ابتدا نیروها را روی محورهای متعامد دلخواهی تجزیه کرده سپس عمل ترکیب را روی مؤلفه ها انجام دهیم همه مثلث هائی که با حل آنها مواجه میشویم مثلث های قائم‌الزاویه هستند .

درشکل۱-۱۵a سه‌نیروی F_1 و F_2 و F_3 که‌باید برآیندآنها مشخص‌شود نشان‌داده شده‌است. ازنظرتسهیل‌درمحاسبات‌بهتراست امتداد یکی‌ازنیروهارابریکی‌ازمحورها انتخاب نمود . دراین مثال امتداد محور x ها برامتداد نیروی F_1 منطبق فرض شده است . ابتدا همه نیروها را بمؤلفه ها تجزیه میکنیم . برای سهولت جهت چپ براست را روی محور x ها وجهت پائین ببالا را روی محور y ها مثبت و جهات مخالف آنها را منفی فرض می‌کنیم .

نیروی F_1 که منطبق برمحور x هاست احتیاجی به تجزیه ندارد . مولفهٔ های F_2 عبارتنداز $F_{2x}=F_2\cos\theta$ و $F_{2y}=F_2\sin\theta$ هردو مؤلفه مثبت هستند وبرای‌اینکه این نیرو ومؤلفه‌های آن درشکل باوضوع بیشتری مشخص شوند کمی آنهارا از جای خود جابجاکرده‌اند : مولفه‌های نیروی F_3 عبارتند از $F_{3x}=F_3\cos\varphi$ و $F_{3y}=F_3\sin\varphi$ هردو مؤلفه F_3 منفی هستند .

حال فرض‌کنیم نیروهای F_2 و F_3 نیستند و بجای آنها مؤلفه های آنها قرار دارد (درشکل روی این دونیرو خط خوردگی مختصری ایجاد شده است یعنی این نیروها حذف شده‌اند) . اکنون همه مؤلفه‌های واقع برمحورx هارا باهم ترکیب میکنیم R_x بدست‌میآید اندازه R_x برابرجمع جبری اندازه‌های مؤلفه‌های نیروها در امتداد محور x هاست یعنی برابر است با ΣF_x همچنین اگر همه مؤلفه‌های واقع برمحور y ها را باهم جمع جبری کنیم R_y بدست میآید پس‌داریم :

$$R_x=\Sigma F_x \quad و \quad R_y=\Sigma F_y$$

بالاخره درقسمت (c) شکل دومؤلفه R_x و R_y باهم ترکیب و R بدست آمده‌است چون R_x و R_y برهم عمودا‌ند اندازه R ازرابطه زیربدست‌میآید :

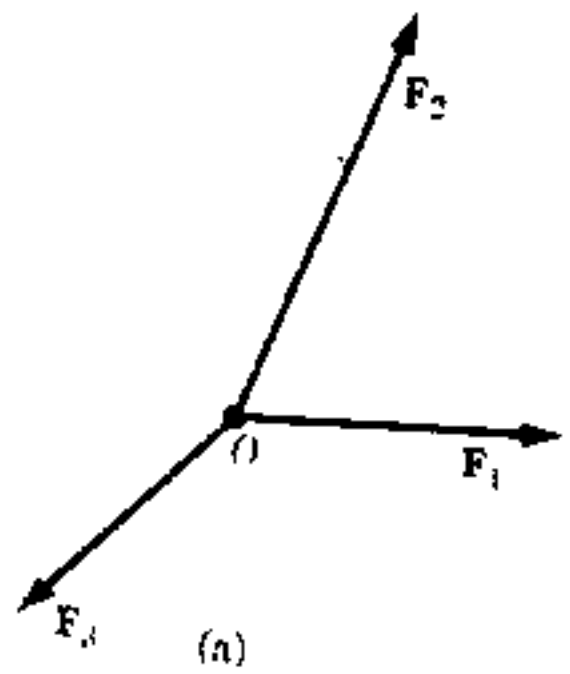
$$R=\sqrt{R^2_x+R^2_y}$$

تانژانت زاویه α یعنی زاویه بین R و محور x هانیز بآسانی بدست‌می‌آیدداریم

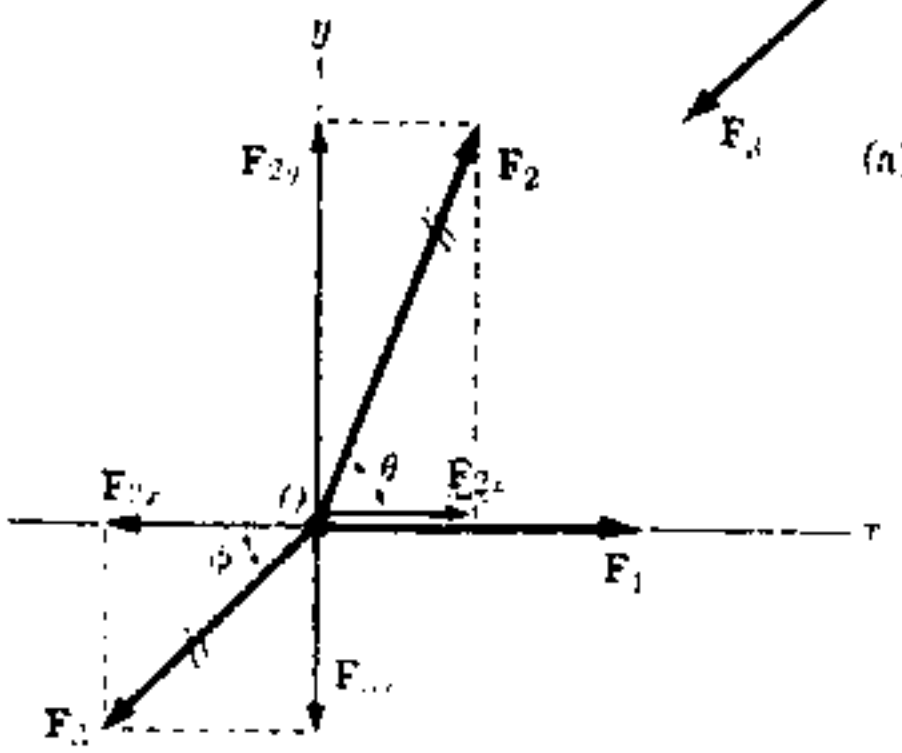
$$\tan\alpha=\frac{R_y}{R_x}$$

مثال- فرض کنیم درشکل ۱-۱۵ اندازه عددی نیروها برابر $F_1=120lb$ و

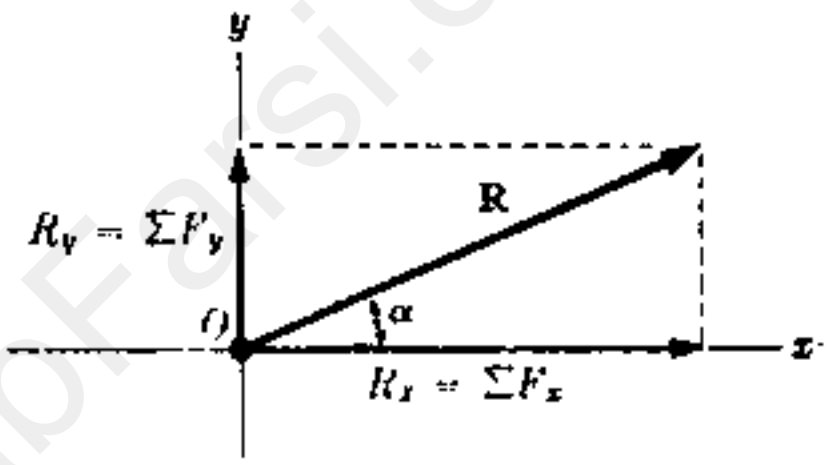
و $F_2=200lb$ و $F_3=150lb$ و اندازه زوایا $\theta=60^\circ$ و $\varphi=45^\circ$ باشند نحوه محاسبات درجدول زیرمرتب‌شده است.



(a)



(b)



(c)

شکل ۱–۱۵. R برآیند نیروهای F_1 و F_2 و F_3 ازطریق تجزیه نیروها ومؤلفه های متعامد بدست آمده است.مؤلفه افقی Rx ازرابطه $R_x=\Sigma F_x$ ومؤلفه قائم‌آن ازرابطه $R_y=\Sigma F_y$ بدست آمده‌است

نیرو	زاویه	مؤلفه روی محور x ها	مؤلفه روی محور y ها
$F_1=120lb$	۰	$+120lb$	
$F_2=200lb$	۶۰°	$+100lb$	$+173lb$
$F_3=150lb$	۴۵°	$-106lb$	$-106lb$
		$\Sigma F_x=+114lb$	$\Sigma F_y=+67lb$

$$R=\sqrt{(114lb)^2+(67lb)^2}=132lb \qquad \alpha=\text{arc}tg\frac{67lb}{114lb}=$$

$$=\text{arc}tg\,0/588=30/4^\circ$$

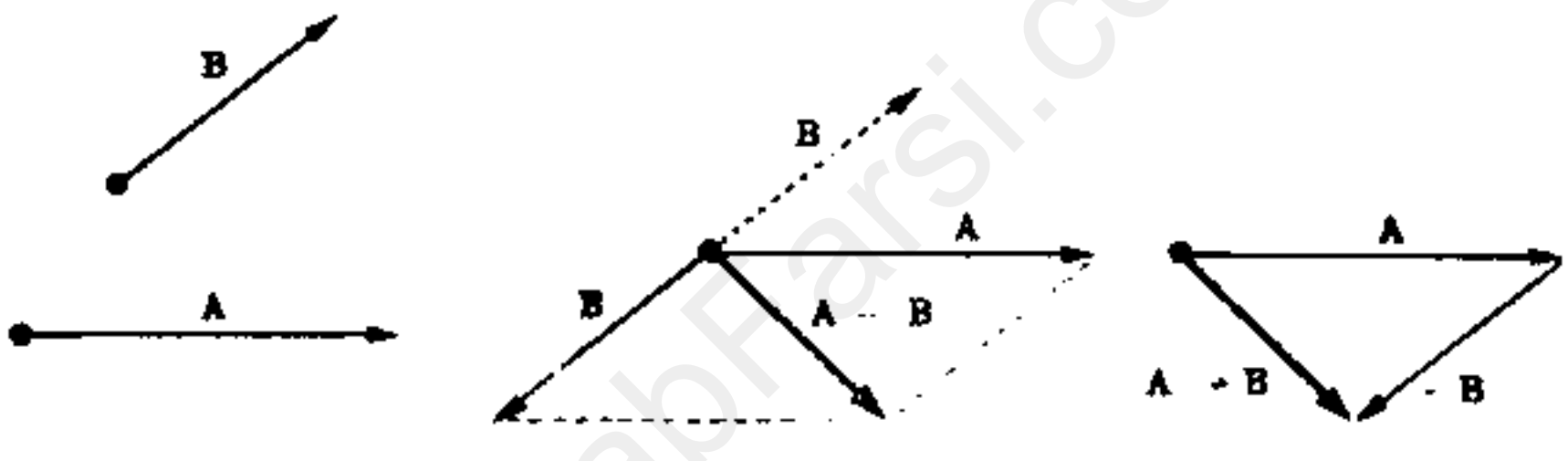
۱ـ۱۰ ، تفاضل برداری

گاهی اوقات لازم‌است برداری را از بردار دیگر کسر نمائیم. در جبر بدین ترتیب یك عبارت را ازعبارت دیگر کسر میکردیم که علامت عبارت اول را تغییر داده آنرا بـادومی جمع‌می‌نمودیم یعنی:

$$a-b=a+(-b)$$

درجمع برداری نیز ازهمین روش استفاده میکنیم وقتی میخواهیم بردار **B** را از **A** کم کنیم بردار **B** — رارسم کرده آنرا بابردار **A** جمع میکنیم ولی بردار **B** — برداری‌است که اندازه آن برابر اندازه **B** وامتداد آن مطبق برامتداد **B** وجهت آن مخالف جهت **B** است لذا:

$$\mathbf{A}-\mathbf{B}=\mathbf{A}+(-\mathbf{B})$$



شکل ۱ـ۱۶ تفاضل برداری A — B درقسمت (b) باروش متوازی‌الاضلاع ودرقسمت (c) با روش مثلث بدست آمده است

طریقه تفریق برداری درشکل ۱ـ۱۶ نشانداده شده است . درقسمت (a) دو برداری که باید ازهم کسرشوند رسم شده‌اند . درقسمت (b) نحوه جمع دوبردار **A** و **B** — و یا تفاضل برداری **B** — **A** بکمك روش متوازی‌الاضلاع ودرقسمت (c) طرز تفریق بکمك روش مثلث نشانداده‌شده‌است . چنانکه ملاحظه میشود درقسمت (b) بردار **A** و **B** — وبردا‌رهای **A** و **B** ازیك نقطه‌رسم شده‌اند درحالیکه در قسمت (c) دو بردار **A** و **B** — بدنبال‌هم رسم شده‌اند. مبدأ **B** — **A** بر مبدء **A** وانتهای آن برانتهای **B** — منطبق‌است. میتوان گفت‌بردار **B** — **A** برداری است که اگربا **B** جمع شود **A** بدست میآیدیعنی :

$$\mathbf{B}+(\mathbf{A}-\mathbf{B})=\mathbf{A}$$

همچنین ممکن‌است برای پیداکردن تفاضل دوبردارآنها را روی‌محورهای مختصات متعامد تصویر نمود. تفاضل مؤلفه‌های دوبردار روی محور xها مؤلفه بردارتفاضل روی‌این محور است ومؤلفه بردار تفاضل روی محور y ها نیز تفاضل مؤلفه‌های دوبردار روی این

محور میباشد .

درمورد نیروها ازدستور تفریق برداری کمتر استفاده میشود ولی درمحاسبه شتاب، تفاضل برداری بردارهای سرعت باید محاسبه شود

نکاتی چند درباره حل مسائل

برای اینکه نتایجی که ازحل مسائل عاید دانشجویان میشود باوقتی که صرف حل این مسائل میشود تناسب رضایت بخشی داشته باشد کافی نیست که فقط اعداد را در فرمول‌ها قرارداده فقط خود را سرگرم کنند . هرگاه درکتاب بدنبال پیداکردن فرمول مناسب برای حل مسئله جستجو کنید یا بمثالهای نمونه حل شده مراجعه کرده ازروی تشابه ، مسئله موردنظر خودرا حل کنید فقط وقت خود را تلف کرده‌اید . یکی از هدفهای حل مسئله این است که هردانشجو بتواند میزان درك خود رااز درسی که درکلاس فراگرفته و در خارج مطالعه کرده است بسنجد . بنابراین قبل ازآنکه بحل مسئله دست بزنید درس را بخوبی بفهمید و هیچگاه درس نخوانده حل مسئله را شروع نکرده خود را در وضع دشوار قرار ندهید . مسئله هرچند مفصل طرح شده باشد هیچگاه شامل تمام نکات مهم فیزیکی نیست و هرگاه شما درس را نخوانده بسراغ حل مسئله بروید تعداد زیادی ازنکات اساسی رانخواهید فهمید .

هرمسئله شامل یك یاچند نکته‌است که براساس یك یاچند قانون فیزیکی حل‌میشود. پس از خواندن صورت مسئله ازخودسئوال کنید که این قوانین کدامند وآیا آنها را میدانید یا نه ؟ دراین صورت شما قادر خواهید بود قوانین را با وضوح کامل برای خودتان بیان کنید . سعی کنید هیچوقت با اطلاعات مبهم و ناقصی که دارید خود را قانع نکنید که مثلا قانون دوم نیوتون را «فهمیده‌اید» ولی نمیتوانید آنرا «بیان کنید» .

