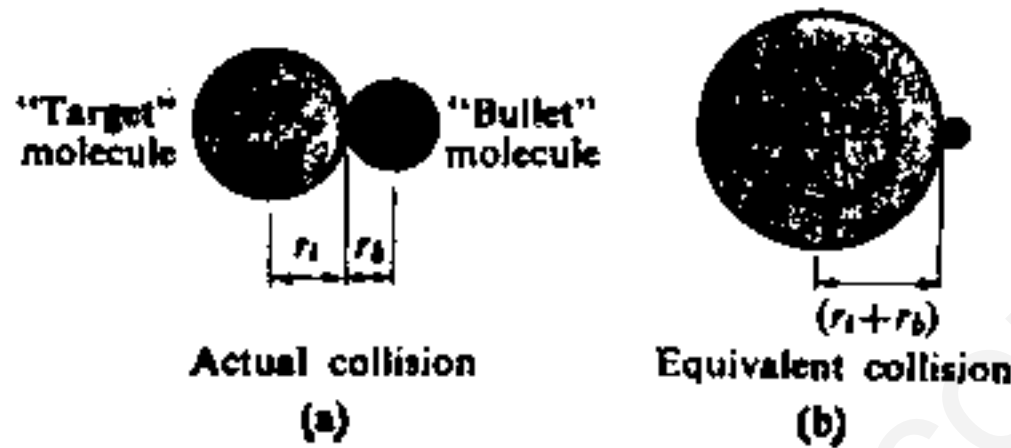


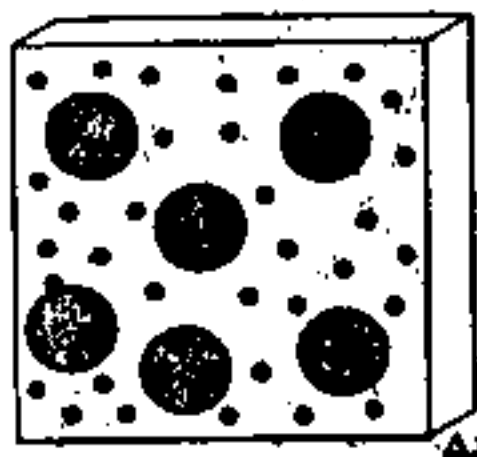
مجموع دو شعاع دو کره کمتر باشد، فرض کنیم یکی از این ملکولها هدف باشد و دیگری که بآن برخورد میکند «گلوله» نامیده شود و شعاع آنها را بترتیب r_1 و r_2 فرض میکنیم. برای برخورد لازم است، فاصله دو ملکول $r_1 + r_2$ باشد [شکل ۲۰-۸ (a)]



شکل ۲۰-۸

وقتی برخورد ملکولهای یک گاز بخصوص را مورد مطالعه قرار میدهم شعاعهای r_1 و r_2 با هم مساوی اند. در اغلب موارد ما میخواهیم درباره برخورد ملکولهای مختلف مطالعه کنیم. بنابراین ملکول هدف و ملکول گلوله را **bullet molecule** مختلف فرض می کنیم.

چون فقط وقتی برخورد ایجاد میشود که فاصله مراکز ملکولها برابر مجموع دو شعاع باشد. بنابراین تفاوتی نمی کند که شعاع یکی از ملکولها را برابر مجموع دو شعاع و شعاع دیگری را برابر صفر فرض کنیم. و سپس بجای یک برخورد واقعی، برخورد معادل آنرا در نظر می گیریم. [شکل ۲۰-۸ (b)] که در آن ملکول گلوله نقطه هندسی فرض شده و شعاع ملکول هدف $r_1 + r_2$ است.



شکل ۲۰-۹

اکنون لایه نازکی را بابعاد l و l و Δx در نظر بگیرید. در این لایه فقط ملکولهای هدف قرار دارند و فعلا فرض میکنیم ساکن هستند. حال فرض کنیم N عدد ملکول گلوله در امتداد عمود بر وجه لایه در حرکت اند (مثل ساچمه‌هایی که از تفنگ خارج میشود). هر گاه ضخامت لایه با اندازه‌ای نازک فرض شود که یک ملکول هدف نتواند پشت ملکول هدف دیگری پنهان شود، شکل لایه نظیر شکل ۲۰-۹ میشود که در آن دوائر سایه دار، معرف ملکولهای هدف و دانه‌های زیر معرف ملکولهای گلوله میباشد.

