمن شتاب ثقل است .)

۴ـ۱۹ توپی از زمین بطرف بالا پرتاب‌میشود وقتی مقابل پنجره‌ای بارتفاع ۱۰m بالای سطح زمین میرسد سرعت آن $5m/sec$ است . (a) توپ تاچه ارتفاعی‌بالاترازسطح زمین بالا میرود ؟ (b) پس از چه مدت از ارتفاع $10m/sec$ به ارتفاع ماکزیموم خود میرسد ؟ (c) سرعت وشتاب توپ را $\frac{1}{2}$ و ۲ ثانیه پس از پرتاب بدست‌آورید .

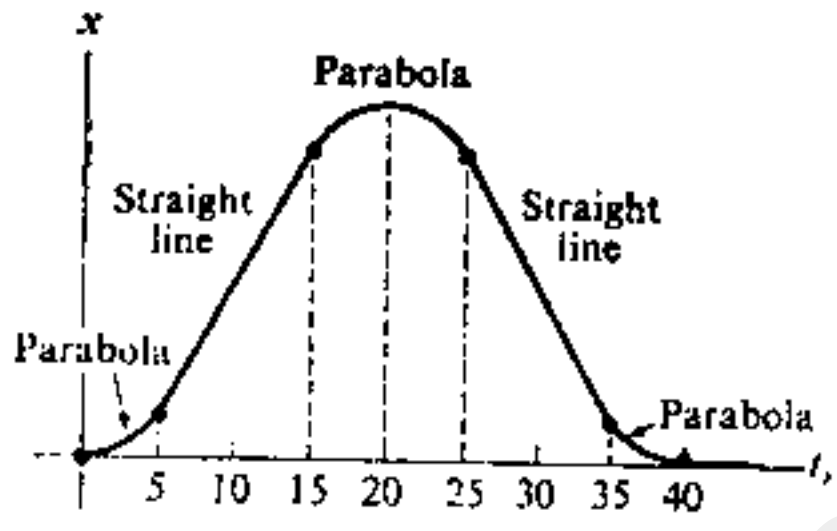
۴ـ۲۰ توپی‌باسرعت $25m/sec$ درامتداد قائم بطرف بالا پرتاب میشود . (a) پس از چه مدت بماکزیمم ارتفاع خودمیرسد ؟ (b) حداکثر ارتفاعی‌که توپ بالا میرودچقدر است . (c) پس از چه مدت سرعت توپ $5m/sec$ بطرف بالا میشود ؟ (d) پس‌از چه‌مدت سرعت آن $5m/sec$ بطرف پائین میشود ؟ (e) پس از چه مدت، جابجائی جسم مجدداً صفر میشود ؟ (f) پس از چه زمانی سرعت آن نصف سرعت اولیه میشود ؟ (h) اندازه و جهت شتاب را وقتی بالا میرود و (i) وقتی‌جسم پائین میآید و (j) وقتی جسم درنقطه‌اوج است مشخص‌کنید .

۴ـ۲۱ گلوله‌ای باشتاب ثابت از بالای سطح شیب‌داری روبپائین درحرکت است . درلحظه شروع حرکت آن‌گلوله دیگری را از پائین سطح بطرف بالای آن پرتاب‌میکنند زمان‌رفت و برگشت‌گلوله دوم روی سطح با زمان‌پائین‌آمدن‌گلوله‌اول برابراست. هرگاه طول سطح l و زمان حرکت t و شتاب حرکت دو گلوله یکسان فرض شود . (a) شتاب (b)سرعت اولیه‌گلوله دوم. (c) مسافتی را که‌گلوله دوم‌روی‌سطح بالامیرود بدست‌آورید. درحالت خاص‌که $l=18m$ و $t=3sec$ میباشد اندازه عددی جوابهای فوق را بدست آورید .

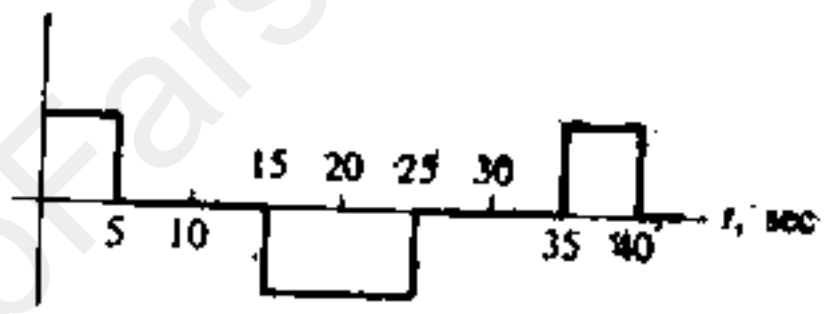
۴ـ۲۲ نوعی‌سورتمه‌که باجت‌کار میکند (The rocket driven sled Sonic wind No2) وبرای مطالعه دراثرفیزیولوژیك شتابهائی زیاد مورد استفاده قرار میگیرد میتواند برمسیر مستقیم‌الخط افقی بطول ۱۱۰۰m پس از ۱/۸ ثانیه بسرعت ۱۶۰۰km/hr برسد .

(a) اگر شتاب ثابت باشد اندازه آنرا بدست آورید . (b) نسبت این شتاب بشتاب ثقل زمین چه اندازه است ؛ (c) دراین مدت چه فاصله‌ایرا طی خواهدکرد . (d) بنابر آنچه در مجلات نوشته شده پس ازآنکه سورتمه مذکور فاصله معینی را طی‌کرد میتواند در ۱/۴ ثانیه ازسرعت $1000\,km/hr$ بسرعت صفر برسد ودر این حال شخصی‌که درآن نشسته است تحت تأثیر نیروئی‌که چهل برابر وزنش هست (یعنی شتاب‌آن $40\,g$ است) آیا این اعداد واقعی هستند ؟

۲۳ـ۴ شکل ۴ـ۲۱ منحنی تغییرات شتاب یك جسم نسبت بزمان است‌که در امتداد محور x ها حرکت مستقیم‌الخط دارد منحنی تغییرات سرعت v و مسافت x را نسبت به متغیر x رسم‌کنید .



شکل ۴ـ۲۱



شکل ۴ـ۲۲

۲۴ـ۴ شکل ۴ـ۲۲ منحنی تغییرات مسافت طی‌شده توسط یك جسم برحسب زمان است منحنی‌های سرعت وشتاب آنرا برحسب زمان رسم‌کنید .

۲۵ـ۴ مرحله اول راکتی که قمر مصنوعی را درمدار زمین قرار میدهد بایدبتواند راکت را درارتفاع $58\,km$ بسرعت $6400\,km/hr$ برساند . (a) هرگاه شتاب ثابت فرض‌شود پس ازچه زمانی راکت باین ارتفاع میرسد ؟ (b) پس‌از رسیدن باین ارتفاع و تمام شدن سوخت بفرض اینکه راکت کاملا قائم بالا رود تا چه ارتفاعی بالا میرود ؟

۲۶ـ۴ فرض‌کنید شتاب ثقل زمین‌بجای $10\,m/sec^2$ برابر $1\,m/sec^2$ میبود . در این‌حال معین‌کنیدکه : (a) خودشما درامتداد قائم‌حداکثرتا چه ارتفاعی میتوانستیدبپرید. (b) یك‌توپ تنیس را تا چه ارتفاعی‌می‌توانستیدبالا پرتاب‌کنید . (c) ازپنجره‌ای‌بارتفاع چند مترمیتوانستید بکف پیاده‌رو بپرید (ارتفاع هر طبقه ۳ متر است) . (d) با سرعت چندکیلومتربرساعت بکف‌پیاده‌رو برخوردمیکردید. (e)درچند ثانیه ازپنجره مذکوربزمین میرسیدید.