تقریباً هرکمیت فیزیکی برحسب آحاد بیان میشود بنابراین جواب هیچ مسئله‌ای کامل نیست مگر اینکه برحسب آحاد مناسب بیان‌شده باشد. البته بعضی ازجوابها عددمطلق هستند و دربیان آنها واحدی ذکر نمیشود .

قرارما براین استکه جزدر مواردی که درصورت مسئله ذکر میشود هرعددی که در صورت مسائل بیان شده است دارای سه رقم معنی دار است. مثلا وقتی نوشته‌اند طول ۲ فوت است معنی آن این است که طول آن ۲/۰۰ فوت میباشد . شمانیزدرحل مسائل جوابها راتا

سه رقم‌بدست‌آورید. مثلا اگر نتیجه حل مسئله‌ای بجواب ۶/۵۶۹۳۸ قوت برثانیه منتهی شده باشد شما بنویسید $6/57 ft/sec$. هرگاه محاسبات را بکمك خط‌کش محاسبه‌انجام دهید خود بخود این نکته رعایت میشود .

جوابهای مسائل یکدرمیان و با دو یا سه رقم معنی‌دار بیان شده‌اند .

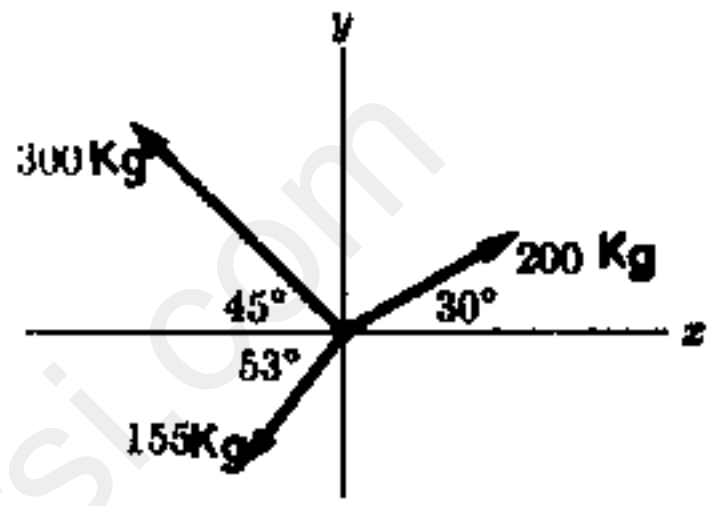
یکی ازراه هائی‌که شمارا ازفهم اصول حل مسئله مطمئن میکندحل معکوس‌آن‌است . یعنی مسئله بشما x را بعنوان معلوم و y رابعنوان مجهول داده‌است؛ شما y را معلوم و x را مجهول فرض‌کنید . راه دیگراین است‌که بعضی شرایط حل مسئله را تغییرداده مجدداً آنرا حل‌کنید مثلااگرنیروی اصطکاك را ۱۰lb فرض‌کرده‌اند شما آنرا 5lb فرض‌کرده مسئله را حل‌کنید . یاشیب سطحی را اگر ۳۰° است ۶۰° فرض نمائید .

هرگاه بخواهید درباره روش حل مسائل اطلاعات بیشتری بدست آورید به‌کتابهای How to study Physics تألیف Chapman و How to solve · How to study تألیف Dadourian که‌بوسیله: Addison–Wesdey منتشر شده است مراجعه‌کنید .

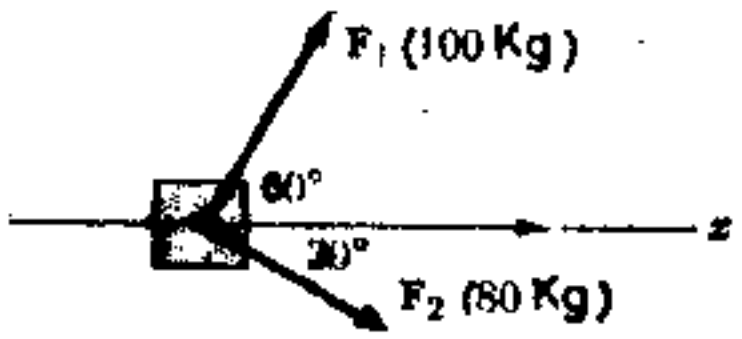
www.KetabFarsi.com

مسائل

۱ـ۱ با روش کثیرالاضلاع برآیند سه‌نیروی نشان‌داده شده درشکل ۱ـ۱۷ را رسم کنید .



شکل ۱ـ۱۷



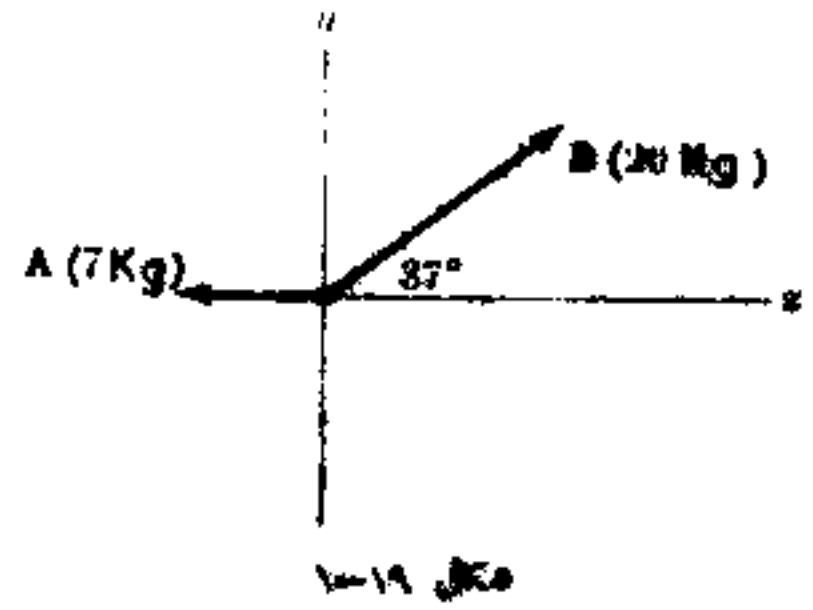
شکل ۱ـ۱۸

۱ـ۲ دومرد ویك پسربچه میخواهند جسمی را درامتداد x (ش ۱ـ۱۸) بکشند . نیروهائی‌که توسط دومرد برجسم وارد شده است درشکل نشان‌داده شده است اندازه‌کمترین نیروئی راکه پسربچه بایدواردکند بدست‌آورید .

۱ـ۳ برآینـد دونیروی ده پوندی راکه بریك نقطه اثرمیکند در حالات زیر رسم کنید : زاویه بین امتدادهای دونیروی (a)°۳۰ و (b)°۱۳۰ است .

۱ـ۴ میله‌ای بطورقائم درزمین فرورفته است ودوطناب بآن بسته شده‌اند . دو طناب دریك سطح افقی‌قرار دارند و زاویه بین امتدادهای‌آندو °۴۵ است . هرگاه برطناب A نیروی ۱۵۰lb وبرطناب B نیروی ۱۰۰lb وارد شود برآیند دونیرو را از طریق رسم پیداکنید . مسئله را (a) با روش کپیرالاضلاع و (b) با روش مثلث حل‌کنید . هر in را معادل ۵۰lb فرض‌کنید .

۱ـ۵ در شکل ۱ـ۱۹ دوبـردار A و B نشان‌داده شده است جمع برداری A+B وتفاضل برادری A−B را ازطریق رسم پیداکنید .



شکل ۱ـ۱۹

۱ـ۶ طول بردار A برابر۲in و امتداد آن °۶۰ بالای محور x هاست . طول بردار B نیز۲in و امتـدادآن °۶۰ زیر محور xهاست

از طریق رسم (a) جمع برداری $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ (b) تفاضل برداری $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ و $\mathbf{B}-\mathbf{A}$ را بدست‌آورید .

۱ـ۷ مؤلفه‌های افقی وقائم نیروی ۴۰lb را که درامتداد 50° بالای محور x ها و بطرف راست ممتد است بدست‌آورید $\frac{1}{16}$in را معادل یك پوند فرض‌کنید و (a) مؤلفه‌ها را بکمك ترسیم حل‌کنید (b) مسئله رااز طریق محاسبه حل ونتایج را مقایسه‌کنید .

۱ـ۸ مطابق شکل ۱ـ۲ حمبه‌ای بانیروی ۴۰lb که باافق زاویه 30° دارد برروی سطح افقی رانده میشود . هراینچ را معادل ۱۰lb فرض کرده مؤلفه‌های افقی وقائم نیرو را رسم‌کنید . اندازه مؤلفه‌ها رااز طریق رسم‌بدست‌آورده‌ونتایج را مقایسه‌کنید.

۱ـ۹ جسمی روی سطح شیب داری که با افق زاویه 20° دارد تحت تأثیر نیروئی قرار داردکه باامتداد سطح زاویه 30° میسازد . اندازه نیر وچقدر باشد تا F_x مولفه‌آن درامتداد سطح برابر ۱۶lb باشد . (b) دراینحال اندازه مؤلفهٔ f_y چقدر است . در رسم نیروها هراینچ را معادل ۸lb فرض‌کنید .

۱ـ۱۰ سه نیروئی که در شکل ۱ـ۱۷ نشانداده شده است برجسمی واقع در مبدء مختصات اثرمیکند . (a) مؤلفه‌های نیروها را روی محور x ها و y هاآورید (b) بکمك تجزیه نیروها روی محورهای معتامد برآیند نیروها را پیداکنید . (c) نیروی چهارمی‌را بطریقی پیداکنید که برآیند چهار نیرو برابرصفر شود . بکمك رسم نیروی چهارم را پیداکنید .

۱ـ۱۱ باتجزیه نیروهای زیرروی محور مختصات برآیندآنها را پیداکنید. نیروی ۲۰۰lb منطبق برمحور x ها وممتد بطرف راست . نیروی ۳۰۰lb ممتد بطرف راست و 60° بالای‌محور x ها. نیروی ۱۰۰lb بطرف‌چپ بازاویه 45° بالای محور xها ونیروی ۲۰۰lb قائم وبطرف پائین . زاویه برآیند را با محور x ها بدست‌آورید.

۱ـ۱۲ بردار A بطول ۱۰ واحد زاویه 30° با بردار B بطول ۶ واحد میسازد . اندازه تفاضل برداری $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ وزاویه ایراکه این‌برادر با بردار A میسازد بدست‌آورید . (a) باروش متوازی‌الاضلاع (b) با روش مثلث (c) با روش تجزیه بردارها روی محورها

۱ـ۱۳ دونیروی F_1 و F_2 بریك‌نقطه اثرمیکنند اندازه F_1 برابر ۸lb و امتداد آن با محور x ها زاویه 60° میسازد واین‌نیرو در ربع اول واقع است اندازه نیروی F_2 که درربع چهارم ۵lb وزاویه‌آن بامحور x ها 53° است (a) مؤلفه‌های‌افقی وقائم‌برآیند را بدست آورید (b) اندازه برآیند چقدر است (c) اندازه تفاضل برداری F_1-F_2 چه اندازه است .

۱ـ۱۴ دونیروی F_1 و F_2 برجسمی اثرمیکند. برآیند **R** بر F_1عمود است واندازه آن $R=F_1=10lb$ است. اندازه نیروی F_2 و زاویه آن با نیروی F_1 را بدست آورید.

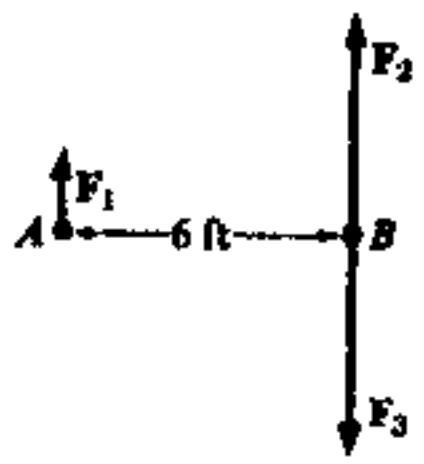
۱ـ۱۵ برآیندچهارنیرو برابر 100lb و ۳۰° بطرف شمال غربی متمایل است. سه نیرو ازاین چهار نیرو عبارتند از اولی نیروی 400lb که ۶۰° بطرف شمال شرقی و دومی 300lb بطرف جنوب وسومی 400lb با زاویه ۵۳° بطرف جنوب غربی امتدادارند مشخصات نیروی چهارم را پیداکنید.

۱ـ۱۶ سرعت یك هواپیما نسبت بسطح زمین V_{PE} برابر جمع برداری سرعت آن نسبت بهوا V_{PA} وسرعت‌هوا نسبت بزمین V_{AE} است یعنی:

$$V_{PE}=V_{PA}+V_{AE}$$

(a) اندازه V_{PE} بفرض اینکه V_{PA} برابر 100mi/hr وبطرف شمال باشد وباد باسرعت $V_{AE}=40mi/hr$ ازشرق بغرب بوزد بدست‌آورید. در رسم دیاگرام هرسانتیمتر را 20mi/hr فرض کنید (b) جهت وامتداد V_{PA} راوقتی اندازه آن 100mi/hr و V_{PE} بطرف شمال و V_{AE} از شرق بغرب و برابر 40mi/hr باشد مشخص کنید.

۱ـ۱۷ (a) بکمك رسم، اندازه جهت وامتداد وخط اثربرآیند دو نیروی موازی F_1 و F_2 راکه‌درشکل ۱ـ۲۰ نشانداده شده‌بدست‌آورید بفرض اینکه اندازه F_1 و F_2 برابر 4lb و 10lb باشد (b) از طریق رسم امتداد، جهت و نقطه اثر دو نیروی موازی و مختلف‌الجهت F_1 و F_3 راکه در شکل ۱ـ۲۰ نشانداده شده‌است بدست آورید F_3 برابر 10lb میباشد.



شکل ۱ـ ۲۰

فصل دوم

تعادل نقطه مادی

۲ـ۱ ، مقدمه

علم مکانیك برسه‌اصل که برای اولین‌بار بطرزی واضح و روشن‌توسط سرایساك نیوتون (۱۶۴۳ـ۱۷۲۷) بیان‌گردید بناشده است . این اصول که در کتاب Philosophia Naturalis Principa Mathematica (اصول ریاضی علوم طبیعی) نوشته شده است اولین بار در ۱۶۸۶ بزبان لاتین منتشرشد ولی نباید ازنظر دور داشت که علم مکانیك پیش ازنیوتون شروع شده و بخصوص اولین بار گالیله Galileo Galilei (۱۵۶۴ـ۱۶۴۲) درباره حرکت تند شونده روی سطح شیب‌دار مطالعه خودرا شروع کرد و به نتایجی رسیدکه بی‌شك پایه بیان اصول نیوتون واقع گردید .

دراین فصل ما فقط بذکر دواصل ازاصول نیوتون می‌پردازیم: اولی وسومی .درباره اصل دوم درفصل پنجم صحبت خواهد شد .