قسمت اعظم ملکولهای گلوله، بدون برخورد از لایه عبور میکنند ولی عده‌ای از آنها نیز با ملکولهای هدف، برخورد میکنند. نسبت تعداد ملکولهای گلوله که با هدف برخورد

میکند به عدد کل برابر نسبت سطح کلیه ملکولهای هدف به سطح کل لایه است. هر گاه تعداد برخورد ΔN و تعداد کل ملکولها N باشد داریم:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\text{سطح کل هدف}}{\text{سطح کل لایه}}$$

سطح هر ملکول هدف را σ فرض میکنیم که از رابطه زیر بدست میآید:

$$\sigma = \pi(\tau_a + \tau_b)^2 \quad (14-20)$$

این سطح مقطع را سطح مقطع برخورد میکروسکپی يك ملکول معادل می نامند. سطح کل هدف برابر حاصلضرب یکی از این سطح مقطع هادر تعداد ملکولهای موجود در لایه است. هر گاه n تعداد ملکولهای هدف در واحد حجم باشد تعداد ملکولهای هدف $n l^3 \Delta x$ است. پس داریم:

$$\text{سطح هدف} = n \sigma l^3 \Delta x$$

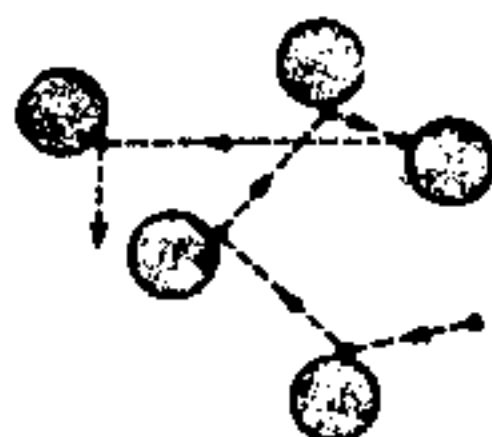
اما سطح لایه l^2 است پس داریم:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{n \sigma l^3 \Delta x}{l^2} = n \sigma \Delta x \quad (15-20)$$

$n \sigma$ را سطح مقطع ماکروسکپی همه ملکولها مینامند. دقت کنید که سطح مقطع ماکروسکپی دیمانسیون عکس طول دارد نه سطح. سپس مسیریکی از ملکولهای گلوله را که در شکل ۲۰-۱۰ نشان داده شده است در نظر گیرید. میخواهیم فاصله متوسطی را که این ملکول بین دو برخورد متوالی طی میکند بدست آوریم. این فاصله را پویش آزاد میانگین مینامند و آن را به L نمایش میدهند. این فاصله را میتوان از طریق بدست آورد که مخصوص حل مسائلی از این قبیل است.

هر گاه ملکولها از لایه نازکی نظیر شکل ۲۰-۹ عبور کنند، تعداد ملکولهایی که در اثر برخورد از لایه عبور نمیکنند نسبت به عدد کل بسیار کم است. پس میتوانیم بگوئیم N ملکول فاصله Δx را قطع میکنند. پس راه کل طی شده توسط N ملکول برابر $N \Delta x$ است. حال تعداد کل برخورد را برابر تعداد برخورد در حالتی فرض میکنیم که يك ملکول بتنهائی ضمن طی فاصله $N \Delta x$ انجام میدهد. اما بنا بر فرمول ۲۰-۱۵ تعداد کل برخوردی که يك ملکول در فاصله $N \Delta x$ طی میکند برابر است با:

$$\Delta N = N n \sigma \Delta x \quad (16-20)$$



شکل ۲۰-۱۰ پوش آزاد میانگین ملکولها

پوش آزاد میانگین برابر خارج قسمت راه طی شده بر تعداد برخورد است یعنی:

$$L = \frac{\text{راه کل طی شده}}{\text{تعداد کل برخورد}}$$

با استفاده از فرمولهایی که برای راه کل طی شده و تعداد کل برخورد بدست آوردیم میتوانیم بنویسیم:

$$L = \frac{N \Delta x}{N n^{\sigma} \Delta x}$$

و یا:

$$L = \frac{1}{n^{\sigma}}$$

(۲۰-۱۷)

مفهوم پوش آزاد میانگین را میتوان چنین درک کرد. فرض کنیم شخصی تفنگی را بی آنکه هدف و نظر خاصی داشته باشد بدرون جنگل شلیک کند. اغلب گلوله‌ها بدخت برخورد می‌کنند ولی ممکن است فاصله‌ای را که بعضی از آنها طی میکنند بیش از دیگران باشد. مسلم است که فاصله متوسطی را که هر گلوله طی میکند با تعداد درختها (n) و با قطر درختها (σ) نسبت عکس دارد.

در استدلال فوق فرض کردیم که ملکولهای هدف ساکن هستند هر گاه توزیع ماکسولی سرعت را در مورد ملکولهای هدف نیز در نظر بگیریم فرمول دقیق‌تر پوش آزاد میانگین بصورت زیر بدست می‌آید:

$$L = \frac{0.707}{n^{\sigma}}$$

(۲۰-۱۸)

در قسمت بعد نشان خواهیم داد که قطر ملکولها را میتوان اندازه گرفت. قطر ملکولهای مختلف در حدود $2 \times 10^{-8} \text{ cm}$ یا $3 \times 10^{-8} \text{ cm}$ است در قسمت ۲۰-۲ نشان دادیم که در شرایط متعارفی در هر گاز $\frac{\text{ملکول}}{\text{cm}^3} \times 10^{19} \times 3$ وجود دارد. برای سهولت فرض میکنیم r_b و r_a مساوی و در حدود 10^{-8} cm باشد. پس خواهیم داشت :

$$\sigma = \pi(r_a + r_b)^2 = 12/6 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$$