۲۷ـ۴ وقتی موتورقایقی خاموش‌میشود شتاب‌کند شونده‌قایق‌متناسب بامجذور سرعت

آن است یعنی $\frac{dv}{dt} = -kv^2$ که درآن k ضریبی است ثـابت . (a) نشان دهید که v اندازه سرعت درزمان t (مبدأ زمان لحظه خاموش شدن موتور) ازرابطه زیر بدست‌میآید :

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} + kt$$

(b) نشان دهیدکه مسافت x که درزمان t طی میشود از فرمول زیر بدست میآید:

$$x = \frac{1}{k} \ln(v_0 kt + 1)$$

(c) ونشان دهیدکه سرعت v پس‌از طی فاصله x (مبدأ محل‌خاموش شدن قایق) از رابطهٔ زیر بدست میآید :

$$v = v_0 e^{-kx}$$

اندازه عددی سرعت اولیه را $v_0 = 6\,m/sec$ اختیار وفرض کنید در مدت $15\,sec$ سرعت‌آن به $3\,m/sec$ کاهش‌مییابد . (b) اندازه عددی k و واحدی‌را‌که k برحسب آن بیان میشود بدست‌آورید . (c) شتاب درلحظه خاموش شدن موتور چقدراست . (f) منحنی x و v و a را در فاصله زمانی ازصفر تا بیست ثانیه رسم‌کنید. هرسانتیمترازمحورافقی را معادل ۵ ثانیه‌وهرسانتیمترازمحورقائم را $30\,m$ (برای منحنی‌تغییرات x)، $1\,m/sec$ و $0/1\,m/sec^2$ (بترتیب برای منحنی‌های سرعت وشتاب) اختیارکنید .

۲۸ـ۴ معادله حرکت جسمی‌که بطنابی آویزان و حول نقطـه تعلیق نوسان میکند $x = A\sin\omega t$ است‌که درآن A و ω مقادیرثابت‌اند . (a) معادله سرعت این متحرك را بصورت تابعی از زمان بدست آورید . (b) معادلهٔ شتاب آنرا بدست آورید . (c) سرعت را بصورت تابعی ازبعد بدست آورید . (d) شتاب‌چه نوع‌تابعی از بعداست . (e) حداکثر بعد جسم از وضع تعادل چه اندازه است ؟ (f) حداکثرسرعت‌آن چه انـدازه است ؟ (g) حداکثرشتاب آن چیست ؟ (h) منحنی تغییرات x و v و a را برحسب t بدست‌آورید .

۲۹ـ۴ شتاب جسمی که بفنری آویـزان و در امتداد قـائم نوسان میکند از رابطه $a = -ky$ بدست‌میآید. که در آن k مقداریست ثابت و y مختصات قائم جسم نسبت بوضع تعادل‌آن میباشد . فرض‌کنیدکه در وضع y_0 سرعت جسم v_0 است . v را بصورت تابعی از y بدست‌آورید. (از رابطهٔ $a = v\ dv/dy$ استفاده‌کنید)

۳۰ـ۴ دونقطه A و B درساحل رودخانه‌ای‌بفاصله $1\,km$ ازیکدیگرقرار دارند . دومرد یکی پیاده ودرساحل ودیگری باقایق برروی رودخانه از A به B رفته برمیگردند

سرعت حرکت پیاده وسرعت قایق نسبت به آب $4km/hr$ وسرعت‌جریان‌آب $2km/hr$ است . هرگاه جهت جریان آب از A به B باشد کدامیك زودتـر فاصله مذکور را طی میکنند.

۴ـ۳۱ شخصی برعرشه یك‌کشتی‌که با سرعت $10m/sec$ بطـرف شرق در حرکت میباشد ایستاده است ومشاهده میکندکه دود خارج شده از دودکش با امتداد حرکت کشتی زاویه 20° میسازد هرگاه باد از جنوب بشمال بوزد و فرض براین باشدکه دود بلافاصله پس‌از خروج از دودکش دارای سرعتی برابرسرعت باد شود سرعت باد را حساب‌کنید .

۴ـ۳۲ خلبانی میخواهد هواپیمای خودرا در امتداد شمال هدایت‌کند . بادباسرعت $90km/hr$ رو بغرب میوزد هرگاه سرعت هواپیما درهوای آرام $270km/hr$ باشد خلبان هواپیما را در چه امتدادی قرار دهد ودراینحال‌سرعت‌آن نسبت به زمین چه اندازه است ؟ دیاگرام برداری را رسم ومسئله را حل‌کنید .

۴ـ۳۳ خلبانی هوا پیمای خود را که سرعت آن نسبت بهوای آرام $80km/hr$ است بطرف غرب میبرد . پس ازیکساعت پرواز متوجه میشودکه $120/km$ بطرف غرب و $30km$ بطرف جنوب رفته است . (a) جهت واندازه‌سرعت بـاد را پیدا کنید . (b) هرگاه سرعت باد $90km/hr$ بطرف جنوب میبود ؛ خلبان میبایست هوا پیما را در چه جهتی قرار دهد تا بطرف مغرب حرکت‌کنـــد . سرعت هواپیما را درحالت اخیر نیز $180km/hr$ (نسبت بهوا) فرض‌کنید .

۴ـ۳۴ سرعت قطاری $15km/hr$ بطرف شرق است . رد قطرات باران (که در امتداد قائم میبارد) بر شیشه‌پنجره‌واگن‌ها زاویه 30° بامتداد قائم میسازد. (a)مؤلفه‌افقی سرعت قطرات باران نسبت بزمین چه اندازه است ؟ (b) سرعت قطرات باران نسبت به زمین چه اندازه است ؟ سرعت آنها نسبت به قطار چه اندازه است ؟

۴ـ۳۵ آب رودخانه‌ای باسرعت $5km/hr$ بطرف‌شمال جریان دارد . قایقی در امتداد عرض رودخانه‌باسرعت $7/5km/hr$ نسبت به آب رودخانه درحرکت است . (a) سرعت قایق‌نسبت به زمین چه اندازه است ؟ (b) هرگاه‌عرض رودخانه $1/5km$ باشدپس از طی‌آن قایق چقدر بطرف شمال منحرف شده است (c) پس ازچه زمانی قایق‌ازرودخانه عبور خواهد کرد .

۴ـ۳۶ (a) قایقران مسئله قبل قایق خود را درچه جهتی هدایت‌کند تا بنقطه مقابل خود درساحل طرف دیگر برسد . (b) دراین‌حال سرعت قایق نسبت به زمین چه اندازه است. (c) زمان‌لازم برای عبورقایق از رودخانه را بدست‌آورید .