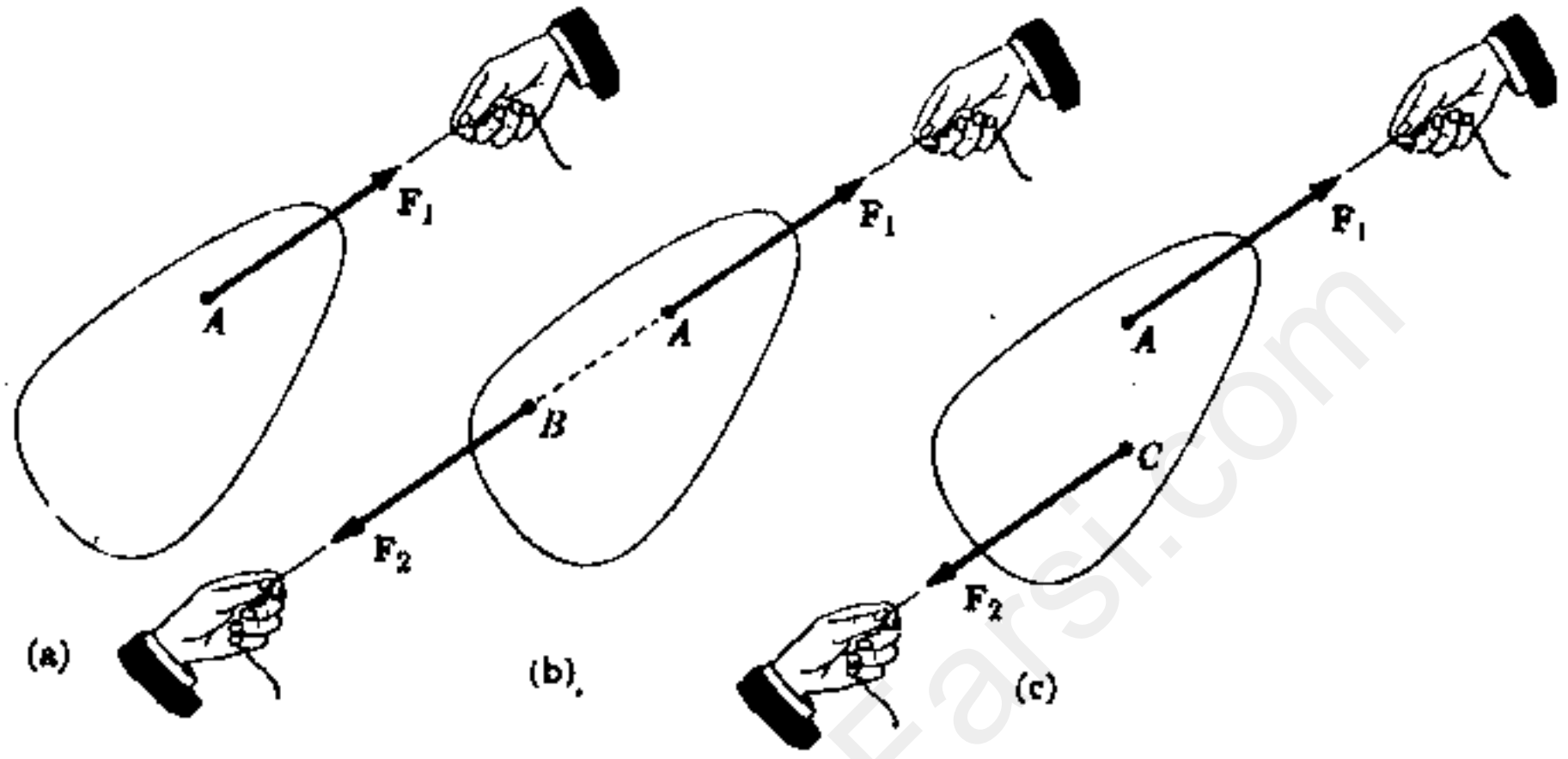
۲ـ۲ ، تعادل ـ اصل‌اول نیوتون

یکی‌ازاثرات نیرو تغییرشکل وتغییر ابعادی است‌که میتواند دراجسام‌ایجادکند. از اثرات دیگر نیرو تغییراتی است که‌میتواند دروضع حرکت جسم بوجود آورد .

وقتی ازحرکت جسم صحبت میکنیم نظر ما بر حرکت جسم بطورکلی معطوف است یعنی هر حرکت انتقالی و دورانی که جسم در لحظه معین میتواند داشته باشد . وقتی نیروئی برجسمی اثرمیکند اغلب در دوران وانتقال جسم تغییر ایجاد میکند. اما وقتی چند نیرو برجسمی اثرکند ممکن است اثریکدیگررا خنثی کنند بطوریکه در دوران وانتقال

جسم تغییری ایجاد نشود . درچنین حالتی گویند جسم بحال **تعادل** است. این بدین معنی است که (۱) جسم یا در حال سکون است ویا باتندی ثابت بر روی خط مستقیمی حرکت انتقالی دارد . (۲) جسم یا اصلا نمی‌چرخه ویا سرعت دوران آن ثابت است

فرض کنیم مطابق‌شکل۲ـ۱ جسم‌صلبی باشکل دلخواه‌برسطح مستوی وبدون اصطکاکی



شکل ۲ـ۱ وقتی دونیروی مساوی ومختلف‌الجهت که بریک امتداد واقعند برجسمی اثر کنند (قسمت b شکل) جسم بحال تعادل درمیآید

قرارداشته باشد . هرگاه‌جسم درابتدا بحال‌سکون باشد ولـی دفعتاً تحت‌تـأثیر نیروی F_1 قرارگیرد(قسمت a ازشکل۲ـ۱) شروع‌بحرکت انتقالی ودرعین‌حال دوران درجهت حرکت عقربه ساعت‌خواهد نمود . هرگاه‌جسم‌ازاول‌درحرکت‌باشد وسپس تحت‌تأثیر نیروقرارگیرد نیرو باعث تغییر دراندازه سرعت یا امتداد آن (یا هردو) و نیز بـاعث تغییر سرعت دوران جسم میشود. درهر دوحال جسم بحال تعادل باقی نمانده است .

جسم‌را بشرطی‌میتوان‌مجدداً بحال تعادل‌درآورد که‌نیروی دیگری مانند F_2 برآن‌اثر کند F_2 بایداولاً اندازه‌ای برابراندازه F_1 داشته‌باشد. ثانیاً امتدادآن‌برامتداد F_1 منطبق و ثالثاً جهت‌آن مخالف جهت F_1 باشد. درچنین صورتی‌برآیند F_1 و F_2 برابرصفراست . هرگاه دو نیرو مساوی و مختلف الجهت بوده ولی بریك امتداد واقع‌نباشند (ش ۲ـ۱ c) جسم درحال تعادل انتقالی است ولی‌تعادل دورانی ندارد . (دونیرودرحالت اخیرتشکیل‌یك زوج نیرو میدهند)

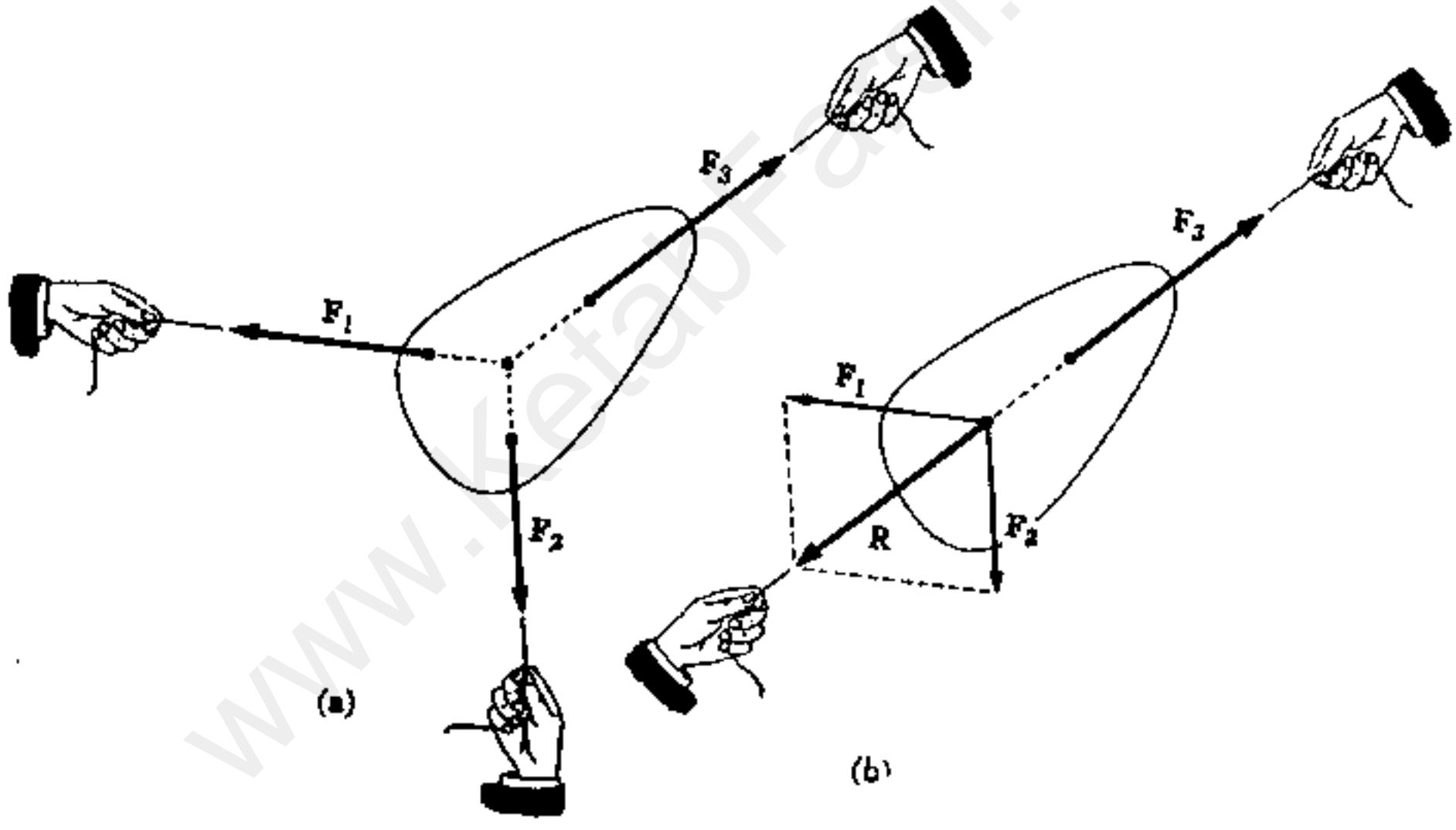
دراین وضع گوئیم‌اندازه‌های F_1 و F_2 دارای قدرمطلق‌مساوی هستند ولی‌علامت‌آنها با یکدیگرمختلف است یایکی ازآنها قرینه دیگری است و دراین حال میتوان نوشت:

$$F_2 = -F_1$$

اگر **R** برآیند دو نیروی F_1 و F_2 باشد خواهیم داشت:

$$R = F_1 + F_2 = F_2 - F_1 = 0$$

چنین دو نیروئی را باختصار «مساوی ومختلف‌الجهت» مینامند. (یعنی قدرمطلق اندازه‌های آنها مساوی وعلامت آنها مخالف یکدیگر است.) درشکل ۲ـ۲a جسمی نشان‌داده‌شده است که تحت تأثیر سه‌نیروی ناموازی وهم‌صفحه F_1 و F_2 و F_3 قراردارد هر نیروئی را که برجسم صلبی اثـر میکند میتوان مؤثر برهریك از نقاط واقع برامتداد آن فرض نمود. بنابراین دوبردار ازاین سه بردار را (مثلا F_1 و F_2) روی امتداد خودمنتقل کرده بمحل برخورددوامتدادشان میاوریم وبرآیند آنهارا رسم‌میکنیم. اکنون دونیرو داریم یکی F_3 و دیگری **R** برآیند F_1 و F_2 و شرط تعادل جسم این است که (۱) **R** و F_3 مساوی، (۲) مختلف‌الجهت و (۳) دارای یك امتداد باشند. شرط سوم زمانی برقراراست که امتداد F_3 ازمحل برخورد امتدادهای F_1 و F_2 بگذرد بزبان دیگرسه نیرو متقاطع باشند.



شکل۲ـ۲ وقتی جسمی تحت اثرسه نیروی ناموازی وهم صفحه باشد شرط تعادل جسم این است که سه نیرومتقاطع باشد وبرآیند هردونیروازاین سه نیرومساوی ومختلف الجهت بانیروی سوم باشد.

آنچه درشکل ۲ـ۲ رسم شده روش ترسیمی ساده‌ای برای بیان شرط تعادل است. هرگاه بخواهیم همین شرائط را با روش تحلیلی بیان کنیم باید دستگاه مختصات متعامدی انتخاب ونیروها را برآن تصویرکنیم. قبلاً دیدیم که مؤلفه‌های **R** برآیند چند بردار در دستگاه متعامد از روابط زیربدست میاید:

$$R_x = \Sigma F_x \quad و \quad R_y = \Sigma F_y$$

وقتی جسمی بحال تعادل است برآیندنیروهای وارد برآن برابرصفر است بنابراین

برای جسم متعادل خواهیم داشت :

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{و} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ویا} \quad \mathbf{R} = 0$$

این معادلات را **شرط اول تعادل** مینامند .

شرط دوم تعـادل درفصل سوم بیان خواهد شد . این دو شرط بیان ریاضی واقعیاتی هستندکه ذیلا بیان میشود :

(a) وقتی جسم صلبی‌تنها تحت تأثیردو نیروبحال تعادل باشد این دو نیروباید بریك امتداد واقع باشند .

(b) وقتی جسم‌صلبی تحت‌اثرسه نیرومتعادل شده باشدامتدادهای‌این سه نیروباید از یك‌نقطه مرور کنند .

شرط اول تعادل، شرط تعادل‌انتقالی و شرط دوم تعادل، شرط تعادل‌دورانی است . مجموعه هردوشرط یعنی شرط تعادل‌کامل جسم، اساس **اصل اول نیوتون**را درباره حرکت تشکیل‌میدهد . نیوتون اصل مذکور را باین اندازه روشن و قابل فهم بیان نکرده است . ترجمه‌ای‌ازآنچه وی‌بزبان لاتین درکتاب **Principa** نوشته است عیناً نقل میشود :

«هرجسمی همیشه ساکن خواهد ماندیابحرکت یکنواخت خودبرروی خط مستقیمی ادامه خواهد داد مگراینکه با تأثیر نیروئی مجبور شودآنرا تغییردهد »

با وجود اینکه نیوتون درباره حرکت دورانی صریحاً بیانی‌نکرده است معذلك از نوشته‌های‌اومعلوم‌است‌که اوشرط تعادل دورانی را فهمیده است یعنی‌میدانسته است‌که نحوه اثرنیروهاباییدچگونه باشد تا جسم یا دوران نکند یا دوران ثابت داشته باشد .

۲ـ۳ ، بحث درباره اصل اول نیوتون

اصل اول نیوتون‌آنطورکه بنظرمیاید واضح بدیهی نیست . اولا بموجب این‌اصل وقتی جسمی تحت اثرنیروئی نباشدیاباید بحال سکون بماند یاحرکت یکنواخت داشته باشد واین بدین معنی‌است‌که **اگرجسمی بحرکت درآمد دیگراحتیاجی به‌اعمال نیروبرای ادامه‌حرکت آن وجود ندارد** و این بانتایج تجربی‌که در زندگی روزمره عاید ما میشود متناقض بنظر میرسد . فرض‌کنیم با دست خود نیروئی‌برکتابی‌که روی میزواقع است واردآوریم . همین که دست خود را عقب برده‌کتاب را بحال خـودگذاریم دیگر بحرکت متشابه خود ادامه نمی‌دهد بلکه تدریجاً کند شده می‌ایستد . هرگاه بخواهیم‌کتاب بحرکت یکـنواخت خود ادامه دهـد باید نیروئی بطور دائم برآن وارد آید . اما اعمال این نیرو فقط باین جهت لازم است‌که درحـالیکه کتاب در حـــــــرکت است ازطرف سطح میزبرآن نیروی

اصطکاکی مخالف جهت حرکت وارد میاید وباید خنثی شود . هرچه سطح میز بیشترصیقلی باشد نیروی اصطکاک کمترخواهد بود و ما نیز بساید نیروی کمتری برکتاب وارد آوریم . بنابراصل اول هرگاه بتوانیم نیروی اصطکاک را بطور کامل ازبین ببریم پس ازبحرکت درآمدن کتاب لازم نیست برای ادامه حرکت نیروئی برآن واردآوریم . بنابراین نتیجه میشود که هرگاه برآیند نیروهای وارد برکتاب نیزصفر شود (نیروی اصطکاک با نیروئی مساوی و مختلف‌الجهت باآن خنثی شود) کتاب بحرکت یکنواخت خود ادامه خواهد داد . پس میتوان گفت وقتی برآیند نیروهای وارد برجسم صفر باشد مثل‌این است که نیروئی برآن وارد نشده است .