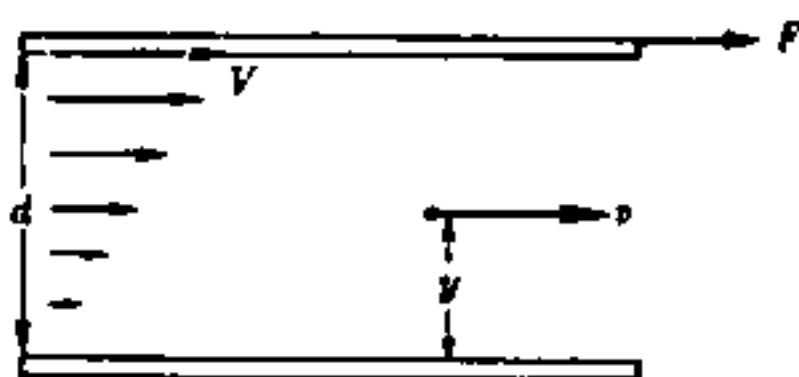
$$L = \frac{0/707}{n\sigma} = \frac{0/707}{3 \times 10^{19} \times 12/6 \times 10^{-16}}$$

$$= 1/87 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

که چنانکه دیده میشود از طول موج نور مرئی کمتر است. تعداد ملکولها در واحد حجم n با فشار گاز نسبت مستقیم دارد (در دمای معین) بنابراین پویش آزاد میانگین با فشار نسبت معکوس دارد. در فشار 10^{-6} میلی متر جیوه (که خلاء نسبتاً خوبی است) اندازه پویش آزاد میانگین در حدود 20 cm است.

۲۹-۹، ویسکوزیته گازها.

در نظر اول ممکن است این موضوع صحیح بنظر نیاید که گازها که فاصله ملکولهایشان زیاد و برخورد ملکولهایشان الاستیک کامل است دارای ویسکوزیته یا اصطکاک داخلی باشند. هر گاز حقیقی دارای ویسکوزیته است و ما اینک نشان میدهم که این خاصیت نتیجه طبیعی مدل ملکولی است که ما فرض کرده ایم و تفسیر آن احتیاجی بغرض جدیدی ندارد.



شکل ۲۰-۱۱ حرکت میان دهنک - بین دو لایه - یکی ساکن و دیگری متحرک است

در شکل ۲۰-۱۱ صفحه بالائی متحرک و صفحه زیرین ثابت است. لایه ای از گاز ضخامت l بین دو صفحه قرار دارد بر صفحه بالائی نیروی F وارد شده آن را با سرعت V بحرکت درمیآورد. ملکولهای گاز علاوه بر سرعت اتفاقی؛ در امتداد افقی دارای سرعتی روبه جلو هستند که اندازه آن در مجاورت صفحه بالائی برابر V و در مجاورت سطح

زیرین برابر صفر است. v سرعت در ارتفاع y بالاتر از صفحه پایینی از رابطه زیر بدست می آید.

$$\frac{v}{y} = \frac{V}{l} \quad \text{و یا} \quad v = \frac{y}{l} V$$

چون گاز دارای ویسکوزیته است نیروی برشی بر هر لایه گاز که در هر ارتفاع باشد از طرف صفحه بالائی آن بر آن وارد میشود. علت وارد شدن این نیرو را چنین تعبیر میکنند که اندازه حرکت از لایه های بالا به لایه های پایین منتقل میشود زیرا ملکولهایی که از لایه های بالا به لایه های پایین منتقل میشوند دارای سرعت بیشتری هستند. برعکس آنهایی که از لایه های پایین بیلا منتقل می شوند اندازه حرکت کمتری دارند.

فرض کنیم ملکولی که از بالا از صفحه ای افقی عبور میکند آخرین برخورد خود را با اندازه یک پویش آزاد میانگین بالاتر از صفحه انجام داده باشد. سرعت رو بجلو (سرعت در جهت حرکت کلی گاز) ملکول قبل از عبور از صفحه سرعت آن پس از آخرین برخورد بوده است. هر گاه y ارتفاع باشد سرعت رو بجلو در ارتفاع L بالا تر از صفحه چنین بدست می آید.

$$v = \frac{y+L}{l} V$$

هر ملکولی که از بالای صفحه پایین آن آمد، اندازه حرکتی برابر مقدار زیر با خود منتقل میکند.

$$mv = m \frac{y+L}{l} V$$

باز هم از جهت سهولت محاسبه فرض میکنیم که $\frac{1}{3}$ عده کل ملکولها در جهت هر محور

با سرعت متوسط \bar{v} (برابر سرعت حرکت اتفاقی) در حرکت اند. در هر لحظه $\frac{1}{6}$ عده کل

در یک جهت و $\frac{1}{6}$ دیگر در جهت مخالف این محور حرکت خواهند کرد. تعداد ملکولهایی

که در زمان t از بالا پایین می آیند برابر تعداد ملکولی است که در درون استوانه ای بسطح