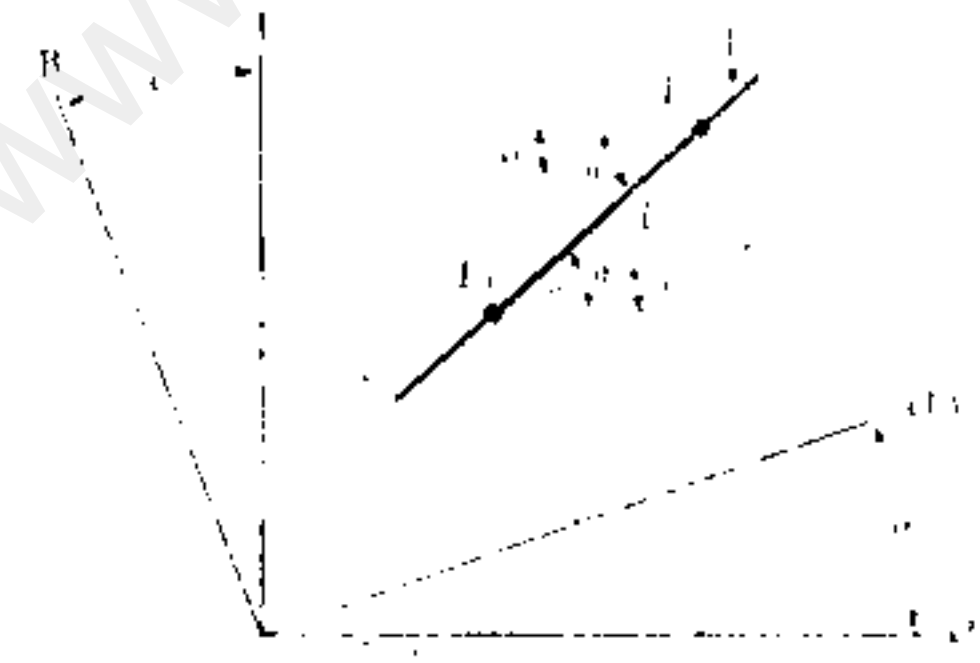
۴ـ۳۷ یك قایق موتوری باسرعت $16km/hr$ بازاویهٔ 37° نسبت به شمال بطرف

غرب میرود . این سرعت نسبت به زمین اندازه گرفته شده‌است . هر گاه سرعت قایق نسبت به باد $۳/۲km/hr$ بطرف شرق و نسبت بجریان آب رودخانه $۶/۴km/kr$ نسبت به جنوب باشد وسرعت مطلق قایق چه اندازه است ؟

۳۸ـ۴ اتومبیل B درشکل۴ـ۱۱ باسرعت $v_{BA}=۱۰m/sec$ نسبت باتومبیل A بطرف راست آن درحرکت است. دیاگرامی نظیر شکل۴ـ۱۵ رسم ودر آن هر cm را درامتداد محور t ها معادل $۱۰sec$ وهر cm در امتداد محور x ها را معادل $۱۰۰m$ فرض کنید. درلحظه $t=۰$ مبدء O_A و O_B مقابل یکدیگراند . (a) اندازه زاویه φ را بدست آورید. (b) این حوادث را در دیاگرام خود مشخص کنید . $E_۱$ ، طبـانچه ای درمبدأ O_B در لحظه $t=۲۰sec$ شلیك میشود . $E_۲$ نقطه‌ای بر روی محور x هااز دستگاه B و $۱۰۰m$ بطرف راست O_B ازمقابل نقطه‌ای از دستگاه A که در ۲۰۰ متری طرف راست O_A وروی محور x ها قرار دارد عبور مینماید . (c) حادثه $E_۱$ بازاء چه مقدار x_A اتفـاق میافتد. (d) $E_۲$ درچه زمانی اتفاق می افتد؟

۳۹ـ۴ فرض کنید سرعت متحرکی که درشکل۴ـ۱۱ نشان‌داده شده است نسبت بزمین $۰/۶c$ (یعنی $v_{AE}=۰/۶c$ و $v_{BE}=-۰/۶c$) باشد سرعت جسم A نسبت به B یعنی v_{AB} چه اندازه است ؟

۴۰ـ۴ درشکل ۴ـ۲۳ یك دیاگرام Brehme برای یك نقطه مادی نسبت به A و B رسم شده است . $E_۱$ و $E_۲$ معرف دوحادثه‌هستند. (a) نمونه‌ای از روی دیاگرام رسم کرده برآن Δx_{PA} و Δx_{PB} و $c\Delta t_A$ و $c\Delta t_B$ را مشخص کنید. (b) ثابت کنید که :



شکل ۴ـ۲۳

$$v_{PA}=\frac{\Delta x_{PA}}{\Delta t_A}=\frac{c\sin\theta}{\cos(\theta-\alpha)} \quad , \quad v_{PB}=\frac{\Delta x_P}{\Delta t_B}=\frac{c\sin(\theta-\alpha)}{\cos\theta}$$

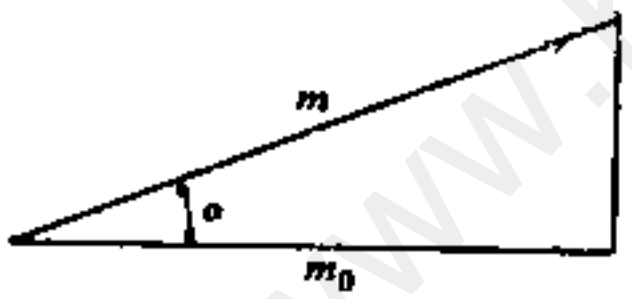
و

$$v_{PA}=\frac{v_{PB}+v_{PA}}{1+v_{PB}\cdot v_{PA}/c^2}$$

۴۱ـ۴ متحرك B شکل ۴ـ۱۱ باسرعت نسبی $v_{BA}=0/6c$ نسبت به A درحرکت است . دیاگرام Brehme نظیرشکل ۴ـ۱۷ را برای آن رسم ودرآن هر۲/۵ سانتیمتر ازمحور x ها را معادل ۱۰۰m اختیارکنید. (a) اندازه زاویه α را پیدا کنید . (b) این حوادث را بردیاگرام مشخص کنید E_1 و E_2 بترتیب شروع و پایان برق حاصله از شلیك طپانچه‌ای که در نقطه $x_{1B}=100\,m$ و در زمان $t_{1B}=10^{-6}sec$ شلیك میشود و $10^{-7}sec$ دوام‌دارد ؛ E_2 طپانچه دیگری که همزمان‌باطپانچه اول ودرنقطهٔ $x_{2B}=200\,m$ شلیك میشود. (توسط ناظرB مشاهده میشود) . (c) درچه زمان t_{1A} طپانچه اول شلیك‌شده است ؟ (d) دوام برق طپانچه اول در دستگاه A چه اندازه است ؟ (e) فاصله دوطپانچه را که ناظر A مشاهده میکند پیدا کنید . (f) آیا برای ناظرA دوطپانچه همزمان‌شلیك شده است ؟ اگرنه ، کدامیك زودترشلیك شده‌اند ؟

۴۲ـ۴ (a) فرمول هـای ۴ـ۳۴ و ۴ـ۳۵ را از فرمول ۴ـ۳۳ بدست آورید . (b)ازفرمول ۴ـ۳۳ روابطی برای x_B و ct_B برحسب x_A و t_A پیداکنید . (c) نشان دهیدکه درفرمول‌های ۴ـ۳۴ و ۴ـ۳۵ با عوض‌کردن اندیس های A و B میتوان x_B و ct_B را بدست‌آورد بشرط آنکه درنظرداشته‌باشیدکه علامت جبری v_{BA} و v_{AB} مخالف یکدیگراند (ولی مجذورات v_{BA} و v_{AB} هردومثبت‌اند .

۴۳ـ۴ (a) نشـان دهیدکه هرگاه مثلث قائم‌الزاویه‌ای‌راظیرآنچه در شکل ۴ـ۲۴ نشان داده شده است بطوری‌رسم‌کنیم که قاعده آن‌متناسب با m_0 جرم جسم درحالت‌سکون و $\sin\alpha$ درآن برابر $\frac{v}{c}$ باشد وترآن برابر جرم جسم در سرعت



شکل ۴ـ۲۴

v (یعنی برابر m) است . (b) وقتی $m=2m_0$ باشد اندازه α و $\frac{v}{c}$ را پیدا کنیـد . (c) هرگاه α برابر صفر ویا برابر 90° باشد درحل مسئله بحث کنید .