درمرحله دوم ، نیوتون دستگاه مختصات اینرسی inertial reference system را تعریف میکند . برای فهم این تعریف لازم است قبلاً این نکته روشن شود که حرکت یك جسم فقط میتواند نسبت بیك **نقطه یا جسم دیگر** مشخص شود وچون میتوان وضع جسم را نسبت به اجسام یا نقاط بیشماری سنجید . حرکت جسم نسبت بیك نقطه ممکن است وضع کاملا متفاوتی باحرکت همین جسم نسبت بنقطه دیگرداشته باشد. مثلا مسافری که درهواپیما نشسته است نسبت بهواپیما ساکن است درحالیکه نسبت بزمین متحرك میباشد .

دستگاه مختصات عبارت ازچند محور مختصات فرضی است که بجسم معینی متصل و با آن درحرکت است (اگرجسم متحرك باشد)

فرض کنیم هواپیمای مثال قبل با حرکت‌تندشونده برروی باند درحرکت ویکدستگاه محورهای مختصات بآن ضمیمه است . میدانیم که وقتی هواپیما حرکت تندشونده‌ای برروی باند دارد پشتی صندلی برشخصی که درون این هوا پیما نشسته است نیروئی وارد میکند در حالیکه شخص نسبت بدستگاه مختصات متصل بهواپیما حرکتی ندارد . چنین بنظرمیاید که اصل اول نیوتون در مورد این شخص صادق نیست زیرا نیروئی برشخص واردمیشود ولی باوجود این شخص نسبت بهواپیما درحال سکون است .

حال فرض کنیم شخص کفش سکیت بپای دارد و درون این هواپیما ایستاده است . وقتی هواپیما حرکت تند شونده خود را شروع کند شخص نسبت بهواپیما روبعقب حرکت تند شونده‌ای خواهد داشت درحالیکه هیچ نیروئی براو وارد نشده است. بازهم بنظرمیرسد که اصل‌اول نیوتون درمورد این مثال دچار تناقض شده است .

بنابراین‌میگوئیم دستگاه مختصات‌اینرسی‌دستگاهی است که‌وقتی جسمی‌تحت‌تأثیرهیچ نیروئی نباشد نسبت باین دستگاه در حال سکون ویا درحال حرکت متشابه باقی بماند . بعبارت دیگر **دستگاه اینرسی دستگاهی است‌که اصل اول نیوتون وضع حرکت جسمی را که تحت تاثیرهیچ نیروئی نباشد درآن دستگاه مشخص‌کند** .(این دستگاه رادستگاه‌مختصات

گالیله نیزمینامند) .

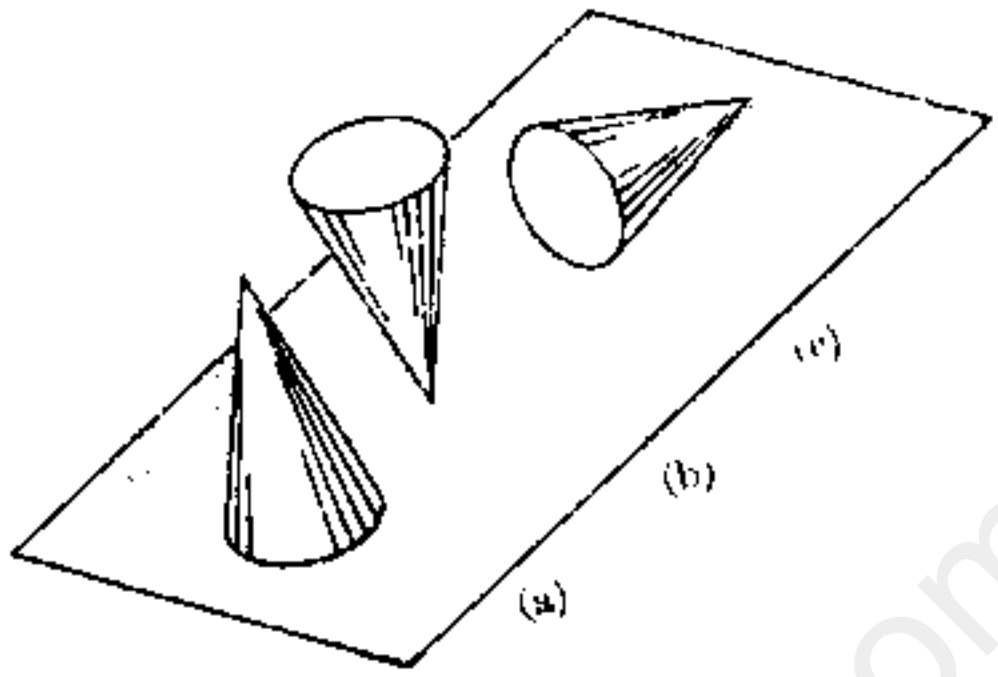
دستگاه مختصات متصل بهواپیمائی که حرکت تند شونده دارد دستگاه اینرسی نیست. دربسیاری از موارد دستگاه مختصات متصل بزمین رامیتوان دستگاه اینرسی فرض نمود ولی درفصول بعد خواهیم دیدکه دستگاه مذکور نیزبعلت حرکت وضعی زمین نمیتواند دستگاه اینرسی فرض شود . نیوتون درفضای لایتناهی دستگاه مختصاتی فرض نمودکه درحال سکون مطلق باشد و درمطالعه حرکت اجسام وضع آنها را نسبت بچنین دستگاهی مشخص مینمود . امـا اصول نظریه نسبی براین است که «سکون مطلق» و «حرکت مطلق» دارای مفهوم فیزیکی نیستند . بهتراین است که دستگاه مختصات اینرسی را نسبت به ثوابت سنجید . ثوابت ستارگانی هستندآنقدر دورکه حرکت آنها در وضع ظاهریشان نسبت بما بی‌تـأثیر است . (بنابراین اطلاق ثوابت به‌آنها غلط ولی مصطلح است) اصل اول نیوتون درچنین دستگاه مختصاتی میتواند حرکت اجسامی راکه تحت اثر نیرو نیستند تفسیر کنید وبنابراین انتخاب آن بعنوان دستگاه مختصات اینرسی اشکالی ندارد .

در مـــــرحله سوم نیوتون تعریف کیفی واضحی ازنیرو را بیان میکند . این تعریف چنین است : «نیروعاملی است که وضع حرکت جسمی را تغییر میدهد» (باید درنظر داشت که این بدین معنی نیست که نیرو اثرات دیگری نداشته باشد . مثلا نیرو میتواندطول یك فنررا تغییردهد .) وقتی می‌بینیم جسمی که نسبت بـزمین ساکن است شروع بحرکت میکند تابرسرعت جسمی که نسبت بزمین متحرك است افزوده میشود یاسرعت آن کاهش‌مییابد و یا بالاخره جهت امتداد سرعت آن تغییرمیکند نتیجه میگیریم که نیروئی برآن اثر کرده است . براساس همین اثر نیرو میتوان دو نیرو را باهم سنجید وبرای نیرو واحدی تعریف نمود واینرا درفصل پنجم مورد بحث قرارخواهیم داد .

۴ـ۲ ، تعادل پایدار ، ناپایدار و بی تفاوت

وقتی جسمی راکمی ازوضع تعادل خود منحرف کنیم ، اندازه ، امتداد ، جهت وخط اثر نیروهای وارد برآن تغییرخواهدکرد هرگاه پس‌ازتغییروضع جسم، نحوه تغییرنیروها طوری باشدکه جسم رابوضع اول بازگردانندتعادل جسم را **پایدار** مینـامند . هرگاه نحوه تغییرنیروها طوری باشدکه انحراف جسم ازوضع تعادل بیشتر و باز هم بیشترشود تعادل را **ناپایدار** مینامند. هرگاه جسم پس ازانحراف از وضع تعادل اولیه ، بحال تعادل جدیدی درآمده باشد تعادل را **بی‌تفاوت** مینامند. بنابراین برای اینکه بدانیم تعادل جسمی‌پایدار، ناپایدار یابی‌تفاوت است کافی است به‌ببینیم وضع جسم پس ازانحراف جزئی از وضع اولیه چگونه است

درشکل ۲ـ۳ مخروطی درسه وضع دیده میشوددر قسمت (a) شکل که مخروط بسطح قـاعده متکی است تعادل‌آن پایدار ، در وضع (b) که بر رأس خودمتکی است تعادل آن ناپایدار و دروضع (c) که برمولد خود متکی است تعادل‌آن بی‌تفاوت است .



شکل ۲ـ۳ (a) تعادل پایدار (b) ناپایدار و (c) بی تفاوت

۲ـ۵ ، اصل سوم نیوتون درباره حرکت

هر نیرو فقط یکی ازدوطرف اثرمتقابل دوجسم بریکدیگر است . معلوم شده است که **هرگاه جسمی نیروئی برجسم دیگروارد کند جسم دوم نیزمتقابلاً برجسم اول نیروئی وارد میسازدکه اندازه‌آن برابر اندازه نیروی اول ، جهت‌آن مخالف جهت نیروی اول وامتداد آن همان امتداد نیروی اول است** ☆ بنابراین نیروی منفرد وجود ندارد .

هر دو نیرو راکه در اثرمتقابل دوجسم وجود دارند **عمل و عکس‌العمل** مینامندولی این بدین معنی نیست که طبیعت این دو نیرو با یکدیگر متفاوت است و یا یکی «علت» و دیگری «معلول» است . هریك از دونیرو را میتوان عمل و دیگری را عکس العمل دانست.

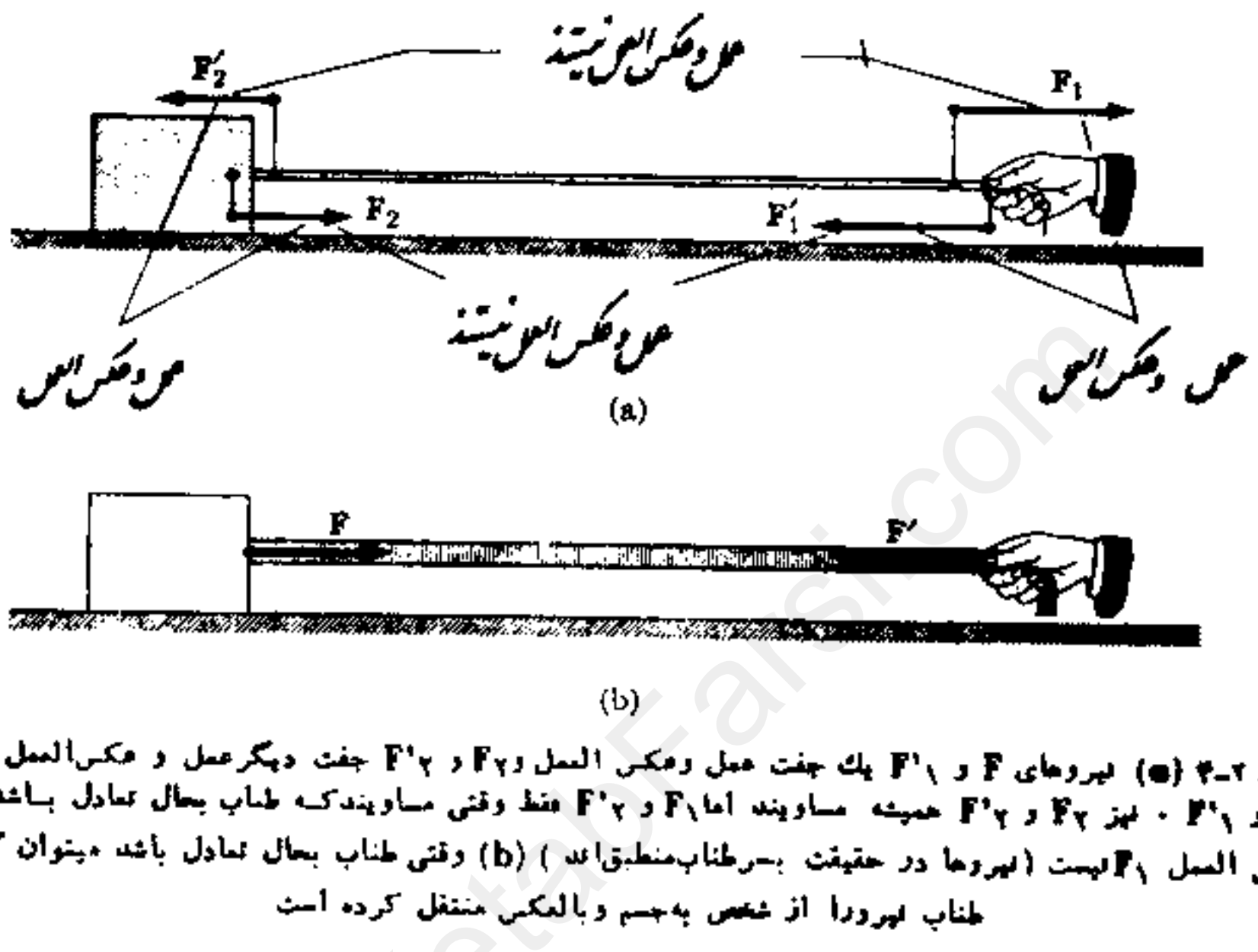
این خاصیت نیرو دراصل‌سوم نیوتون بصورت زیربیان شده‌است : «هرعملی‌را عکس‌العملی است مساوی‌ومختلف‌الجهت با آن» ویا «عمل متقابل در دو جسم بریکدیگرمساوی و مختلف‌الجهت است» :

مثلا فرض‌کنیم شخصی جسمی راکه برسطح افقی قرادذارد باطنابی بطرف خودمیکشد (ش ۲ـ۴) وزن طناب وجسم درشکل نشانداده نشده است . ممکن است جسم بحال تعادل باشد یا نباشد نیروهای عمل وعکس العملی که بوجود میاید در شکل نشانداده شده است . در واقع همه نیروها درامتداد طناب هستند ولی برای متمایز نشانداون‌آنها ازیکدیگر آنها راقدری بالاتر یا پائین‌تر کشیده‌اند) F_1 نیروئی است که شخص بر طناب واردمیکند، عکس‌العمل آن F'_1 که مساوی ومختلف‌الجهت‌باآن است ازطناب بر شخص‌وارد میشود. F_2

☆ درمورد نیروهای الکترومانیتیك صحت این اصل کاملا واضح و بدیهی‌است اما بآسانی میتوان دریافت که درمکانیك نیزاین اصل قابل قبول‌است.

نیروئی است که ازطناب برجسم وارد میشود عکس العمل آن F'_2 نیروئی است که از جسم برطناب وارد میشود . و داریم :

$$F'_1 = -F_1 \quad , \quad F'_2 = -F_2$$



شکل ۲ـ۴ (a) نیروهای F و F'_1 یك جفت عمل وعکس العمل و F_2 و F'_2 جفت دیگرعمل و عکس‌العمل هستند F_1 و F'_1 . نیز F_2 و F'_2 همیشه مساویند اما F_1 و F'_2 فقط وقتی مساویندکه طناب بحال تعادل باشد F'_2 عکس العمل F_1 نیست (نیروها در حقیقت برطناب منطبق‌اند) (b) وقتی طناب بحال تعادل باشد میتوان گفت که طناب نیرورا از شخص به‌جسم وبالعکس منتقل کرده است

بسیارمهم است اگر درنظر داشته‌باشیدکه F_1 و F'_2 با وجوداینکه مساوی ومختلف الجهت هستند و امتداد آنها نیز برهم منطبق است یك جفت عمل عکس العمل نیستند زیـــــرا این دو نیرو بریك جسم اثر میکنند (طناب) درحالیکه دو نیروی عمل و عکس‌العمل بردوجسم مختلف اثرمینمایند ازاین گذشته F_1 و F'_2 همیشه با هم برابر نیستند هرگاه طناب وجسم با حرکت تندشونده بطرف راست درحرکت باشند طناب بحال تعادل نیست و F_1 بیشتر از F'_2 است تنها درحالیکه طناب وجسم ساکن بوده یا با سرعت ثابت در حرکت‌اند F_1 و F'_2 بنا براصل اول نیوتون با هم برابراند . از آنجاکه F_2 و F'_2 نیز باهم برابرخواهند بود و نیروئی‌که ازطناب برجسم وارد میشود برابر نیروئی است که ازشخص برطناب وارد میاید و میتوان گفت که طناب نیرو را بدون تغییر به جسم منتقل میکند. این تفسیر دربسیاری از موارد مفیداست ولی باید درنظر داشت که استفاده ازآن محدود بشرائط فوق‌الذکراست .