A و با ارتفاع $\bar{v}t$ در حرکت اند. هر گاه تعداد ملکولها در هر سانتیمتر مکعب n باشد

تعداد ملکولی که در زمان t از بالا پایین می آیند برابر است با:

$$\frac{1}{6} n \times A \times \bar{v} t$$

و اندازه حرکت منتقله از یکطرف بطرف دیگر سطح برابر است با :

$$\frac{1}{6} n A \bar{v} t m \frac{y+L}{l} V \quad (19-20)$$

همچنین اندازه حرکتی که در اثر جابجائی ملکولها از پائین بیابا بوجود میآید برابر است با :

$$\frac{1}{6} n A \bar{v} t m \frac{y-L}{l} V \quad (20-20)$$

افزایش اندازه حرکت در زیر صفحه برابر تفاضل دو مقدار فوق است یعنی برابر است با :

$$\frac{1}{3} \frac{n A \bar{v} t m L V}{l}$$

تغییر اندازه حرکت در واحد زمان برابر نیروی متوسط است پس :

$$F = \frac{1}{3} \left(\frac{n A \bar{v} t m L V}{l} \right) = \frac{1}{3} n m \bar{v} L \left(\frac{A V}{l} \right)$$

اما بنا بر تعریف ویسکوزیته داریم :

$$F = \eta A \frac{dv}{dy} = \eta A \frac{V}{l}$$

و از آنجا خواهیم داشت :

$$\eta = \frac{1}{3} n m \bar{v} L$$

هر گاه این فرمول را با فرمول ۱۸-۲۰ ترکیب کنیم :

$$\eta = 0,236 \frac{m \bar{v}}{\sigma} \quad (21-20)$$

و یا :

$$\sigma = \pi d^2 = 0,236 \frac{m \bar{v}}{\eta} \quad (22-20)$$

هر گاه m و \bar{v} و η معلوم باشند میتوان قطر ملکول (و در گازهای يك اتمی قطراتم) را حساب کرد.

فرمول ۲۰-۲۱ نتیجه جالبی را در بردارد و آن اینکه ویسکوزیته يك گاز فقط تابع سرعت ملکول در حرکت اتفاقی است. (بنا بر این فقط تابع دماست) و به تعداد ملکولها در واحد حجم بین توده ویژه بستگی ندارد. تجربه نشان میدهد که این بیان برای حدود زیادی از فشار و توده ویژه صحیح است. وقتی فشار باندازه‌ای پائین آید که پویش آزاد رنگین افزایش یابد بطوریکه ملکولها بتوانند بدون برخورد از یکطرف ظرف بطرف دیگر بروند دیگر این قانون صادق نیست. همچنین وقتی ملکولها باندازه‌ای بهم نزدیک شوند که نیروهای بین‌ملکولی قابل ملاحظه شوند باز هم این فرمول صادق نخواهد بود. در جدول ۲۰-۲ قطر چند ملکول محاسبه و ثبت شده است.

جدول ۲۰-۲

d ۱۰ ^{-۸} cm	$\eta, ^\circ\text{C}$ ۱۰ ^{-۵} dynesec/cm ^۲	M mg/mole	گاز
۲/۳۵	۸/۴	۲/۰۲	H _۲
۱/۸۶	۱۸/۸	۴/۰۰	He
۳/۵۵	۱۰/۳	۱۶/۰ --	CH _۴
۳/۸۳	۹/۱۵	۱۷/۰	NH _۳
۲/۲۱	۲۹/۹	۲۰/۲	Ne
۳/۳۲	۱۶/۶	۲۸/۰	N _۲
۳/۰۹	۱۹/۲	۳۲/۰	O _۲
۳/۱۲	۲۱/۰	۳۹/۹	A
۳/۹۶	۱۳/۸	۴۴/۰	CO _۲

۲۰-۱۰ ، معادلات مشخصه واندروالز و کلوژیوس

در پیدا کردن معادله مشخصه گاز ، فرض کردیم که مولکولها نقطه هندسی هستند و نیروی برهم وارد نمیکنند . اثر ایجاد مولکولها را اولین بار کلوژیوس و اثر وجود نیروهای بین مولکولی را اولین بار واندروالز وارد فرمولها نمود .

کلوژیوس چنین استدلال کرد که وقتی حجم گازی V است باید در فرمولها کمی کمتر در نظر گرفته شود زیرا قسمتی از حجم مذکور بوسیله خود مولکولها اشغال شده اند . فرض کنیم در لحظه معینی همه مولکولها بجز یکی از آنها سر جای خود «بایستند» و آن یک مولکول بحرکت خود ادامه دهد و با آنها برخورد انجام دهد . فرض کنیم مولکولها کره های صلبی بقطر d باشند . در لحظه برخورد فاصله دو مرکز مولکولهای برخورد کننده برابر d است بنابراین از حجم کل ظرف باید نیمی از حجم مولکول (نیمکره) را صرف نظر کنیم چه هنگام برخورد هنوز مرکز مولکول با مولکول دیگر $\frac{d}{2}$ فاصله دارد که برخورد اتفاق می افتد . هرگاه نیمی از حجم کل مولکولها را حساب کنیم حجم صرف نظر کردنی کل **exclusive volume** بدست می آید . درحقیقت در این حجم هیچیک از مولکولها نمیتوانند حرکت کنند و میتوان آنرا حجم غیر قابل وصول **unavailable volume** نامید .
هرگاه در n مولکول گرم گاز N مولکول وجود داشته باشد داریم : $N = nN_0$ و حجم غیر قابل وصول چنین محاسبه میشود .