فصل پنجم

قانون دوم نیوتون ـ جاذبه

۵ـ۱ ، مقدمه

درفصول گذشته نیرووشتاب را بدون‌اینکه رابطه‌ای بین‌آنها بیان‌شود موردبحث‌قرار دادیم. درحل مسائل‌تعادل ازاصل اول‌نیوتون استفاده کردیم که بموجب‌آن‌هرگاه برآیندنیرو های‌وارد برجسمی صفرباشد شتاب حرکت‌آن نیزصفراست . اکنون باید باین سئوال پاسخ دهیم‌که اگربرآیند نیروها صفرنباشدوضع جسم ازچه قراراست ؛ قانون دوم نیوتون باین سئوال پاسخ میدهدومیگوید: هرگاه برآینده نیروهای‌مؤثر برجسمی صفرنباشد حرکت جسم دارای شتاب است وشتاب آن متناسب با برآیند نیروهای فوق‌الذکرمیباشد .

این مبحث از مکانیك را که درباره حرکت و نیروئی که حرکت را بوجود میآورد بحث میکند دینامیك یا علم‌القوی مینامند. هرگاه‌بادید وسیعی بمفهوم دینامیك بنگریم ؛ دینامیك تمام‌مباحث مکانیك را شامل‌میشود . ستاتیك بحث درحالت خاصی است که‌شتاب صفر است وسینماتیك فقط درباره حرکت بحث میکند .

دراین‌فصل‌فرض‌ما براین‌است که‌سرعت‌اجسام‌دربرابر سرعت نورناچیز است وبنابراین درباره نسبیت‌بحثی‌بمیان میآوریم. همچنین فرض براین‌است که مگردرموارد خاصی که‌صریحاً تذکر داده شده است. حرکت اجسام را همیشه نسبت بدستگاه مختصات اینرسی می‌سنجیم (قسمت ۲ـ۳) وهمه حرکات مستقیم‌الخط هستند. درباره حرکات منحنی‌الخط درفصل بعد بحث خواهیم‌کرد .

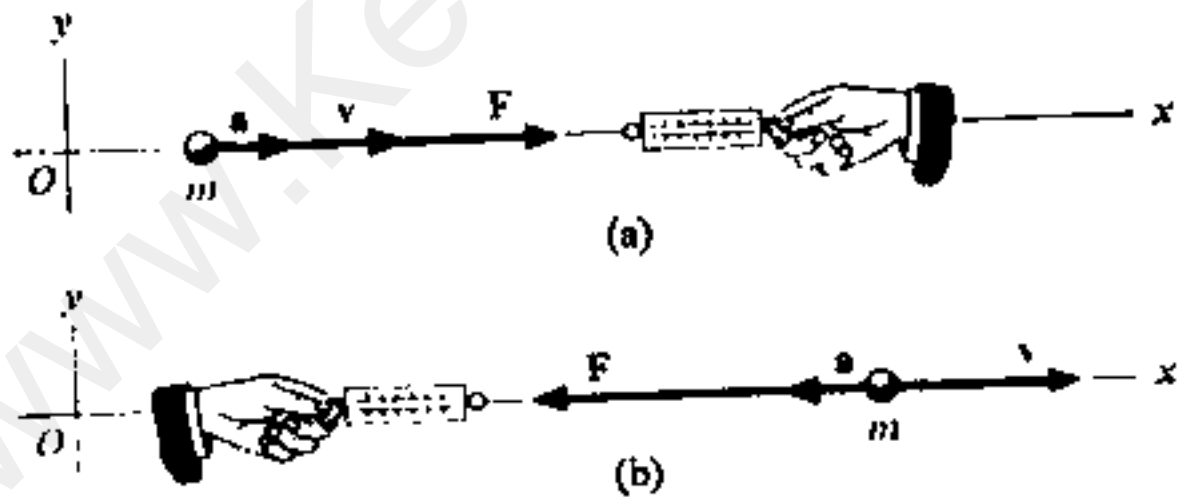
۵ـ۲ ، قانون دوم نیوتون ـ جرم

درشکل ۵ـ۱ (a) جسمی (نقطه مادی) نشانداده شده است که‌برسطح صاف و بـدون

اصطکاکی‌درجهت مثبت محور xهادریك دستگاه مختصات اینرسی‌درحرکت‌است. نیروی F که بانیرو سنج قابل اندازه‌گیری است برجسم اثرمیکند. دیده میشودکه مادام‌که نیروی F بر جسم اثرمیکند ـ سرعت آن مرتباً رو بافزایش است و جسم دارای شتاب $a = dv/dt$ در جهت مثبت محور x ها خواهد بود . هرگاه اندازه نیروی F ثابت نگاهداشته‌شود ازدیاد سرعت جسم نیزیکنواخت خواهد بود.هرگاه‌نیروتغییرکندبهمان نسبت شتاب (تغییرسرعت) نیز تغییر خواهدکرد. مثلا اگر نیرو دوبرابر شود تغییرسرعت درزمان معین نیز دوبرابر خواهد شد. هرگاه نیرو بصفر تنزل یابد تغییرسرعت متوقف شده وسرعت‌ثابت خواهدماند.

پیش ازگالیله ونیوتون عقیده عموم براین بودکه هرجسم برای ادامه حرکت خود حتی برسطح‌بدون اصطکاك به‌نیروئی‌احتیاج دارد. کشف بزرگ نیوتون‌دراین بخش از مکانیك این‌بودکه پس‌ازبحرکت‌درآمدن جسمی، برای‌ادامه‌حرکت‌آن نیروئی لازم نیست اثر نیرو تثبیت سرعت‌منحرك نیست‌بلکه تغییر سرعت‌آن است. تغییر سرعت‌یك جسم مستقیماً متناسب بانیروی مؤثربرآن است .

درشکل ۵-۱ (b)سرعت جسم بطرف راست ونیروی‌مؤثر برآن بطرف چپ ممتد است تحت‌این‌شرائط سرعت جسم‌تدریجاً کاهش یافته‌متوقف میشود(وهرگاه اثر نیروادامه‌یابد جهت حرکت عوض میشود) دراین حال شتاب بطرف چپ یعنی درجهت تأثیر نیرو ممتد است. هنوز باین نتیجه نرسیده‌ایم‌که اندازه شتاب متناسب باندازه نیروی مؤثر برجسم است وفقط نشانداديم که جهت شتاب ونیرو برهم منطبق‌اند وبه‌جهت سرعت بستگی ندارد .



شکل ۵-۱ شتاب $a = \frac{dv}{dt}$ متناسب بانیروی F وهم امتداد وهم جهت آن است .

برای اینکه نشان دهیم‌که‌تغییرات سرعت یك جسم متناسب بانیروی‌مؤثر برآن‌است باید بتوانیم‌بگوئیم‌که نسبت نیروی مؤثربرجسم به تغییرسرعت‌آن درواحد زمان مقداریست ثابت این مقدارثابت را جرم جسم مینامیم . وآنرا به m نمایش میدهیم، پس داریم :

$$m = \frac{F}{dv/dt} = \frac{F}{a}$$

و یا :

$$\mathbf{F}=\mathbf{m}\frac{\mathbf{dv}}{\mathbf{dt}}=\mathbf{ma} \qquad (۱-۵)$$

دیده میشود که معادله برداری فوق همانطور که باتجربه نیز دریافتیم نشان میدهد که جهت نیرو وشتاب برهم منطبق‌اند .