هرگاه تفسیرفوق را درنظرگیریم احتیاجی نیست که نیروهای وارد برطناب و خود طناب مورد نظرقرارگیرد و دیاگرام نیروها رامیتوان مطابق شکل ۲ـ۴ b رسم نمود که

درآن فرض براین است که شخص نیروی F را مستقیماً بجسم واردآورده است. عکس‌العمل آن نیروی F′ است که ازجسم مستقیماً بشخص وارد شده است . تنها اثروجود طناب انتقال نیروها ازشخص به جسم وبالعکس است .

جسمی راکه مانند طناب شکل ۲ـ۴ b ازدوطرف کشیده میشود درحال کشش گویند، کشش در هرنقطه برابر نیروئی است که برآن نقطه وارد میشود بنابراین درشکل ۴ـ۲ a کشش درانتهای راست طناب برابراندازه F_1 (یا F'_1) است وکشش در انتهای چپ طناب برابر F_2 (یا F'_2) است . هرگاه طناب بحال تعادل باشد و نیروی دیگری جزهمین دو نیروکه بردو انتهای آن اثرمیکند برآن وارد نیاید؛ کشش درهردوانتهای طناب باهم مساویند. هرگاه مثلا در شکل ۲ـ۴ b اندازه F و F′ برابر ۵۰lb باشدکشش در طناب ۵۰lb است (نه ۱۰۰lb) .

۲ـ۶ ، تعادل نقطه‌مادی

شکل مواد موجود درطبیعت ونحوه رویداد پدیده ها ساده نیستند. بنابراین برای حل مسائل ابتدا جسم را جسمی ایده‌آل فرض‌کرده نحوه اتفاق پدیده ها را ساده‌تر از آنچه هست فرض‌می‌کنیم تامسائل ساده وقابل فهم عموم شوند. مثلا فرض‌کنیم بخواهیم فاصله‌ایرا که توپ تنیسی پس ازپرتاب طی‌میکند تا بزمین برخوردکند، بدست‌آوریم. توپ را یك نقطه مادی و اثر مقاومت هوای مؤثر برآن را ناچیز فرض میکنیم . حل چنین مسئله‌ای بسیار آسان میشود . هرگاه از این جهت‌که صورت مسئله را بکلی عوض‌کرده‌ایم مورد انتقاد قرار گیریم جواب ما این‌است‌که اولا درسرعت های‌کم تقریب وخطا چندان زیاد نیست. ثانیاً این‌تغییرات جزئی بماامکان میدهد مسئله را بآسانی حل‌کنیم وقتی سرعت‌زیاد باشدحل‌تغییرات مذکور نامعقول‌ومسئله محتاج به دانستن‌ریاضیات درسطح عالیتری است.

معمولاً وقتی برجسم صلبی چندنیرو اثرمیکند امتداد همه این نیروها از یك نقطه نمی‌گذرد یعنی متلاقی نیستند . دراین حال جسم در هرلحظه دوحرکت انتقالی و دورانی (تواماً) خواهد داشت. دربسیا ـموارد حرکت دورانی‌جسم دارای اهمیت چندانی نیست وبه حرکت انتقالی‌آن مربوط نمیباشد. مثلاحرکت زمین بدورخورشید دراثرجاذبه وارده‌از خورشیدبرزمین‌بوجودمیآیدحرکت وضعی‌زمین درمحاسباتمربوط بحرکت‌آن بدورخورشید هیچگونه نقشی ندارد. هرجسم راکه چرخش‌آن، درانتقال‌آن بعنوان بی‌تاثیرفرض‌کردنقطه مادی مینامند ممکن است ابعاد نقطه مادی‌کوچك ویا بزرگ وقابل ملاحظه باشد ولی در هرحال باید امتداد همه نیروهای وارد برآن ازیك نقطه بگذرند .

کلیه مسائل ومباحثی‌که دربقیه این فصل ازکتاب مورد بحث قرار میگیرد دربـاره نقاط مادی بحث میکند. عده بیشماری مسائل علمی وصنعتی‌را میتوان‌ازاین طریق حل‌نمود.

دراین مسائل اغلب اندازه یك یاچند نیرو معلوم واندازه چندنیروی دیگر نامعلوم است و باید پیدا شود بهتراست نکات زیررا باروشی توأم با احتیاط درحل این مسائل بکاربرد .

(۱) شکل ساده‌ای ازجسم یا دستگاهی که مورد بحث است رسم کرده ابعاد وزوایا را روی‌آن مشخص کنید .

(۲) جزئی از دستگاه را بعنوان نقطه مادی (مثلا گره اتصال چند طناب) که در حال تعادل است انتخاب‌نموده‌آنرا بطور منفرد و مجزا رسم کنید . (میتوانید از مدادهای رنگین استفاده کنید) سپس کلیه نیروهای وارد براین نقطه مادی رارسم نمایند . این طرح را **دیاگرام آزاد جسم** یا **دیاگرام نیروها** مینامند هرگاه دستگاهی شامل چند قسمت باشد هریك را یك نقطه مادی فرض کرده برای هریك دیاگرام‌آزاد جداگانه‌ای رسم کنید .

در دیاگرام آزاد هرنقطه مـادی **نباید** نیروهای **وارده** ازاین نقطه مادی **برنقاط دیگر** را رسم کرد زیرا این نیروها برنقاط‌مادی‌دیگری وارد میشوند و دردیاگرام‌آزادآن نقاط رسم خواهند شد .

(۳) دستگاه مختصات متعامدی رسم کرده هرنیروی مایل را بمؤلفه هائی در امتداد این محورها تجزیه کنید ونیروهای اصلی را خط بزنید .

(۴) جمع جبری مؤلفه‌های واقع بر محور x‌ها و نیز جمع جبری مؤلفه‌های واقع برمحور y ها را مساوی صفرقرارداده دومعادله بدست‌آورید. باحل‌این دومعادله میتوانید دو مجهول (که ممکن است نیرو ، زاویه ویا فاصله باشند) بدست‌آورید .

یکی از مهمترین نیروهائی که دردیاگرام نیروهای وارد برجسم همیشه وجوددارد نیروی وزن جسم است . اثرجاذبه زمین برهرجسم را وزن آن جسم مینامنـد در فصل بعد خواهیم دید که خط اثر نیروی وزن همیشه ازنقطه معینی ازجسم عبور میکندکه **مرکز ثقل** نامیده میشود .

نیروی‌جاذبه وارده اززمین بریك جسم، فقط یك وجه ازدووجه‌اثرمتقابل جسم وزمین بریکدیگر است و باید دانست که جسم و زمین متقابلا یکدیگر را جذب میکنند. جسم نیز زمین را بـانیروئی مساوی ومختلف‌الجهت با وزن خـود جذب مینماید . وقتی وزن جسمی مثلا ۱۰lb است (یعنی زمین جسم رابا نیروی ۱۰lb جذب میکند) جسم نیززمین را بـا نیروی ۱۰lb بطرف بالا جذب مینماید . این دونیرو یك جفت‌عمل وعکس‌العمل هستند .

مثال ۱ برای‌آسانترفهمیدن ، بامثال ساده‌ای شروع میکنیم . جسمی راکه درشکل ۲ـ۵ a نشانداده شده درنظرگیرید . جسم مذکور بکمك طنـابی بسقف‌آویزان و در حال تعادل است . درقسمت (b) شکل دیاگرام‌آزاد جسم رسم شده‌است. نیروهای وارد بر جسم

عبارتنـد از w_1 وزن جسم و T_1 نیروئی که از طناب بجسم وارد میشود . هرگاه محور افقی را محور x ها و محورقائم را محور y ها فرض کنیم مؤلفه‌ای درامتداد محور x هـا وجود ندارد و در امتداد محور y ها عبارتند از w_1 و T_1 . از شرط $\Sigma F_y = 0$ نتیجه می‌شود :

$$\Sigma F_y = T_1 - w_1 = 0$$

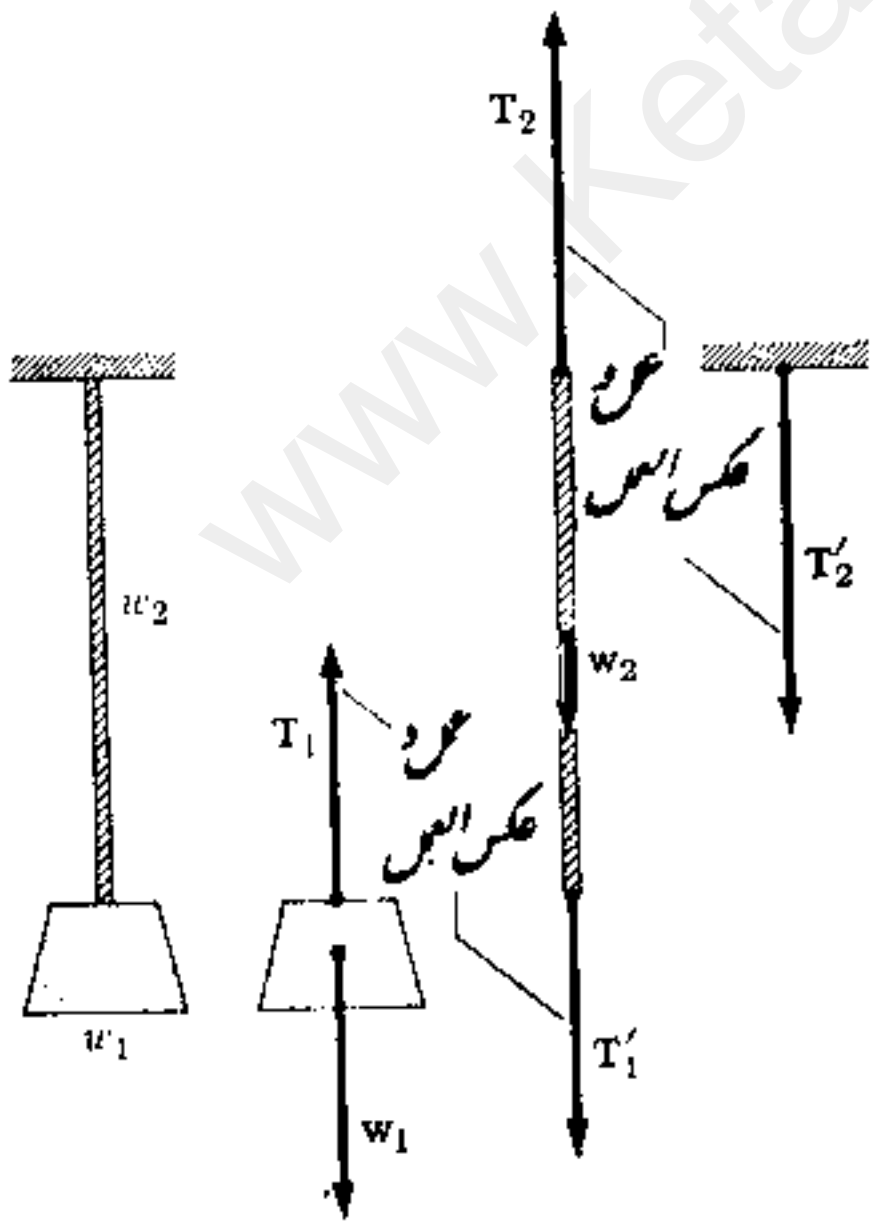
$$T_1 = w_1 \quad \text{(اصل اول)}$$

بـرای اینکه دونیرو بریك امتداد واقع باشند بـاید امتداد قائمی که از آویزگاه میگذرد ازمرکزثقل نیزعبورنماید .

باز هم لازم است تأکید شودکه با وجود اینکه w_1 و T_1 مساوی و مختلف‌الجهت هستند عمل و عکس‌العمل نیستند . w_1 نیروی جاذبه ایست‌که اززمین برجسم اثر میکند . عکس‌العمل‌آن نیروئی است مساوی ومختلف‌الجهت با w_1 که ازجسم برزمین اثر میکند . این عکس‌العمل یکی ازمجموعه عکس‌العمل‌هـائی است‌که از طرف اجسام مختلف برزمین واردمیشود. لذا در دیاگرام آزادجسم ظاهر نمیشود.

عکس‌العمل T_1 نیروی T'_1 است‌که روبپائین از جسم‌آویزان برطناب اثرمیکند .

$$T'_1 = T_1 \quad \text{(اصل سوم نیوتون)}$$

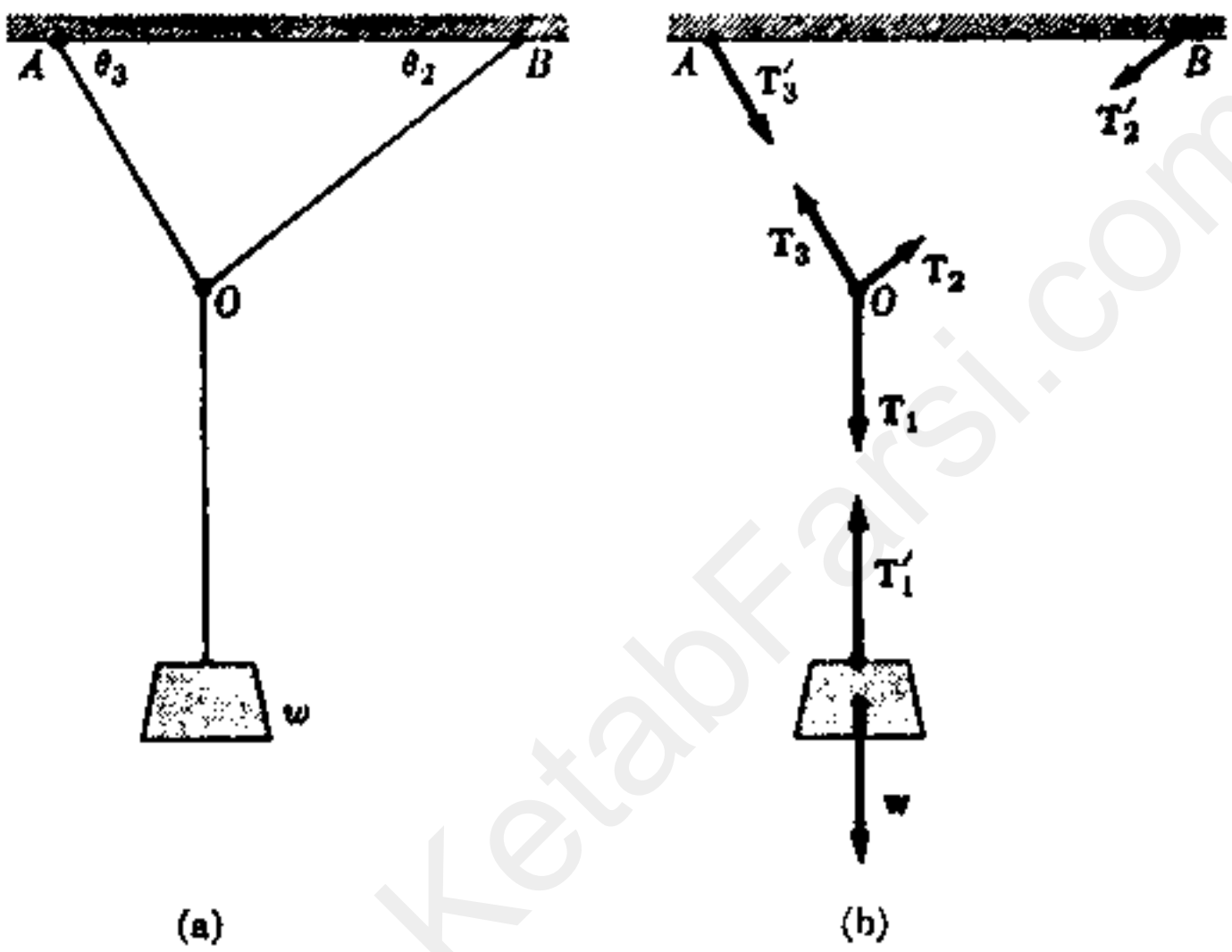


شکل ۲–۵ (a) جسم ساکنی‌که بطنابی‌آویزان است . (b) جسم منفرد شده و نیروهای‌وارد برآن نشانداده شده است. (c)نیروهای مؤثر بر طناب (d) نیروی مؤثر برنقطه تعلیق . عمل وعکس‌العمل‌ها درشکل‌نشانداده شده‌اند.