$$\frac{1}{4}nN_0 \times \frac{4}{3}\pi d^3 = nb$$

و از آنجا :

$$b = \frac{1}{3}N_0 \pi d^3$$

که در آن b حجم غیر قابل وصول در هر مولکول گرم خواهد بود . حجم کل یک مولکول گرم از مولکولهای کره ای بقطر d برابر $\frac{1}{6}N_0 \pi d^3$ است . پس حجم غیر قابل وصول $\frac{1}{3}$ برابر حجم مولکولها است .

حجم قابل وصول $V - nb$ است . بنابراین بجای فرمول گاز کامل ، خواهیم داشت :

$$p(V - nb) = nRT \quad (20-23)$$

این فرمول را معادله مشخصه کلوژیوس مینامند .

اینک اثر نیروهای بین‌ملکولی را در نظر می‌گیریم. بین هر دو ملکول نیروی جاذبه ثقلی وجود دارد ولی این نیروها کوچکتر از آنند که بتوانند عامل بوجود آورنده اختلاف بین گازهای کامل و حقیقی بحساب آیند و یا در هنگام تراکم گاز باعث تبدیل گازها بمایع شوند. (در دماهای پائین‌تر از نقطه بحرانی) . همه مولکولها دارای ذراتی با بارهای الکتریکی مثبت و منفی هستند و با وجود اینکه بار الکتریکی ملکول خنثی است، بین این ذرات، نیروهای جاذبه‌ای که طبیعت الکتریکی دارند و نیروهای وان در والز نامیده میشوند وجود دارد. تا فواصل چند برابر قطر يك ملکول، اندازه این نیرو بمراتب بیش از نیروی جاذبه ثقلی است، ولی همینکه فاصله زیاد شد سریعاً تنزل می‌یابند. هر گاه فواصل خیلی کم شود، این نیروها از جاذبه به دافعه تبدیل میشوند.

فرض کنیم نیروی جاذبه با افزایش فاصله چنان کاهشی پیدا کند که فقط بین هر ملکول با ملکول های مجاور آن چنین جاذبه‌ای وجود داشته باشد ملکولی که در داخل جسم است، از همه طرف تحت تأثیر نیروهای مساوی قرار دارد. اما آنهائیکه در سطوح مرزی و جانبی قرار دارند بداخل کشیده میشوند برای اینکه اندازه حرکت مولکولهایی که با این مولکولهای واقع در سطح مرزی برخورد میکنند ثابت بماند نیروئی که دیواره بر ملکولها وارد میکند باید کمتر از مقدار محاسبه شده در قسمت ۲۰-۳ باشند و در نتیجه فشار وارد بر دیواره نیز کمتر است.

کاهش فشار در اثر عامل مذکور، متناسب با تعداد مولکولهای موجود در واحد حجم در لایه مرزی که بر آنها روبرود داخل نیرو اثر میکنند و نیز تابع مقدار ملکولها در واحد حجم در لایه بعدی است که نیرو بر ملکولهای لایه مرزی وارد می‌آورند. بنابراین کاهش فشار متناسب با مجذور $\frac{N}{V}$ یعنی مجذور تعداد ملکولها در واحد حجم است. یعنی فشار کاهش برابر است با:

$$a'(N/V)^2$$

که در آن a' ضریبی است تابع شدت نیروهای جاذبه بین ملکولی است و با جنس گاز فرق میکند. بجای N تعداد ملکولها nN_0 را قرار میدهم کاهش فشار

$$an^2/V$$

که در آن داریم:

$$a = a' N_0^2$$

هر گاه تصحیح کلوژیوس را در مورد حجم ملکولها در نظر بگیریم بجای فرمول گازهای

کامل $p = \frac{nRT}{V}$ مینویسیم :

$$p = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

و یا :

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT \quad (20-24)$$

این فرمول را معادله مشخصه وان در والز مینامند . در جدول ۲۰-۲ ضرایب a و b را برای چند گاز مثبت فرض کرده اند . ضریب b که متناسب با حجم ملکول است تقریباً برای تمام اجسام بیک اندازه است . یعنی ابعاد مولکولهای اجسام مختلف تفاوت چندانی با هم ندارند . a که معرف اندازه نیروهای بین مولکولی است از جسمی به جسم دیگر تغییر فاحش میکند و (چنانکه میبایست باشد) هر چه دمای بحرانی پایین تر باشد مقدار آن کمتر است .