میتوان جرم هرجسم را معادل نیروی لازم برای ایجاد شتاب واحددانست مثلاوقتی جسمی دارای شتاب $۵\mathrm{ft}/sec^۲$ است ونیروی مؤثر برآن $۲۰\mathrm{lb}$ میباشد جرم آن چنین بدست‌میآید:

$$\mathbf{m}=\frac{۲۰\mathrm{lb}}{۵\mathrm{ft}/sec}=۴\ \frac{\mathrm{lb}}{\mathrm{ft}/sec^۲}$$

براین جسم‌باید نیروی $۴\mathrm{lb}$ اثر کند تا شتاب واحد درآن ایجاد شود .

درحرکت‌مستقیم‌الخط همیشه خط اثر$\mathbf{v}$سرعت و$\mathbf{F}$جسم‌نیروی مؤثر برآن (شکل۱ــ۵) یکی است. هرگاه دوامتدادبرهم منطبق نباشند جسم ازمسیر مستقیم‌الخط منحرف شده مسیر آن منحنی خواهدشد. درفصل بعدخواهیم دیدکه فرمول ۱ــ۵ دراین حالت خاص نیز قابل قبول‌است. با این تفاوت‌که تغییرجهت حرکت جسم نیزشتاب بوجود میآورد. در هر حال میتوان گفت بردارنیروبرابر حاصلضرب جرم دربردارسرعت است

هرگاه دوبردارمساوی باشندمؤلفه‌های آنها دریك دستگاه مختصات متعامد نیز نظیر بنظیرمساوی‌خواهدبود. لذا برای‌نیروهای‌واقع درصفحه مختصات $\mathbf{xy}$ فرمول ۱ــ۵ بصورت زیر درمیآید :

$$\mathbf{F_x}=\mathbf{m}\frac{\mathbf{dv_x}}{\mathbf{dt}}=\mathbf{ma_x} \quad \mathbf{F_y}=\mathbf{m}\frac{\mathbf{dv_y}}{\mathbf{dt}}=\mathbf{ma_y} \qquad (۱-۵)$$

این بدین معنی است‌که هریك ازمؤلفه‌های نیرومؤلفه‌شتاب نظیرخود را ایجادمیکند نتیجه میگیریم که هرگاه تعدادی نیرو برجسمی اثر کند (وعملاهم همیشه همین‌طور است) هریك ازنیروهارا میتوان بدومؤلفه درامتداد محور $\mathbf{x}$ ها و $\mathbf{y}$ ها تجزیه نمود. جمع جبری مؤلفه‌ها یعنی $\Sigma\mathbf{F_x}$ و $\Sigma\mathbf{F_y}$ را حساب وفرمول رابطه‌نیرو وشتاب را بصورت زیرمینویسیم

$$\Sigma\mathbf{F_x}=\mathbf{m}\frac{\mathbf{dv_x}}{\mathbf{dt}}=\mathbf{ma_x} \qquad \Sigma\mathbf{F_y}=\mathbf{m}\frac{\mathbf{dv_y}}{\mathbf{dt}}=\mathbf{ma_x}$$

این دوتساوی جبری معادل تساوی برداری زیرهستند

$$\boxed{\Sigma\mathbf{F}=\mathbf{m}\frac{\mathbf{dv}}{\mathbf{dt}}=\mathbf{ma}} \qquad (۳-۵)$$

دفرمول فوق باین دلیل درسمت چپ ΣF نوشته‌ایم تا تأکید شودکه شتاب جسم‌حاصل‌از **برآیندکلیه** نیروهای خارجی مؤثربرجسم است .

فرمول ۵ـ۳ بیان ریاضی قانون دوم‌نیوتون‌است هرگاه a (شتاب) یا $\frac{dv}{dt}$ راازفرمول مذکور را استخراج کنیم میتوانیم بگوئیم :

تغییرسرعت یك نقطه مادی نسبت بزمان ویا شتاب نقطه مذکور برابرخارج قسمت برآیند نیروهای خارجی وارد جسم برجرم آن است وجهت وامتداد شتاب همان جهت وامتداد نیرو است . شتاب باید نسبت بدستگاه مختصات اینرسی سنجیده شود :

لازم‌است تأکید شودکه قانون مذکور را برای‌یك‌نقطه‌مادی بایدبیان‌کنند چه‌یك جسم بزرگ‌تحت‌تأثیرچندنیروممکن‌است حول محوری حرکت‌چرخشی نیزداشته‌باشد. لذا شتاب کلیه ذرات‌آن‌یکسان‌نیست. دراین باره بعداً بتفصیل‌صحبت خواهدشد ولی فقط متذکرمیشویم که شتاب مرکزثقل جسم برابر شتاب یك نقطه مادی است‌که جرم‌آن برابرجرم جسم‌باشد یعنی میتوان تمام جرم جسم را درمرکزثقل آن فرض ومسئله راحل نمود .

۵ـ۳ ، دستگاه آحاد

تاکنون دراین‌باره‌بحث نکرده‌ایم‌که باید بین آحاد جرم وشتاب ونیرورابطه‌ای‌باشد درحالیکه فرمول $F=ma$ مدلل میداردکه **وقتی نیروی واحد برجرم واحد اثرکند شتاب واحد جسم ایجادمیشود.**

دردستگاه mks واحد جرم کیلوگرم وواحد شتاب m/sec^2 است. بنابراین **واحد نیرو نیروئی است‌که بجرم یك‌کیلوگرم‌شتاب‌یك متر بر مجذور ثانیه را بدهد** این واحد نیرو را **یك‌نیوتون** ($1n$) مینامند. یك نیوتون برابر $0/224811lb$ است. بنابراین در دستگاه mks داریم :

$$F\,(\text{نیوتون}) = m(kg) \times a(m/sec^2)$$

در دستگاه cgs واحد جرم گرم است که برابر $\frac{1}{1000}$ کیلوگرم جرم میباشد و واحد شتاب سانتیمتر برمجذور ثانیه است **واحد نیرو نیروئی است که بجرم یك گرم شتاب یك سانتیمتر برمجذور ثانیه را بدهد** این‌واحدرا **یك دین** نیرومینامند. چون‌هر کیلوگرم‌جرم برابر ۱۰۰۰ گرم وهرمتر برابر ۱۰۰ سانتیمتر است‌نتیجه میشودکه هر نیوتون برابراست

با 10^5 دین. دردستگاه cgs داریم:

$$F_{(dyne)} = m_{(\text{گرم})} \times a_{(cm/sec^2)}$$

دردستگاههای آحاد علمی cgs و mks ابتدا واحد جرم وشتاب را تعریف کرده براساس تعریف آنها واحد نیرورا تعریف نمودیم. دردستگاههای صنعتی مثلا دستگاه fps ابتداواحدهای نیرو (lb۱) وشتاب ($ft/sec^2$۱) تعریف میشوند وسپس واحد جرم را بدینطریق تعریف میکنند. **هرگاه بر واحد جرم نیروی یك پوند اثر کند شتاب آن یك فوت برمجذورثانیه** میشود. این واحد یك سلگslug۱ نامیده میشود (Slugishness بمفهوم لختی واینرسی است وبنابراین انتخاب این نام براساس خاصیت لختی جرم میباشد) در دستگاه آحادانگلیسی (fps) داریم:

$$F_{(\text{پوند})} = m_{(slugs)} \times a_{(ft/sec^2)}$$

واحدهای جرم و شتاب و نیرودرسه دستگاه فوق‌الذکر را بصورت خلاصه‌ای درجدول ۱ـ۵ پیدامی کنید.