نیروی $\mathbf{T'_1}$ در قسمت (c) شکل نشانداده شده است . این قسمت دیـــــاگرام نیروهای مؤثر برطناب است نیروهای دیگری‌که بر طناب اثر میکنند $\mathbf{w_2}$ وزن طناب و دیگری $\mathbf{T_2}$ است‌که از سقف بر انتهای بالائی طناب وارد میشود چون طناب بحال تعادل استداریم.

$$\Sigma F_y = T_2 - w_2 - T'_1 = 0$$

$$T_2 = w_2 + T'_1 \quad \text{(اصل اول)}$$



(a) (b)

شکل ۲–۶ (a) جسم آویزانی‌که بحال تعادل است ، (b) نیروهای مؤثربرجسم ، گره وسقف

عکس‌العمل $\mathbf{T_2}$ نیروی $\mathbf{T'_2}$ است‌که ازطناب برسقف وروبپائین اثرمیکند ودرقسمت (d) شکل‌نشانداده شده است .

$$T_2 = T'_2 \quad \text{(اصل سوم)}$$

فرض‌کنیم وزن جسم ۲۰lb ووزن طناب ۱lb باشد دراینصورت داریم :

$$T_1 = w_1 = 20\,\text{lb}$$

$$T'_1 = T_1 = 20\,\text{lb}$$

$$T_2 = w_2 + T'_1 = 1\,\text{lb} + 20\,\text{lb} = 21\,\text{lb}$$

هرگاه وزن طناب قابل اغماض باشد درعمل هیچ نیروئی جز دونیروی مؤثر بر دو

انتهای طناب برآن اثر نمیکند و دراینحال نیروهای T_2 و T'_2 هریك ۲۰lb خواهندبود وچنانکه قبلا گفته شد طناب فقط ناقل نیروی ۲۰lb ازطرفی بطرف دیگراست. دراینحال میتوان نیروی وارد. ازسقف برطناب را «عمل» و نیروی وارده ازجسم برطناب را «عکس العمل» فرض نمود . کشش مؤثر برطناب ۲۰lb است .

مثال۲ـ درشکل ۲ـ۶ a جسمی بوزن w که بطنابی آویزان است نشانداده شده . طناب در نقطه O بدوطناب دیگر گره خورده است طرف دیگر دوطناب اخیرالذکر مطابق شکل بسقف وصل‌اند . هر گاه وزن طنابها ناچیز باشد میخواهیم کشش مؤثربرهریك از سه طناب را بدست‌آوریم .

باید جسمی را انتخاب کرده نیروهای مؤثر برآن را مشخص نموده شرائط تعادل را برای‌آن جسم بنویسیم تا نیروهای مجهول پیداشود. جسم‌آویزان چنین جسمی است ونظیر آنچه درمثال قبل دیدیم پس ازنوشتن شرط تعادل این‌جسم ، کشش مؤثربرطناب قائم‌برابر وزن جسم‌آویزان بدست میآید . ازطنابهای مایل مستقیماً نیروئی برجسم‌آویزان اثرنکرده و فقط برنقطه O دونیرو واردمیشود. بنابراین گره O را بعنوان جسم جدید انتخاب کرده نیروهای وارد برآن را رسم میکنیم وزن گره O وطنابها ناچیزاست .

دیاگرام آزاد جسم‌آویزان و نیز گره O در قسمت (b) شکل رسم شده T_1 و T_2 و T_3 سه‌نیروی مـوثربرگره O و T'_1 و T'_2 و T'_3 عکس‌العمل این نیروهـا میباشند. ابتدا جسم‌آویزان رادرنظرمیگیریم چون بحال تعادل است پس:

$$T'_1 = w \quad \text{(اصل اول)}$$

وچون T_1 و T'_1 عمل و عکس‌العمل هستند داریم :

$$T'_1 = T_1 \quad \text{(اصل سوم)}$$

درنتیجه خواهیم داشت :

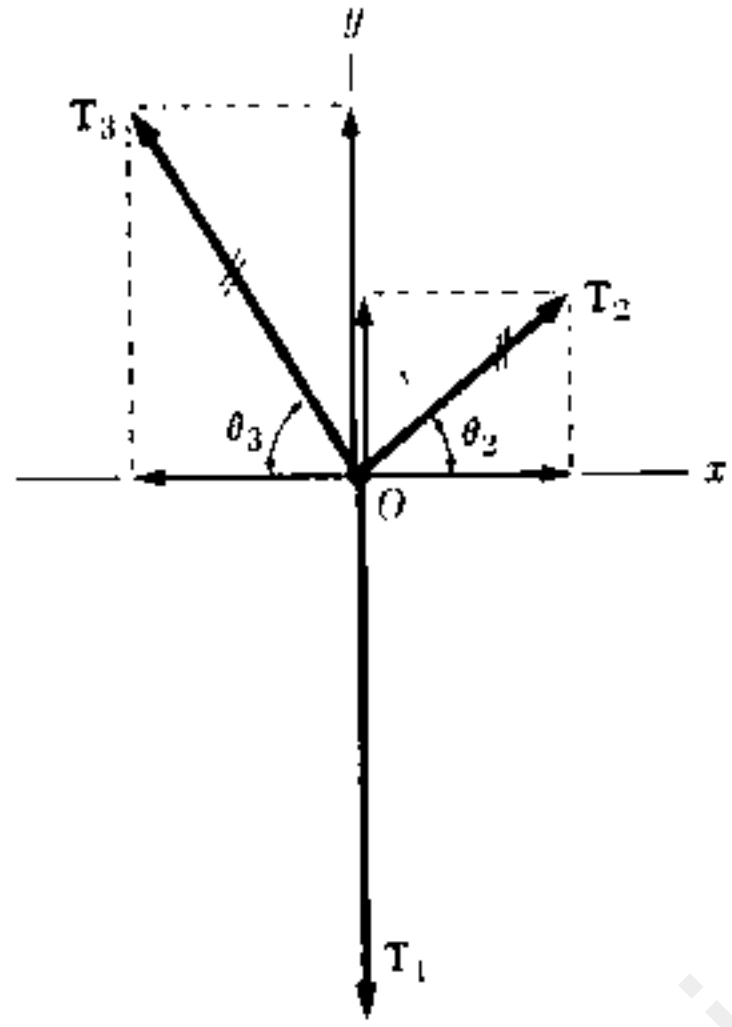
$$T_1 = w$$

برای پیداکردن نیروهای T_2 و T_3 نیروی موثربرگره O را مطابق شکل ۲ـ۷ روی محورهای مختصات تجریه‌کرده بنابراصل اول نیوتون مینویسم :

$$\Sigma F_x = T_2 \cos\theta_2 - T_3 \cos\theta_3 = 0$$

$$\Sigma F_y = T_2 \sin\theta_2 + T_3 \sin\theta_3 - T_1 = 0$$

فرض کنیم $w = 50lb$ و $\theta_2 = 30^\circ$ و $\theta_3 = 60^\circ$ باشد دراینصورت $T_1 = 50lb$ و



شکل ۲ـ۷ نیروهای مؤثر برگره O که در شکل ۲ـ۶ نشانداده شده‌است برمحورهای x و y تصویرشده‌اند .

ازحل دومعادله بالا نتیجه میشودکه :

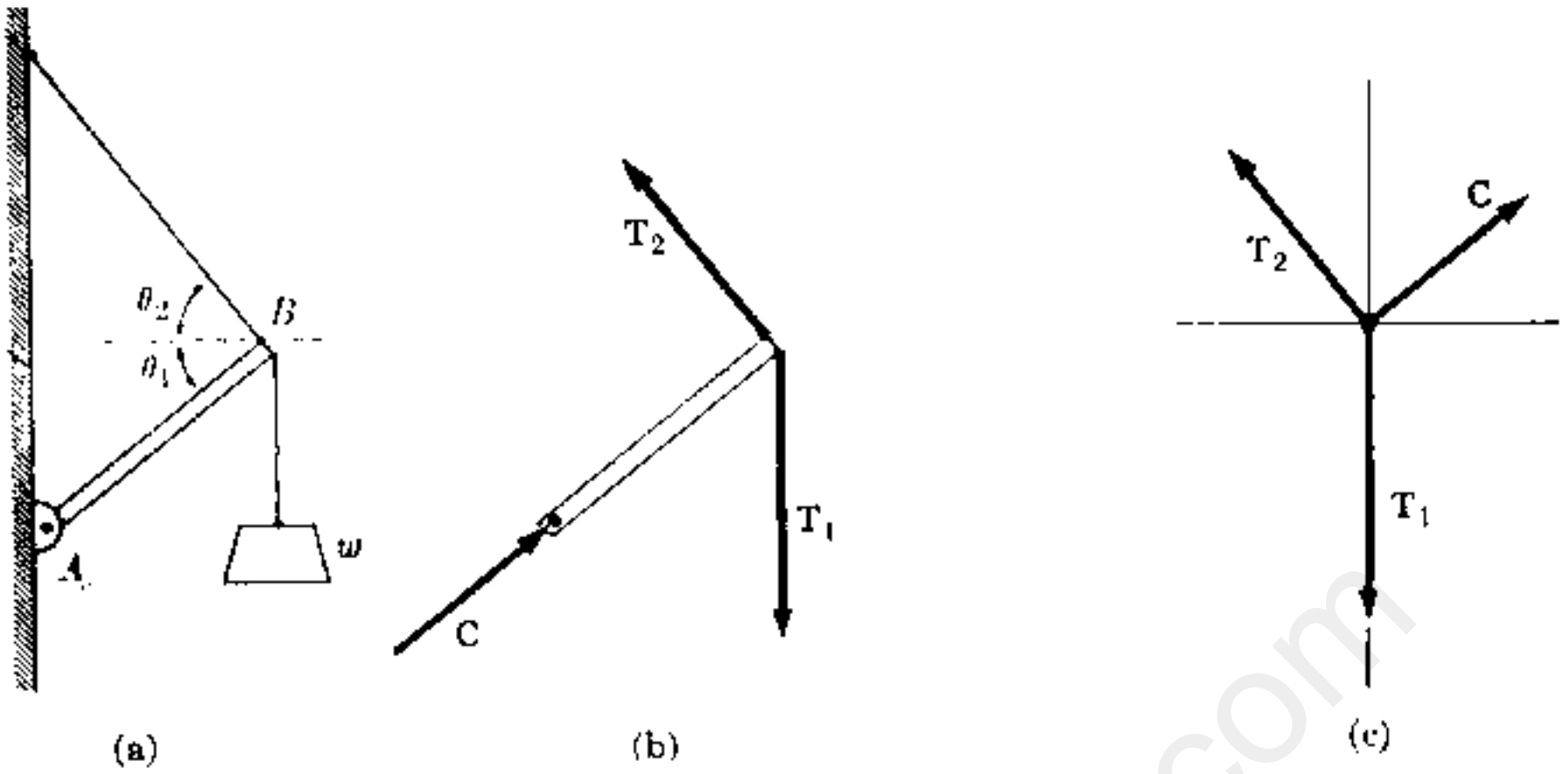
$$T_2 = 25\text{lb} \quad \text{و} \quad T_3 = 43/3\text{lb}$$

و بالاخره بنابراصل سوم نیوتون نیروهای T'_2 و T'_3 مؤثربرسقف بترتیب مساوی و مختلف‌الجهت با T_2 و T_3 میباشند .

مثال ۳ـ درشکل ۲ـ۸ a میله AB ازیکطرف بدیوار قائمی لولا شده و بطرف دیگرآن دوطناب وصل است . یکی‌ازطنابها بدیوار وصل ویدیگری وزنه w آویزان‌است. ازوزن میله وطنابها صرفنظرشده است .

درشکل۲ـ۸b دیاگرام‌آزادمیله AB رسم‌شده است . نیروهای مؤثربرمیله عبارتند ازT_1نیروی‌وارده ازطناب قائم برمیله T_2 نیروی وارده ازطناب مایل برمیله و C نیروی مؤثر ازدیواربرمیله . امتداد وجهت واندازه نیروی T_1 معلوم ولی از T_2 فقط امتدادآن معلوم‌است، اما ازنیروی C معلوماتی دردست نیست . چون T_1 و T_2 در انتهای خارجی میله یکدیگر را قطع میکنند وبرمیله فقطسه نیرو اثرمیکنند شرط لازم برای تعادل میله این است‌که نیروی سوم (C) ازمحل تقاطع دو نیروی T_1 و T_2 بگذرد یعنی نیروی C بـاید برمیله منطبق باشد بعبارت دیگرامتداد C نیزمعلوم است .

چون برآیند دونیروی T_1 و T_2 مساوی، ومختلف‌الجهت بانیروی C است‌بنابراین میله عملا از دو طرف تحت تأثیردو نیروی مساوی و مختلف‌الجهت‌که روبداخل میله‌متمرکز هستند قرار میگیرد یـگوئیم میله درحال تراکم است.