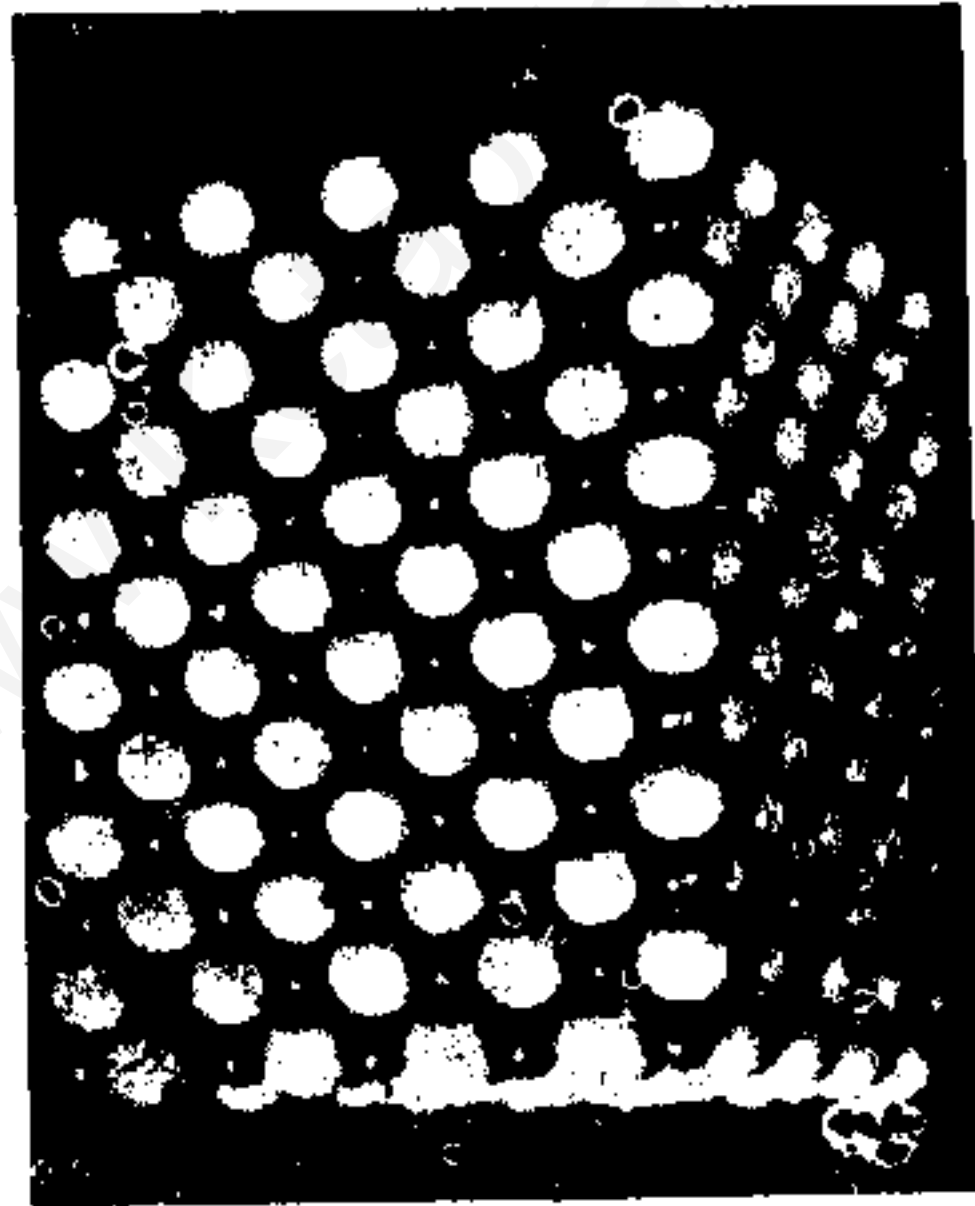
جدول ۲۰-۲

ضرایب a و b در فرمول وان در والز که در آن p بر حسب دین بر سانتیمتر مربع و V بر حسب سانتیمتر مکعب و T بر حسب دمای کلوین و R برابر $10^7 \text{ ergs/moleK}^\circ$ است

جسم	a (dyne cm ² /mole ²)	b (cm ³ /mole)
He	$2/44 \times 10^{-12}$	۲۳/۴
H _۲	۲۳/۸	۲۶/۶
O _۲	۱۳۸	۳۱/۸
CO _۲	۳۶۶	۴۲/۹
H _۲ O	۵۸۰	۳۱/۹