جدول ۱ـ۵

شتاب	جرم	نیرو	دستگاه آحاد
m/sec^2	کیلوگرم kgm	نیوتون (n)	mks
cm/sec^2	گرم gm	دین dyne	cgs
ft/sec^2	اسلگ slug	پوند (lb)	انگلیسی

مثال ۱ـ نیروی ۲۰lb برجسمی اثر میکند تا شتاب $4 ft/sec^2$ بدان بدهد جرم آنرا پیداکنید.

$$m = \frac{F}{a} = \frac{20\ lb}{4\ ft/sec^2} = 5 slugs$$

بنابراین نتیجه میگیریم که: $1\ slug = \frac{1\ lb}{1\ ft/sec^2}$

مثال ۲ـ نیروی افقی ۲ نیوتون برجسمی بجرم $4kgm$ که بر سطح افقی بدون اصطکاکی تکیه دارد اثرمیکند شتاب جسم راپیداکنید:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{2n}{4kgm}=0/5m/sec^2$$

چون نیروثابت است شتاب نیز ثابت خواهد ماند بنابراین هرگاه وضع وسرعت اولیه‌جسم معلوم باشد؛ سرعت ووضع جسم را در هرلحظه بعداز شروع حرکت‌دامیتوان پیداکرد.

مثال ۳ـ سرعت اولیه جسمی بجرم $200gm$ برابر $40cm/sec$ بطرف راست‌و درسطح افقی است. جسم $100cm$ در روی سطح حرکت‌کرده بحال سکون درمیاید اندازه وجهت نیروی اصطکاك مؤثر برجسم‌را پیداکنید.

فرض‌کنیم نیروی اصطکاك ثابت است بنابراین شتاب نیزثابت خواهد بود. ازمعادلات حرکت با شتاب ثابت نتیجه میشود :

$$v^2=v_0^2+2ax \qquad 0=(40cm/sec)^2+2a\times 100cm \qquad a=-8cm/sec^2$$

علامت منفی نشان میدهدکه شتاب بطرف **چپ** متوجه است (درحالیکه جهت سرعت بطرف راست است) نیروی اصطکاك مؤثر برجسم چنین بدست میآید

$$f=ma=200gm\times(-8cm/sec^2)=-1600dynes$$

که بطرف چپ متوجه است(نیروئی مساوی ومتوجه‌براست ازجسم برسطح اتکاء واردمیشود)

۵ـ۴ ، قانون جاذبه عمومی نیوتون

ازابتدای درس مکانیك همیشه ازجاذبه مؤثر اززمین براجسام صحبت کرده‌ایم.اینك درباره این پدیده بتفصیل بحث خواهیم‌کرد . قانون جاذبه عمومی در۱۶۸۶ توسط نیوتون کشف ومنتشرشد. مشهوراست که نیوتون کشف قانون جاذبه عمومی را از مشاهده افتادن سیبی از درخت شروع‌کرد. اما محاسباتی راکه برای اثبات قانون مذکور اولین‌بار منتشر نمود درباره حرکت ماه بدورزمین بود .

قانون جاذبه عمومی نیوتون را میتوان چنین بیان نمود . **هردو نقطهٔ مادی موجود درجهان یکدیگررابانیروئی جذب میکنندکه متناسب باحاصلضرب دوجرم دو نقطه مذکور ومتناسب معکوس بامجذور فاصله آندو ازیکدیگر است** یعنی:

$$F_0=G\frac{mm'}{r^2} \qquad (۴-۵)$$

که درآن F_g نیروی جاذبه مؤثر برهریك ازدوجسم ، m و m' جرمهای آندو و r فاصله بین دونقطه مذکور است . G را ضریب جاذبه عمومی مینامند واندازه‌آن تابع واحدهائی است‌که برای جرم وطول انتخاب میشود .

نیروهای جاذبه‌ایکه دونقطه مادی بریکدیگر وارد میکنند زوج عمل و عکس‌العمل هستند . با وجود اینکه جرم دوجسم ممکن است متفاوت باشند نیروها مساوی و خط اثر آنها خط واصل بین دونقطه مادی است .

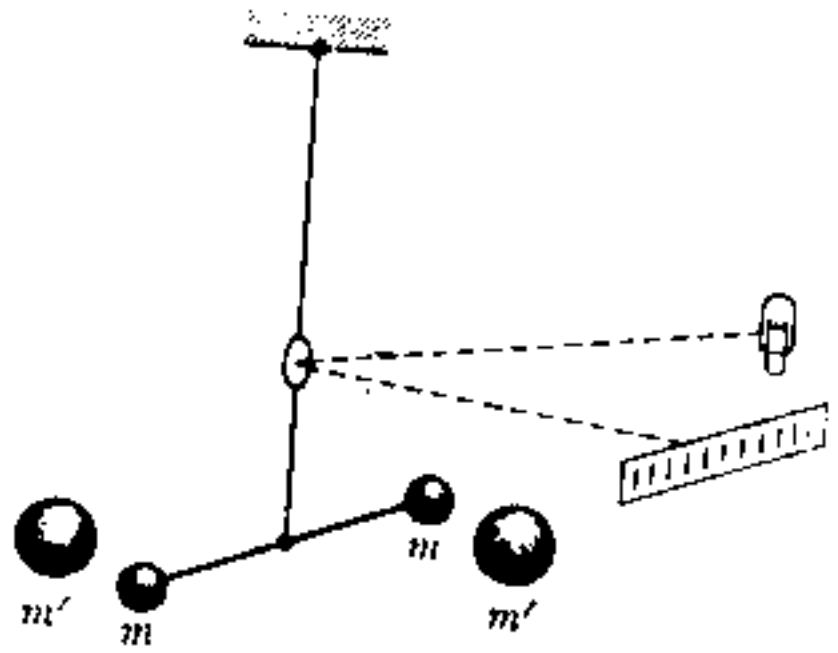
قانون جاذبه عمومی درباره نیروی جاذبه متبادله بین دو نقطه مادی بیان شده‌است. اکنون باید دید چگونه این قانون درباره نیروی وارده اززمین برجسمی کوچك ویا درباره نیروی مؤثر ازخورشید برزمین استفاده می‌کنند . نیوتون یازده سال پس از درك قانون جاذبه عمومی نتایج محاسبات خود را منتشر کرد زیرا دراین مدت نتوانسته بود ثابت‌کند که نیروی مؤثر ازیك‌کره بزرگ بریك نقطه مادی معادل بانیروئی است‌که از طرف نقطه مادی‌دیگری‌که جرم‌آن با جرم کره برابر و درمرکز کره واقع و بر نقطه مادی اول وارد میشود . (و برای این‌کار وی روش‌های محاسباتی مخصوصی کشف‌کرد) . استدلال مذکورآسان‌است ولی‌بعلت تفصیل‌زیاد دراینجابحثی‌ازآن بمیان نمی‌آوریم فقط متذکرمیشویم که برای محاسبه نیروئی‌که ازیك‌کره متجانس بریك نقطه مادی وارد میشود هرگاه تمام جرم‌کره را درمرکزآن فرض‌کنیم‌نتیجه دقیقاً برابرنیروئی است‌که ازکره برنقطه مادی مذکور اثرمیکند لذا هرگاه زمین‌کره متجانسی فرض شود و جسمی بجرم m بفاصله r از مرکزآن قرارگیرد نیروی مؤثر ازآن‌برجسم برابراست با :

$$F_g = G\frac{mm_E}{r^2}$$

m_E جرم زمین است . نیروی‌که اندازه‌آن همان اندازه نیروی فوق وجهت‌آن مخالف این نیرواست ازطرف‌جسم‌برزمین واردمیشود. ضریب جاذبه‌عمومی G را میتوان بطریق تجربی با اندازگیری نیروی جاذبهٔ مؤثربین دوجسم‌که جرمهای m و m' آنها معلوم است بدست آورد . برای اجسام معمولی اندازه این نیروبسیارکم است.معذالك‌میتوان‌آنرا بادستگاهی که توسط Rev. John Michel . اختراع و اولین بار توسط سرهنری کاواندیش Sir Henry Cavandish مورد استفاده قرارگرفت (۱۷۸۹) اندازه‌گیری‌کرد. دستگاه‌مشابهی نیزتوسط‌کولمب برای‌اندازه‌گیری نیروی‌دافعه جاذبه الکتریکی ومغناطیسی ساخته شد .