(a) (b) (c)

شکل ۲–۸

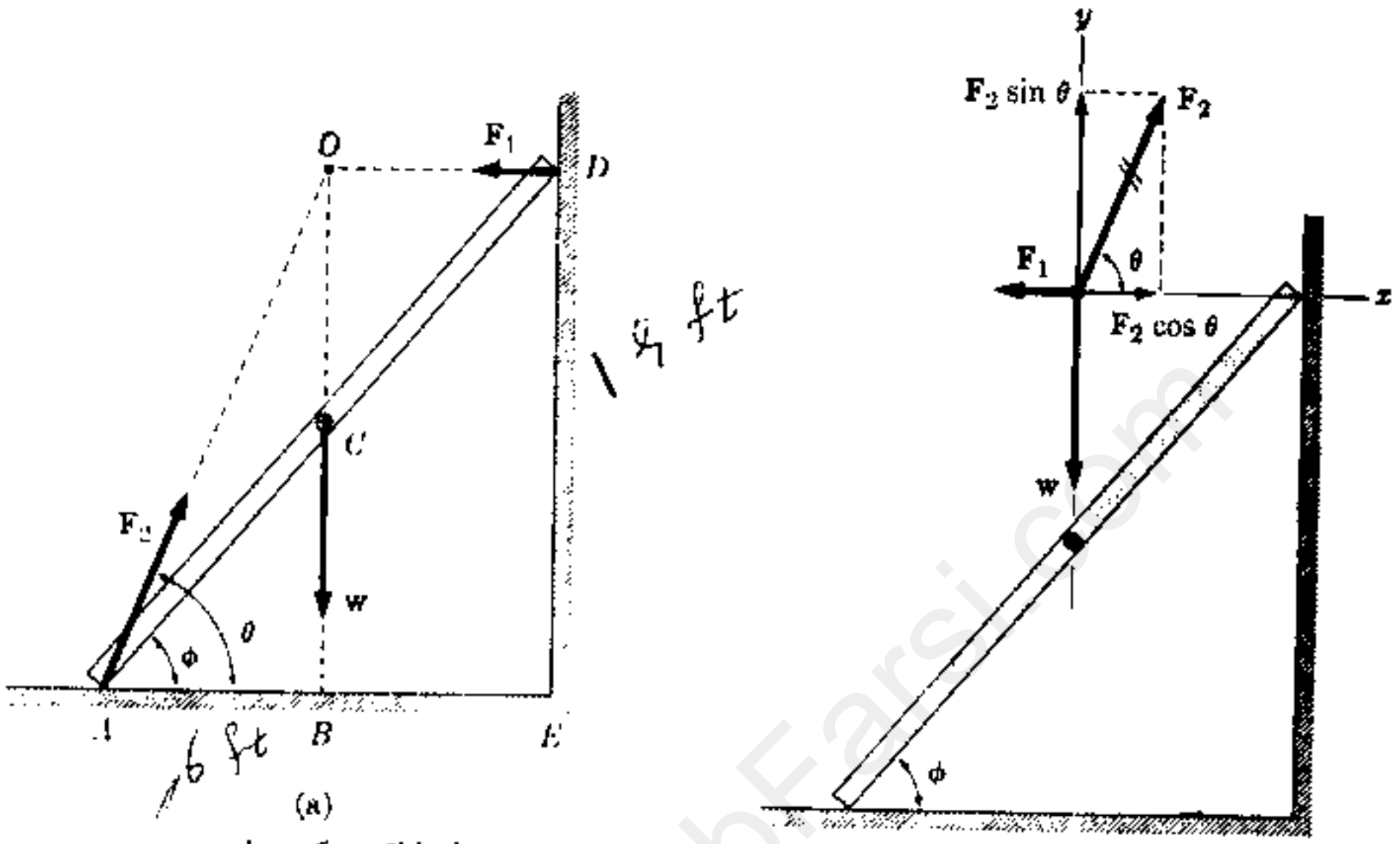
هرگاه نیروهای مؤثر برمیله بردو انتهای‌آن اثر نکنند برآیند نیروهای مؤثر بر میله درامتداد طول میله نیست واین درمثال بعدی نشانداده میشود .

درشکل ۲–۷ c نیروی **C** را به محل تلاقی دو نیروی $\mathbf{T}_2$ و $\mathbf{T}_3$ منتقل کرده‌ایم . هرگاه یك نقطه مادی درنقطه B قرارمیگرفت‌که همین نیروها برآن مؤثربود ومسئله عیناً بهمین شکل حل می‌شد . شرط اول تعادل بین مقادیر T_1 و T_2 و C و θ_1 و θ_2 دو معادله مستقل بوجود میاورد. هرگاه سه مقدار ازمقادیرمذکور معلوم باشد دوتای دیگر قابل محاسبه است .

مثال ۴ـ درشکل ۲–۹ نردبانی نشانداده شده‌که بدیوار قائم بدون اصطکاکی‌تکیه دارد و بحال تعادل است. نیروهای مؤثر برنردبان عبارتند از (۱) وزن نردبان یعنی **w** (۲) نیروی $\mathbf{F}_1$ که ازدیوار قائم برنردبان اثر میکند وامتدادآن برسطح دیوار عموداست (دیوار بدون‌اصطکاك است). (۳) نیروی $\mathbf{F}_2$ که ازطرف زمین برپایه نردبان واردمیشود. اندازه ، جهت و امتداد **w** و امتداد F_1 معلوم‌اند اندازه F_1 و اندازه و امتداد و جهت F_2 نامعلوم میباشد . مانند مثال قبل نردبان نیز تحت اثر سه نیرو بحال تعادل در آمده است. بنابراین باید این سه نیرومتقاطع باشند. خط اثر **w** و $\mathbf{F}_1$ معلوم است‌آنهاراامتداد میدهیم تا یکدیگر را درنقطهO قطع کنندامتداد $\mathbf{F}_2$ نیز باید از این نقطه بگذرد چنانکه می‌بینیم هیچیك ازنیروهای $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ درامتداد نردبان برآن اثر نمیکنند . درقسمت(b) شکل، نیروها بیك‌نقطه منتقل‌شده‌اند. (محل برخورد $\mathbf{F}_1$ و **w**) را با استفاده ازشرط‌اول تعادل میتوان نوشت :

$$\Sigma F_x = F_2 cos\theta - F_1 = 0 \qquad (۱-۲)$$

$$\Sigma F_y = F_2 sin\theta - w = 0 \qquad (۲-۲)$$



شکل ۲ـ۹ نیروهای مؤثر بر اردبانی که بدیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه دارد

بعنوان مثال فرض کنیم وزن نردبان ۸۰lb طول آن ۲۰ft و مرکز ثقل در وسط آن‌بوده زاویه نردبان بازمین $\varphi = ۵۳°$ باشد. میخواهیم زاویه θ و اندازه نیروهای F_1 و F_2 را بدست آوریم برای محاسبه θ ابتدا طولهای AB و BO را بدست میآوریم ، در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم :

$$\overline{AB} = AC cos\varphi = ۱۰ ft \times ۰/۶۰ = ۶/۰ ft$$

ودرمثلث قائم‌الزاویه AED میتوان نوشت :

$$\overline{DE} = \overline{AD} sin\varphi = ۲۰ ft \times ۰/۸۰ = ۱۶ ft$$

ودرمثلث قائم‌الزاویه AOB با درنظر گرفتن اینکه $\overline{DB} = \overline{DE}$ است داریم :

$$\tan\theta = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{۱۶ ft}{۶/۰ ft} = ۲/۶۷$$

$$\theta = ۶۹/۵° \qquad sin\theta = ۰/۹۳۷ \qquad cos\theta = ۰/۳۵۰$$

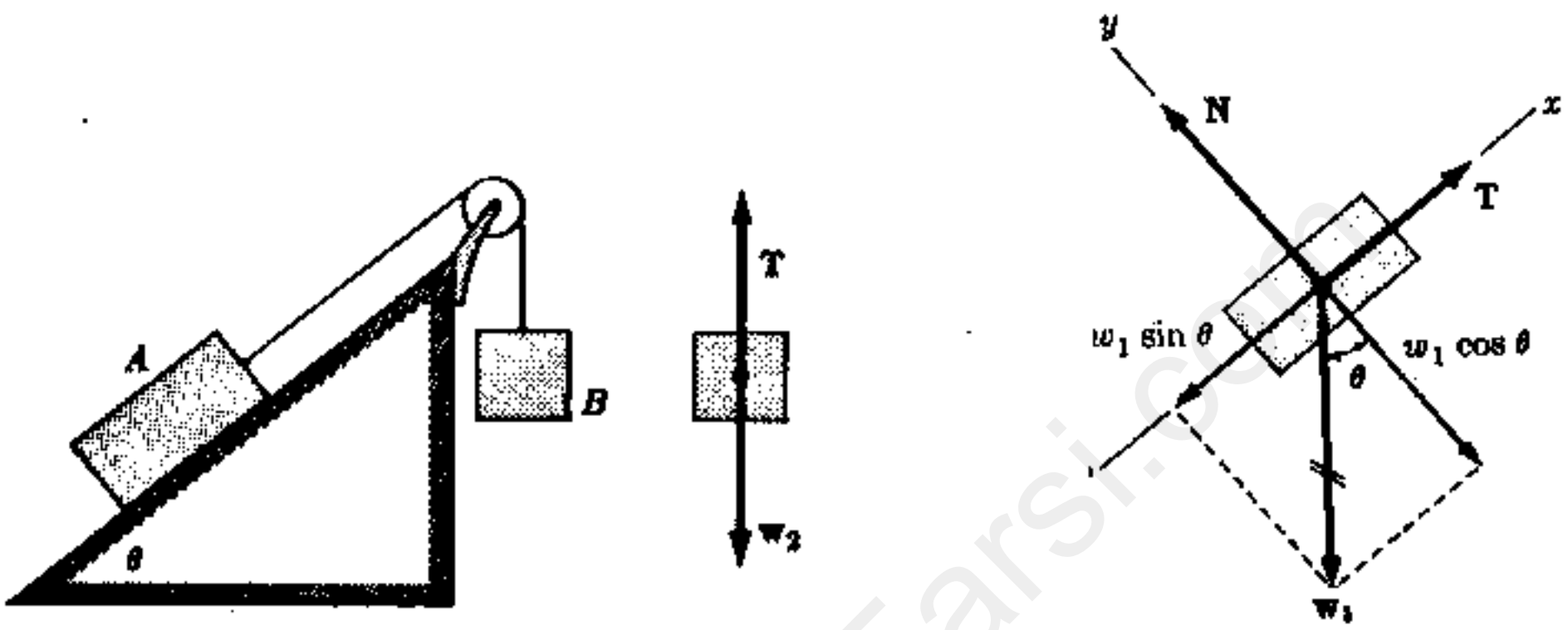
$$F_2 = \frac{w}{sin\theta} = \frac{۸۰ lb}{۰/۹۳۷} = ۸۵/۵ lb$$

و بنابرفرمول ۲ـ۱ داریم :

$$F_1 = F_2 \cos\theta = ۸۵/۵\text{lb} \times ۰/۳۵۰ = ۳۰\text{lb}$$

نیروئی که ازنردبان بردیوار قائم وزمین وارد میشود بترتیب با F_1 و F_2 مساوی ومختلف‌الجهت میباشد.

درفصل بعد با استفاده ازگشتآور باروش دیگری مسئله فوق را حل میکنیم.



شکل ۲ـ۱۰ نیروهای مؤثر برجسمی‌که برسطح شیبدار بدون اصطکاکی بحال‌تعادل قرارگرفته‌است

مثال ۵ـ درشکل ۲ـ۱۰ جسم A بوزن w_1 نشانداده شده‌است‌که برسطح شیب دار بدون اصطکاکی‌بحال تعادل قراردارد. زاویه شیب سطح θ است و طنابی‌که بجسم A وصل است ازروی قرقره بدون اصطکاکی عبور کرده بجسم آویزان B بوزن w_2 وصل میشود وزن طنابها قابل اغماض و مرکز ثقل هرجسم دروسط آن فرض شده است. هرگاه w_1 و θ معلوم باشند اندازه w_2 راطوری پیداکنیدکه دستگاه بازاه‌آن بحال تعادل درآید یعنی یا اصلا حرکت نکند ویاحرکت یکنواخت داشته باشد.

دیاگرام‌آزاد نیروهای مؤثر بردوجسم درطرف راست شکل رسم شده‌اند. نیروهای مؤثر برجسم B یکی w_2 وزن دیگری T نیروی وارده از طناب بر این جسم میباشد. چون این جسم بحال تعادل است پس میتوان نوشت :

$$T = w_2 \quad \text{(اصل اول)} \qquad (۲-۳)$$

برجسم A نیروی وزن آن یعنی w_1 نیروی وارده ازطناب برآن یعنی T ونیروی وارده ازسطح شیب دار برآن یعنی N وارد میشوند. دقت کنید، فقط یك حرف T را برای نشاندادن نیروهای وارده ازطناب برجسم A وبرجسم B بکاربردیم زیرا بنابرآنچه در قسمت ۲ـ۴ دیدیم این دو نیرو معادل بایك جفت عمل و عکس العمل هستند و بنابراین

اندازه‌آنها یکی‌است.هرگاه‌سطح بدون اصطکاك باشدنیروی **N** عمود (نرمال Normal) بر سطح شیب داراست نیروهای **T** و w_1 درمرکز ثقل جسم یکدیگر را قطع میکـنند پس **N** نیز باید از مرکزثقل جسم عبورکند . بهتراست محور های مختصات **xoy** را بترتیب موازی سطح وعمود برسطح شیب‌دار فرض نمود. دراینحالت فقط w_1 باید بمؤلفه‌های خود روی این دومحور تجزیه شود ازشرایط تعادل معلوم میشودکه :

$$\left.\begin{aligned}\Sigma F_x = T - w_1 \sin\theta = 0 \quad (۴-۲)\\ \Sigma E_y = N - w_1 \cos\theta = 0 \quad (۵-۲)\end{aligned}\right\} \text{اصل اول}$$

بنابراین اگر $w_1 = 100\,lb$ و $\theta = 30^\circ$ باشد از فرمولهـای ۲ـ۳ و ۲ـ۴ نتیجه میشود :

$$w_2 = T = w_1 \sin\theta = 100\,lb \times 0/866 = 86/6\,lb$$

وازفرمول ۲ـ۵ نتیجه میشود :

$$N = w_1 \cos\theta = 100\,lb \times 0/866 = 86/6\,lb$$

توجه داشته باشیدکه وقتی **نیروی اصطکاك وجود نداشته باشد** وزن $w_2 = 60\,lb$ کافی است‌که جسم **A** را باسرعت ثابت روی سطح‌پائین یا بالا برده ویاآنرا بحال سکون نگهدارد ولی درصورت وجودنیروی اصطکاك ، وضع چنین‌نیست.