۱۹-۲۰ ، بلورها

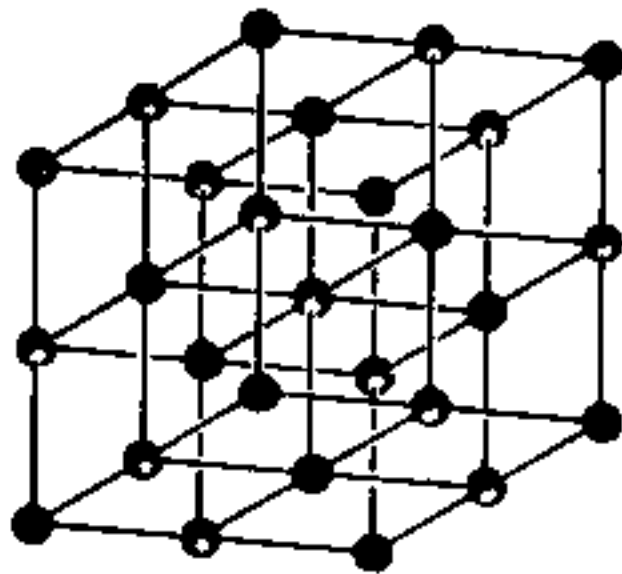
هر گاه جریانی از گاز قابل اشتعالی را آتش بزنییم شعله‌ای آمیخته بادود حاصل میشود و چنانچه صفحه سردی را روی شعله بگیریم ذرات دوده بصفحه می‌چسبند . دوده از ذرات کربن جامد تشکیل شده است . نوك مدادهای معمولی از گرافیت که آنهم کربن است درست میشود و بالاخره الماس نیز نوع دیگری از کربن است . خواص مکانیکی، گرمایی الکتریکی و اپتیکی این سه نوع کربن را بر حسب نحوه قرار گرفتن اتمها مورد تفسیر قرار میدهند . در دوده ، اتمهای کربن بطور کاملاً بی شکل amorphous قرار دارند . گرافیت و الماس هر دو بصورت بلور هستند . اما نحوه قرار گرفتن اتمها در هر یک از بلورها با دیگری متفاوت است . مطالعه در ساختمان شبکه بلورین اجسام معینی طرز قرار گرفتن اتم، ملکول و یایون در بلور بفرنج‌ترین و تصویری‌ترین مباحث فیزیکی است . ما در این قسمت فقط چند فرض را درباره ساختمان بلورین بیان کرده درباره خواص مکانیکی و گرمایی کریستالهای منحصر بفرد یا جامدات پلی کریستال بحث میکنیم .



شکل ۲۰-۱۲ ، کرومیدیم که در بلور آن فاصله یونهای سدیم (گلوله‌های سیاه) یونهای کلر (گلوله‌های سفید) بسیار کم است

ممکن است ذرات موجود در یک بلور ، کم فاصله باشند . **closely packed** (شکل ۲۰-۲) که مدلی نظیر شکل ۲۰-۱۲ دارد . در مدل شکل ۲۰-۱۲ یونهای سدیم و

کلر در بلور کلرو سدیم نشان داده شده است. فاصله یونها بسیار کم است. هر یون از هسته‌ای که الکترون بدور آن میچرخد تشکیل شده است. بنابراین مرزهایی یون، مدار بیرونی یا مدار آخرین الکترون است. یعنی الکترون آخرین مدار در یک یون به یون مجاور بینهایت نزدیک و حتی بعضی اوقات، ممکن است در مدار آخری یون مجاور نفوذ کند.



شکل ۲۰-۱۳، مدل نمایش بلور کلور سدیم
فاصله بین یونها بطور افراق آمیز زیاد نشان
داده شده است

برای اینکه فهم مطالب آسان گردد معمول
براین است که فاصله مولکولها را بطرز اغراق
آمیزی بزرگتر از نسبت واقعی آن نمایش میدهند
(شکل ۲۰-۱۳). در شکل ۲۰-۱۳ بلوری از نوع
Face centered cubic نشان داده شده
است. میتوان با گلوله‌های کوچک پلاستیکی و
چوب کبریت یا خلال دندان، مدل‌های بلورین را
ساخت.