این دستگاه تشکیل شده است ازسه میله سبك‌که بشکل T بهم وصل‌اند . (ش۵ـ۲) میله قائم‌آن به نوارنازکی ازکوارتز یا فنرآویزان است . دوگلوله بجرم m بدو انتهای

میله افقی دستگاه متصل و آینه ای به بالای میله قائم وصل است . دو وزنه بزرگ 'm مطابق شکل بوزنه های m نزدیك میشوند . نیروهای جاذبه موجود بین وزنه‌های بزرگ و کوچك زوج نیروئی را بوجود میاورندکه در اثرآن دستگاه حول محورقائم کمی بدورخود می‌چرخد وباز تاب شعاع نوریکه به آینه می‌تابد در مقابل درجات خط‌کشی حرکت میکند .



شکل ۵ــ۲ طرح دستگاه کاوانديش

وقتی نوارکوارتزظریفی‌انتخاب‌کنیم انحراف‌آینه بقدرکافی زیاده‌میشود و میتوان‌آنرا بادقت اندازه گرفت . ضریب جاذبه عمومی‌که باروش فوق اندازه گرفته میشود برابراست‌با:

$$G = ۶/۶۷۰ \times ۱۰^{-۱۱} \text{newtons/kgm}^۲ = ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \text{dyne cm}^۲/\text{gm}^۲$$

مثال ۱ــ جرم m وزنه کوچك دستگاه‌کاوندایش برابر یك‌گرم و 'm جرم وزنه بزرگتر ۵۰۰ گرم وفاصله دو مرکز آنها از یکدیگر 5cm است . نیروی جاذبه مؤثر بر هریك از دووزنه را حساب‌کنید .

$$F_g = ۶/۶۷ \times ۱۰^{-۸} \frac{\text{dyne cm}^۲}{\text{gm}^۲} \times \frac{۱\text{gm} \times ۵۰۰\text{gm}}{(۵\text{cm})^۲} = ۱/۳۳ \times ۱۰^{-۶} \text{dyne}$$

یعنی درحدود یك میلیونیم دین .

مثال ۲ــ فرض‌کنید دووزنه مذکور درمثال قبل دور ازجهان مادی و بهمان فاصله ازیکدیگر قرارداشته باشند . شتاب هریك ازدووزنه را پیدا کنید . شتاب وزنه کوچکتر .

$$a = \frac{F_g}{m} = \frac{۱/۳۳ \times ۱۰^{-۶} \text{dyne}}{۱\text{gm}} = ۱/۳۳ \times ۱۰^{-۶} \text{cm/sec}^۲$$

و شتاب وزنه بزرگتر عبارتست از :

$$a' = \frac{F_g}{m'} = \frac{۱/۳۳ \times ۱۰^{-۶} \text{dyne}}{۵۰۰\text{gm}} = ۲/۶۷ \times ۱۰^{-۹} \text{cm/sec}^۲$$

دراین حالت شتاب ثابت نمی‌ماند زیرا هرچه دو جسم بهم نزدیك شوند نیرو و در نتیجه شتاب افزایش می‌یابد .

۵ـ۵ ، جرم و وزن

اکنون میتوانیم باوضوح کامل نیروی وزن را بطریق زیر تعریف کنیم : **وزن هرجسم عبارت است ازبرآیند نیروهای جاذبه وارد ازطرف کلیه اجرام موجود در جهان براین جسم** . درطراف ونزدیکی سطح زمین اثر نیروی جاذبه زمین باندازه‌ای زیاد است که درعمل میتوان ازاثرجاذبه سایراجرام موجود درجهان صرفنظر نمود. بهمین طریق درنزدیکی سطح ماه یاهرسیاره یا قمر دیگر ، آن سیاره یا قمر نیروی جاذبه‌ای بر اجسام وارد میکند که اثر جاذبه سایراجرام درمقابل آنها ناچیزاست. بنابراین هرگاه زمین کره همگنی بشعاع **R** فرض شود **w** وزن جسمی بجرم **m** که درنزدیکی سطح زمین قراردارد ازرابطه زیر بدست میاید.

$$w = F_g = G\frac{mm_E}{R^2} \qquad (۵-۵)$$

فیزیك دانها هنوز برسرتعریف وزن بتوافق قطعی نرسیده‌اند . بعضی ترجیح میدهند که وزن را همان کمیتی بدانند که ، بعداً آنرا بنام «وزن ظاهری» یا «وزن نسبی» خواهیم خواند. تا تعریف مورد قبول عموم برای وزن بیان نشده است مانیزهمین تعریف را قبول خواهیم کرد .

چون توزیع جرم درنقاط مختلف زمین یکسان نیست وبعلت اینکه شکل زمین کروی نبوده قطبین آن فرورفته و استوای آن برجسته است،وزن یك جسم معین در نقـاط مختلف زمین کمی تغییرمیکند . همچنین وقتی از زمین دور شویم وزن جسم متناسب بامجذور فاصله آن از زمین کاهش مییابد و مثلا اگرجسم از مرکز زمین بفاصله دو برابر شعاع زمین قرار گیرد وزن جسم درآن نقطه $\frac{1}{4}$ وزن آن درسطح زمین است . چنانکه بعداً خواهیم دیـد در اثر گردش وضعی زمین وزن هرجسم بانیروی جاذبه وارد اززمین برآن کمی تفاوت دارد. ما این وزن را وزن ظاهری جسم مینامیم . فعلا از اختلاف وزن ظاهری و نیروی جـاذبه صرفنظر کرده دستگاه مختصات متصل بزمین را دستگاه مختصات اینرسی فرض میکنیم بنابر- این اگرجسمی راآزادانه رهاکنیم نیروئی که درآن شتاب بوجود می‌آورد **W** وزن جسم و شتاب حاصل ازاین نیروشتاب ثقل است که آنرا با **g** نمایش میدهند . رابطه عمومی نیرو و شتاب بصورت زیراست .

$$F = ma$$

که درحالت خاصی که نیروی مؤثر وزن جسم باشد بصورت زیردرمیاید :

$$\boxed{W = mg} \qquad (۶-۵)$$

ازطرفی چون داریم :

$$w = mg = G\frac{m\,m_E}{R^2}$$

نتیجه می گیریم که :

$$g = \frac{Gm_E}{R^2} \qquad (۷-۵)$$

دیده میشود که شتاب هرجسم دراثرجاذبه زمین تقریباً مقداریست ثابت و با جرم رابطه‌ای ندارد (زیرا G و m_E مقادیرثابت‌اند فقط R تغییرات کمی داردکه باعث تغییرشتاب ثقل می‌شود .)

ازآنجاکه وزن هرجسم نوعی نیرو است باید برحسب واحدهای نیرو دردستگاه‌های مختلف‌آحاد سنجیده شود . بنابراین در دستگاه mks واحد وزن نیوتـون ، در دستگاه cgs دین و در دستگاه صنعتی انگلیسی پونداست. و درهردستگاه میتوان رابطه‌ای بین‌جرم و وزن نوشت .