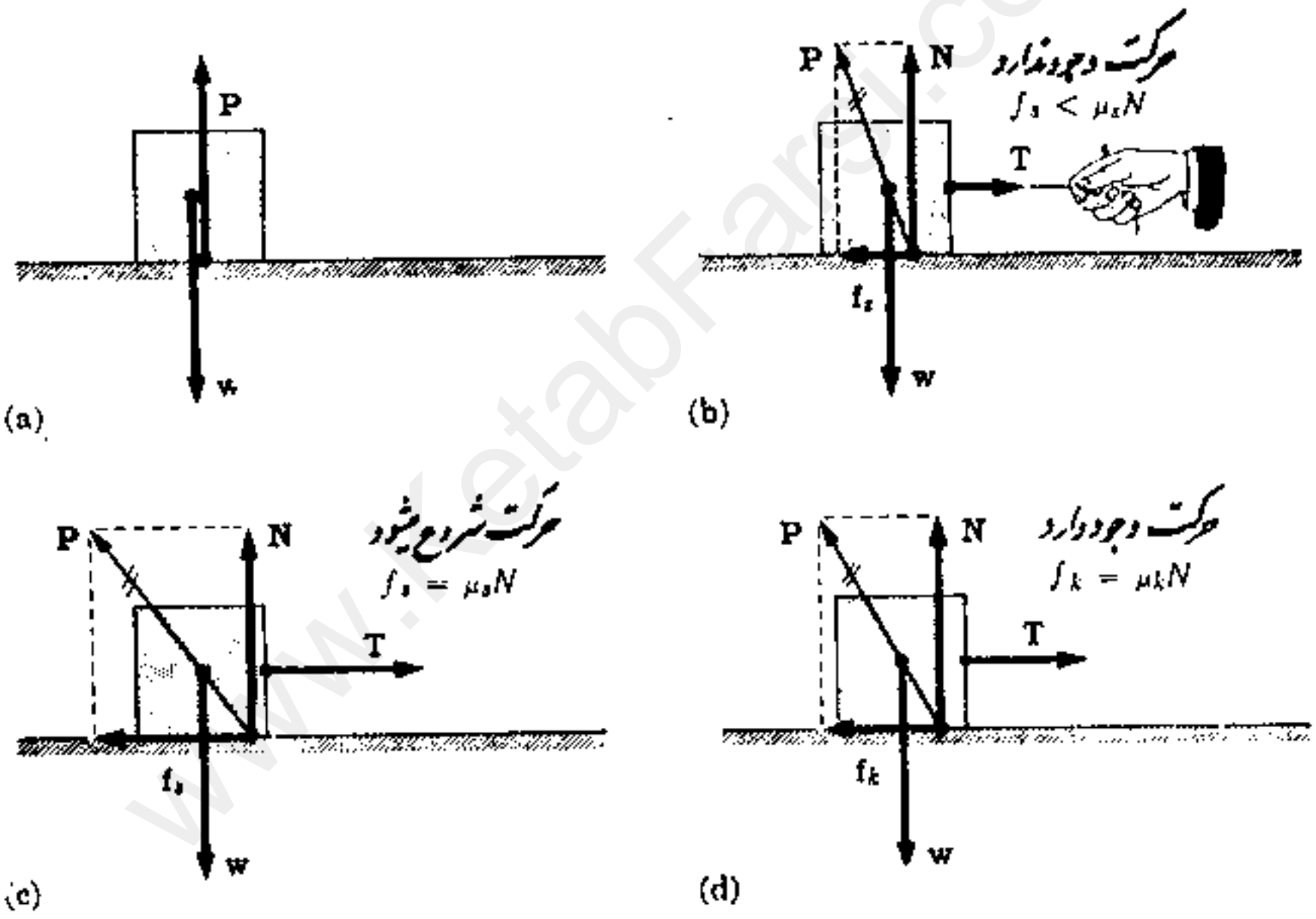
۲ـ۷ ، اصطکاك

هرگاه سطحی بخواهد برروی سطح دیگری بلغزد هر یك از دو سطح برسطح دیگر نیروئی وارد میکندکه اولا در امتداد سطح است . ثانیاً با حرکت دوسطح برروی یکدیگر مخالفت میکند. این نیرورا اصطکاك مینامند . بهرسطح نیروئی وارد میشود کـه باحرکت نسبی‌آن برروی سطح دیگر مخالف است. مثلا اگر جسمی برروی میزی بطرف چپ‌حرکت کند نیروی اصطکاك وارد برآن بطرف راست‌است ودرهمین حال برسطح میز نیروئی‌بطرف چپ وارد میشود. حتی وقتی جسم ساکن است ممکن است نیروی اصطکاك بر آن واردشود. مثلا اگرجسم سنگینی‌را روی زمین بانیروی‌کمی درامتداد افقی‌بکشیم نیرو برای بحرکت درآوردن جسم کافی نیست و جسم بحال سکون باقی میماند . در این حال حتماً نیروئی مساوی ومخالف نیروی خارجی وارد برجسم‌آنرا خنثی‌کرده است این نیروی اخیر همان نیروی اصطکاك حالت سکون است.

مبدأ پیدایش نیروی اصطکاك هنوز بدرستی معلوم نیست ویکی از زمینه های جـالب

تحقیق است. وقتی یك صفحه بسیار صیقلی فلزی برروی سطح مشابه حرکت میکند نیروی اصطکاك موجودرا میتوان نتیجه جوش خوردگی‌های موقت بین نقاط مختلف درصفحه پنداشت چون بهرحال عده‌ای از نقاط دوسطح کمی بالاتر از سایر نقاط قرار گرفته درهمین نقاط، دو سطح بیکدیگر جوش میخورند. نیروی اصطکاك نیروی لازم برای شکستن این جوش خوردگی های موقت است. اما بین دو قطعه چوب یا دو قطعه آجر وضع کاملا متفاوتی با فلز وجود دارد.

درشکل ۲-۱۱a جسمی بحال سکون برسطح افقی‌قراردارد ونیروهای وارد برآن عبارتند از **w** وزن‌جسم و **P** نیروی وارده ازتکیه‌گاه برآن. امتداد نیروهای مذکور که درواقع برهم منطبق‌اند درشکل کمی جابجا شده‌اند تانیروها متمایز دیده شوند.



شکل ۲-۱۱ اندازه نیروی اصطکاك وقتی حرکت وجود نداشته باشدکوچکتر یامساوی $\mu_s \cdot N$ ووقتی حرکت وجود داشته باشد برابر $\mu_k \cdot N$ است

فرض کنید مطابق قسمت (b) شکل با طنابی جسم را با نیروی **T** در امتداد افقی بطرف راست بکشیم و نیروی T را بتدریج زیادکنیم. پیش از آنکه **T** بحد معینی برسد جسم بحال سکون برروی سطح باقی میماند. نیروی **P** وارده از سطح برجسم بطرف چپ متمایل میشود (مطابق شکل) زیرا باید سه نیروی **P** و **T** و **w** دریك نقطه یکدیگر را قطع کنند. f_s مؤلفه افقی نیروی اصطکاك حالت سکون می‌نامند.

مؤلفه دیگر **P** یعنی مؤلفه قائم‌آن **N** نیروی قائم force of static friction وارد از تکیه‌گاه برجسم است. ازشرائط تعادل نتیجه میشود که $T=f_s$ و $N=w$.

همینکه نیروی **T** بحد ماکزیممی رسید f_s دیگر نمیتواند زیاد شود و تعادل جسم بهم خورده شروع بحرکت میکند. شکل ۲-۱۱c وضعی از جسم را نشان میدهد که در آن **T** بمقدار بسیارناچیزی کمتر ازاندازه لازم برای بحرکت درآوردن جسم است همینکه **T** کمی ازاین مقدار زیادتر شد جسم شروع بحرکت میکند یعنی f_s از حدمعینی نمیتواند تجاوزکند .

برای دوسطح باجنس معین ، ماکزیمم نیروی‌اصطکاك درحالت سکون تقریباً متناسب با **N** است. بنابراین اندازه واقعی نیروی اصطکاك درحالت سکون بین صفر (وقتی‌نیروی **T** صفراست وجسم درامتداد سطح‌کشیده نمیشود) و $\mu_s.N$ (درآستانه شروع حرکت) در تغییراست،μ_sرا ضریب اصطکاك حالت سکون Coefficent of static friction مینامند . بنابراین داریم :

$$f_s \leq \mu_s.N \qquad (۶-۲)$$

طرفین فرمول فوق وقتی مساوی هم هستندکه **T** دارای اندازه‌ای باشد که جسم را درآستانه حرکت قراردهد . (شکل ۲-۱۱c) وقتی **T** کمتر از این مقدار باشد (شکل ۲-۱۱b) علامت در فرمول فوق نامساوی است و نیروی اصطکاك فقط بااستفاده از شرط تعادل قابل محاسبه است .

همینکه حرکت شروع شد مشاهده میشودکه نیروی اصطکاك کاهش می‌یابد . اندازه جدید نیروی اصطکاك نیز برای دوسطح باجنس معین تقریباً متناسب بانیروی قائم وارد برسطح است . μ_kضریب تناسب را :

ضریب‌اصطکاك لغزشی coefficient of sliding friction یا Kinetic friction مینامند بنابراین وقتی جسم درحرکت است نیروی اصطکاك لغزشی عبارت خواهد بود از :

$$f_k=\mu_k.N \qquad (۷-۲)$$

واین درشکل ۲-۱۱d نشانداده شده است .

ضریب اصطکاك لغزشی و سکون جسم دردرجه اول تابع جنس وطبیعت درسطح است. هرگاه دوسطح زبر وخشن باشند اندازه ضریب اصطکاك بیشتر وهرچه صیقلی وصاف باشند کمتر است. ضریب اصطکاك لغزشی تابع سرعت نسبی دوسطح است ولی برای سهولت ازاین تغییرات‌جزئی صرفنظر کرده آنرا مستقل ازسرعت فرض میکنیم. توجه‌کنید اندازه ضریب اصطکاك تابع اندازه سطح اتکاء نیست زیرا وقتی سطحی برسطح دیگر متکی است همه‌نقاط

دوسطح روی هم قراردارند و اندازه سطح اتکاء واقعی با اندازه سطح اتکاء ظاهری با هم متفاوت هستند . فرمول های ۲ـ۶ و ۲ـ۷ درعمل فرمولهای مفیدی هستند ولی باید گفت که بیشتر جنبه تجربی empiric دارند و مثلا مانند اصول نیوتون ازفرمول های اساسی فیزیك نیستند . درجدول ۲ـ۱ ضریب اصطکاك چند جسم ثبت شده‌است .

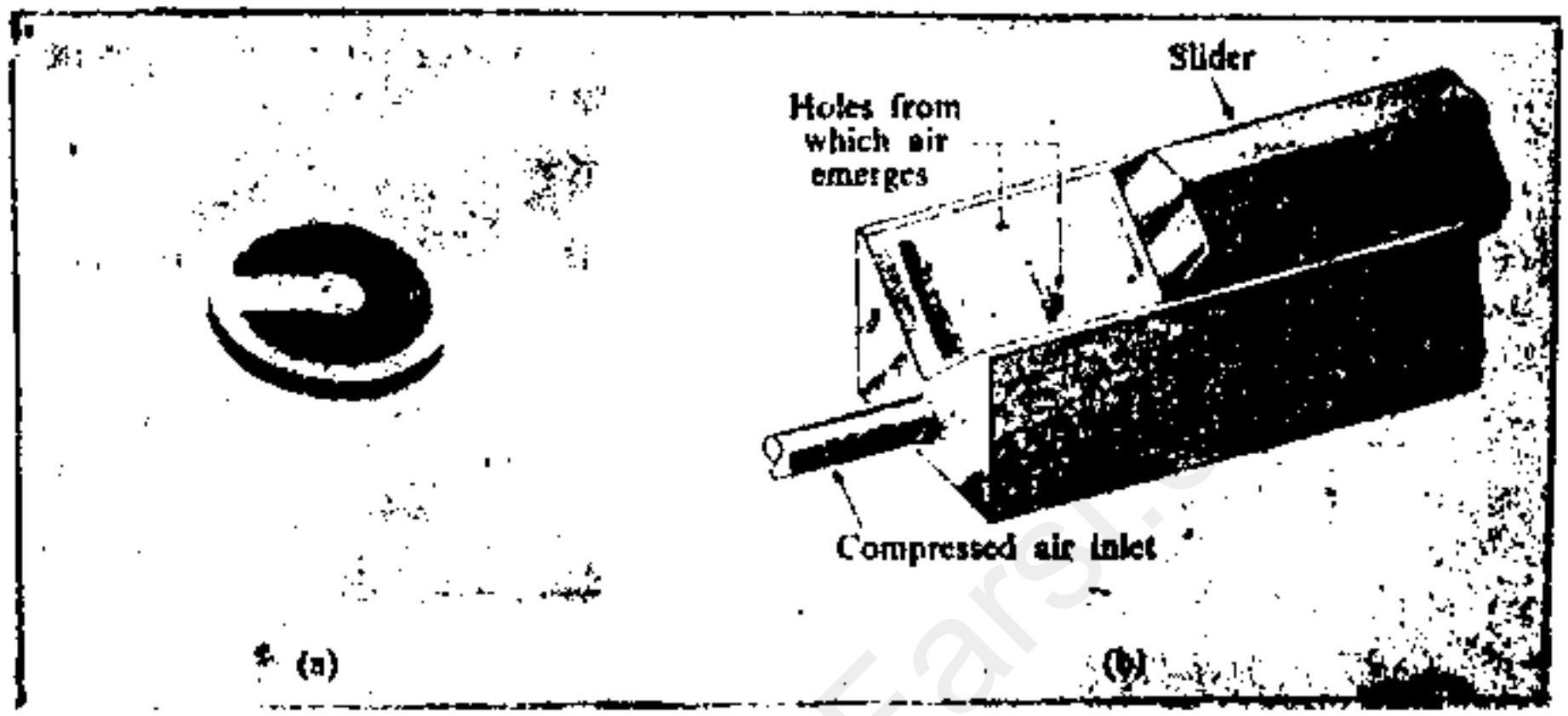
درجدول زیرفقط ضریب‌اصطکاك اجسام جامد ثبت شده‌است گازها ومایعات نیزدارای اصطکاك هستند ولی فرمول آنها بصورت ساده $f=\mu.N$ نیست . وقتی سیالی درحرکت است لایه های مختلف آن بر روی هم میلغزند واصطکاکی بین این لایه‌ها وجود دارد . این نوع‌اصطکاك‌را ویسکوزیته Viscosity مینامند ودرفصل‌چهاردهم درباره‌آن بحث خواهد شد. درد‌ماهای عادی گازها دارای ویسکوزیته کمتری هستند وبرای اینکه نیروی اصطکاك بسمت صفر میل‌کند طوری ترتیب میدهندکه بین دوجسم لغزان لایه‌ای ازگاز قرارگیرد.

جدول ۲ـ۱ چند ضریب اصطکاك

جسم	μ_k	μ_s
پولاد برپولاد	۰/۵۷	۰/۴۷
آلومنیوم بر پولاد	۰/۴۷	۰/۶۱
مس بر پولاد	۰/۳۶	۰/۵۳
برنج بر پولاد	۰/۴۴	۰/۵۱
روی برآهن ریختگی	۰/۲۱	۰/۸۵
شیشه برشیشه	۰/۴	۰/۹۴
مس برشیشه	۰/۵۳	۰/۶۸
تفلن برتفلن	۰/۰۴	۰/۰۴
تفلن برپولاد	۰/۰۴	۰/۰۴
مس برآهن ریختگی	۰/۲۹	۱/۰۵

درشکل ۲ـ۱۲ دوروش برای اینکار نشانداده شده‌است. درشکل ۲ـ۱۲a عکسی از قرص مرکب نشانداده شده است که قسمت بالای‌آن (سیاه رنگ) ازفلز وقسمت پائین‌آن از انیدرید کـربنیك جامد (یخ خشك) تشکیل شده است این قرص را بر روی صفحه‌ای از

آلومینیوم قرار میدهند چون دمای انیدریدکربنیك جامد $-78^{\circ}c$ و دمای آلومینیوم دمای معمولی اطاق است و انیدریدکربنیك جامد مستقیماً تصعید میشود (برای ذوب شدن باید لااقل فشار ۵ آتموسفر باشد) بنابراین لایه‌ای ازانیدریدکربنیك‌جامدکه‌درمجاورت صفحه آلومینیومی است بگاز تبدیل میشود وهمیشه‌لایه بسیارنازکی ازگاز CO^{2} بین قرص وصفحه آلومینیوم قرار دارد (سطح اتصال باید بسیار صاف وصیقلی باشد).



ش ۲-۱۲ (a) قرصی‌که بالای آن فلز و پائین انیدرید کربنیك جامد است و برروی صفحه آلومینیومی قراردارد بین دو صفحه لایه نازکی ازگازوجود دارد . (b) جسمی که درشکاف V شکل برلایه ای از هوا میلغزد . هوا ازسوراخهای بسیارریزی که درون شکاف وجود دارد خارج میشود

درشکل ۲-۱۲b شکاف V شکلی تعبیه شده وجسمی بهمین شکل روی‌آن قرار دارد هوای فشرده ازلوله‌ای‌که درشکل نشان داده شده وارد و از سوراخ ریزی‌که در شکاف V شکل وجوددارد خارج میشود و بین دوجسم لایه‌ای ازهواقرارمیگیرد این دستگاه اولین‌بار در انستیتو تکنولوژی کالیفرنیا ساخته شد . در این دستگاه اصطکاك تاحد قابل ملاحظه‌ای پائین میآید .

مثال ۱ــ فرض‌کنیدکه درشکل ۲-۱۱ وزن جسم ۲۰lb است ونیروی‌کشش T را حد اکثرتا ۸lb میتوان بالابرد تاجسم شروع بلغزیدن‌کند ونیروی ۴lb لازم است تاجسم را باسرعت ثابت بحال لغزیدن نگاهدارد ضرائب اصطکاك لغزشی وسکون را پیداکنید .

ازشکل ۲-۱۱c واطلاعاتی‌که قبلا بدست‌آمده نتیجه میشود :

$$\left.\begin{aligned}\Sigma F_y = N - w = N - 20\,lb = 0\\ \Sigma F_x = T - f_s = 8\,lb - f_s = 0\end{aligned}\right\} \quad (\text{اصل اول})$$