مثلاوزن‌جسمی‌بجرم‌یك‌کیلو گرم دردستگاه mks درنقطه‌ای‌که $g = ۹/۸۰\,m/sec^2$ است چنین بدست میاید :

$$w = mg = ۱kgm \times ۹/۸۰\,m/sec^2 = ۹/۸۰\,n$$

ونقطه دیگری $g = ۹/۷۸\,m/sec^2$ باشد وزن همین جسم برابراست با :

$$w = ۹/۷۸n$$

یعنی برخلاف جرم جسم‌که مقداریست ثـابت وزن آن از نقطه‌ای بنقطه‌ای دیگر تغییر می‌کند .

وزن جسمی بجرم یك‌گرم درنقطه‌ایکه $g = ۹۸۰\,cm/sec^2$ است برابراست با :

$$w = mg = ۱gm \times ۹۸۰\,cm/sec^2 = ۹۸۰\,dynes$$

وزن جسمی‌که جرم‌آن $۱slug$ است در نقطه‌ایکه $g = ۳۲/۰\,ft/sec^2$ است از رابطه زیر بدست میاید .

$$w = mg = ۱slug \times ۳۲/ft/sec^2 = ۳۲/۰\,lb$$

و جرم جسم مشخصی‌بوزن $۱۶۰\,lb$ درهمین نقطه برابراست با :

$$m = \frac{w}{g} = \frac{۱۶۰ lb}{۳۲/۰ ft/sec^۲} = ۵ slugs$$

هر گاه دو رابطه $w = mg$ و فرمول جاذبه $F_g = G\frac{mm_E}{R^۲}$ راباهم حل کنیم پس از حذف m چنین بدست میاید .

$$m_E = \frac{R^۲ \cdot g}{G}$$

که درآن R شعاع زمین است.همه مقادیرفرمول بالا معلوم‌اند و m_E جرم زمین رامیتوان بکمك‌آن بدست‌آورد .

$$m_E = ۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴} kgm = ۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۷} gm$$

حجم زمین چنین محاسبه میشود :

$$V = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = ۱/۰۹ \times ۱۰^{۲۱} m^۳ = ۱۰/۹ \times ۱۰^{۲۷} cm^۳$$

هر گاه جرم را برحجم تقسیم‌کنیم تـوده ویـژه بدست میـاید (تـوده ویژه آب $۱ gm/cm^۳ = ۱۰۰۰ kg/m^۳$) توده ویژه متوسط زمین برابراست با :

$$\frac{mE}{V} = ۵/۵ \frac{gm}{cm^۳} = ۵۵۰۰ \frac{kgm}{m^۳}$$

چنانکه دیده می‌شود توده ویژه متوسطزمین ازتوده ویژه موادیکه قشرخارجی‌آنرا تشکیل میدهند بیشتر است (توده ویژه سنگ درحدود $۳ gr/cm^۳$ است) بنابراین‌هسته زمین باید ازمواد چگالتری تشکیل‌شده باشد .

جرم را مانند سایر کمیات فیزیکی بطرق مختلفی میتوان اندازه گرفت مثلا میتوان آنرا بکمك روابطی‌که درتعریف جرم ازآنها استفاده میشودبدست‌آورد. نسبت نیروی وارده بیك جسم بشتاب حاصله ازاین نیرو را جرم جسم مینامند.پس هر گاه نیروی‌معینی‌رابجسمی واردآوریم و شتاب حاصله را اندازه بگیریم نسبت‌آندو ، جرم جسم است . بااین روش‌جرم اتمها و ذرات کوچکتر ازاتم را اندازه میگیرند .

روش دیگر این است‌که جرم نامعلوم (a) راباجرم (b) که میتوان اندازه‌آنراتغییر دادمقایسه میکنند و وضع را طوری فراهم میکنندکه دوجرم (a) و (b) برابرشوند (b) معلوم است (a) نیزمعلوم میشود . به بینیم چگونه تساوی دو جرم را تشخیص میـدهیم ؟ میدانیم‌که اگر دوجسم را درنقطه معینی اززمین رهاکنیم هردوباشتاب‌ثابت‌ومساوی g سقوط

میکنند. ازآنجاکه وزن هرجسم برابر حاصلضرب جرم‌آن درشتاب ثقل زمین است نتیجه میگیریم‌که نسبت وزن‌آنها دریـك نقطه معین است واگرتساوی وزن دوجسم درنقطه معینی از زمین محقق شد تساوی جرم‌آنها نیزمحقق است . ترازو دستگاهی است‌که با دقت‌کافی تساوی وزن دوجسم را محقق‌میدارد. لـذا پس ازآنکه وزن‌آنها مساوی شد نتیجه میگیریم که جرم‌آنها نیزمساوی است .

از بحث فوق نتیجه میگیریم‌که جرم جسم دارای دو مفهوم متمایز است. ازیکطرف میگوئیم‌نیروی جاذبه بین دوجسم متناسب با حاصلضرب جرم‌آندو جسم است. یعنی دراینجا جرم بعنوان عامل وارد کننده نیروی جاذبه براجرام مادی دیگردرذهن ما مشخص میشود. این مفهوم جرم را **جرم ثقلی** یا **gravitational mass** مینامنـد . از طرف دیگربراساس قانون دوم نیوتون جرم خاصیت‌کاملا متمایزدیگری دارد . یعنی برای اینکه بجسمی‌شتاب بیشتری داده شودباید نیروی بیشتری (که‌ممکن است‌طبیعت‌آن‌جاذبه‌ای‌نباشد) برآن وارد شود . دراینجا جرم عامل مقاوم دربرابرشتاب ونیروی خارجی بحساب میایدو این مفهوم جرم را **جرم لختی** **Inertial mass** یـا بطور خلاصه اینرسی یـا لختی جسم مینامند . چنین بنظرمیایدکه جرم لختی وجرم ثقلی یك جسم الزاماً نبایدباهم برابر باشند ولی تجربه نشان میدهدکه ایندو باهم مساوی یا لااقل بـا یکدیگر متناسب هستند . بدین معنی‌که فرض‌کنیم برای اینکه بخواهیم بدوجسم A و B شتاب مساوی داده شود و نیروی وارد بر A دوبرابرنیروی وارد بر B باشد در این صورت جرم لختی جسم A دو برابرجرم لختی جسم B خواهد بود . حال اگرجسم ثالث C بفواصل مساوی از A و B قرارگیرد، نیروی‌جاذبه‌وارده از C برA دوبرابرنیروی‌جاذبه‌مؤثرازC برB خواهد بود. از اینجا نتیجه‌میشودکه جرم لختی وثقلی جسم A بترتیب دو برابرجرم های لختی وثقلی جسم B میباشد . بنابراین دونوع جرم جسم لااقل باهم متناسب‌اند . و معمول براین‌است که‌آنها را مساوی فرض میکنند. وقتی بکمك ترازو جـرم جسمی را اندازه میگیریم، جرم ثقلی‌آنرا اندازه‌گرفته‌ایم ولی بنابرقرارداد اندازه جرم لختی را نیزهمان اندازه انتخاب میکنند . بنابراین **m** جرم جسم راکه براساس قانون دوم نیوتون بیان شده است باترازو اندازه میگیرند .

۶ـ۶ ، موارد استفاده ازقانون دوم نیوتون

اینك مواردی چند ازکاربردهای اصل دوم نیوتون اشاره میکنیم درتمام مثالهائی‌که دراین‌قسمت ونیزدرآخرفصل‌بیان‌میشود اندازه **g** شتاب‌ثقل زمین برابر $9/80\,m/sec^2$ و یا $32/0\,ft/sec^2$ است مگراینکه درصورت مسئله عدد دیگری بیان شده باشد .