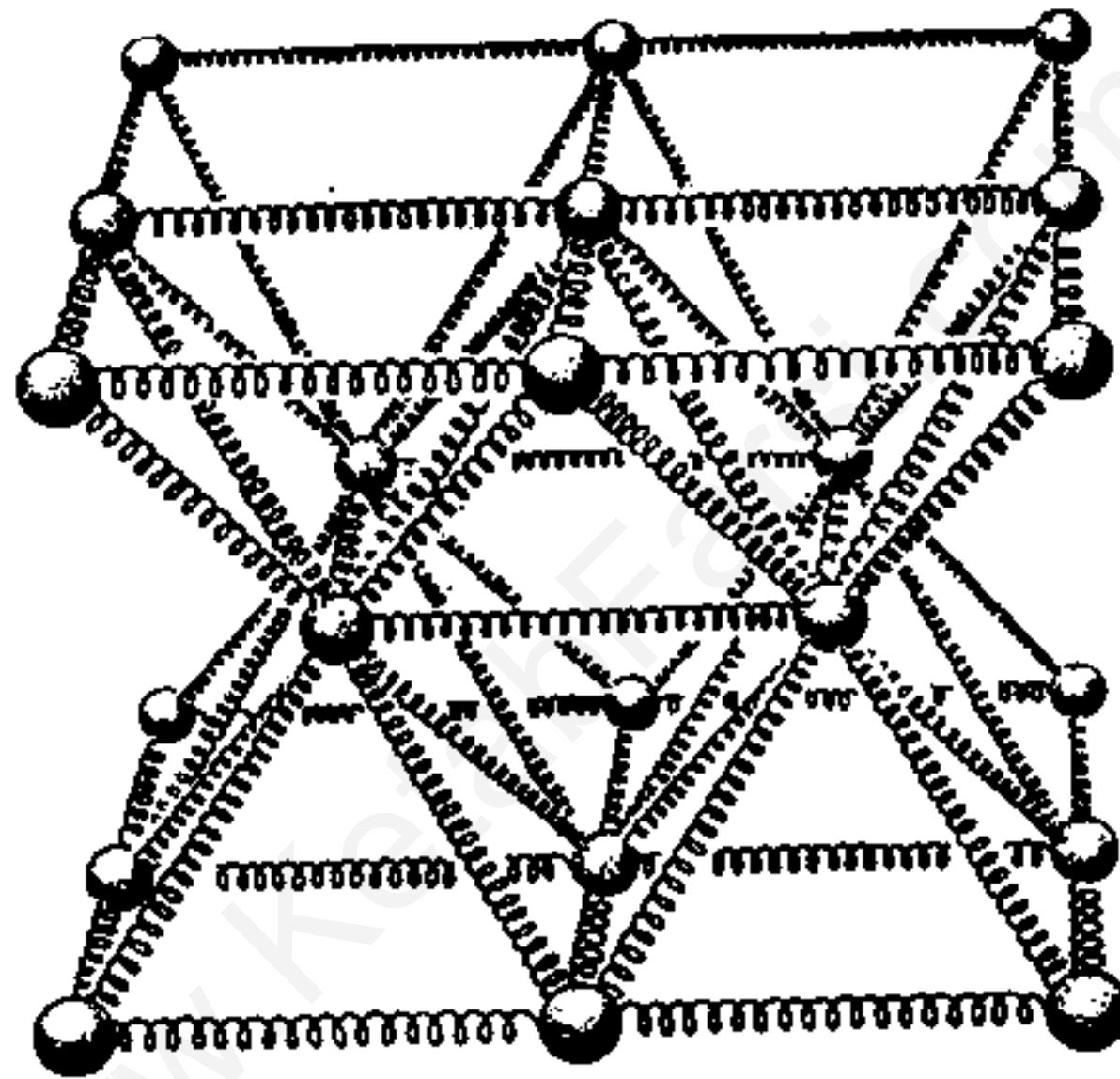
هرگاه ترکیب شیمیایی و توده ویژه و
خواص شیمیایی جسم در نقاط مختلف یک جسم یکسان

باشد جسم را همگن یا هموژن مینامند. هرگاه خواص مربوط به انتقال گرما، نور و
غیره در تمام جهات یکسان باشد جسم را ایزوتروپ مینامند. بلورهای سیستم مکعبی هم
هموژن و هم ایزوتروپ هستند. انواع دیگر بلورها ممکن است هموژن باشند ولی ایزوتروپ
نیستند. این بلورها را آنیزوتروپ **anisotropic** مینامند.

خاصیت آنیزوتروپی بلورهای غیر مکعبی را میتوان با مطالعه از نیروهای وارده از
اتما بر اتمهای مجاور مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. بکمک شکل ۲۰-۱۴ چنین تجزیه
و تحلیلی ممکن است. کره‌ها ذرات تشکیل دهنده بلور را نشان میدهند و فرض براین است
که این ذرات با فنرهای بذرات مجاور وصلاند. ضریب ثابت فنرهایی که موازی هستند
مساوی فرض میشود اما ضریب ثابت فنرهایی که امتداد آنها موازی یکدیگر نیستند نامساوی
فرض میشود. هرگاه یکی از کرات، حول وضع تعادل خود بنوسان درآید، تصویری از
نحوه ارتعاش ذرات را در داخل بلور در ذهن مشخص میکند. محاسبات ریاضی
مربوط به انتشار این ارتعاشات را اولین بار **Von Karman و Born** در اوایل قرن
بیستم انجام دادند. محاسبات ریاضی وحل انتگرالهای مربوطه کمی پیچیده و مشکل است
ولی مسئله برای کلور سدیم، کلور پتاسیم، الماس و نقره حل شده است.

خواص ارتجاعی بلورها تا حدودی با مدل شکل ۲۰-۱۴ قابل تفسیر است. مدل

یونگ تابع سختی با نرمی آن «فنرهائی» میباشد که بلور در جهت آنها کشیده یا فشرده میشود. مدول برشی تابع سختی «فنرهائی» است که وقتی بلور تحت اثر پیچش قرار میگیرد متراکم میشوند. یکی از اولین آزمایشهایی که درباره سخت ساختن شبکه‌ای بلورهای جسم بخصوصی میتوان انجام داد مقایسه مقادیر حاصل از محاسبه و اندازه‌گیری مدولهای الاستیکی جسم است.



شکل ۲۰-۱۴ هر ذره درون یک بلور، مثل این است که با ذره مجاورها فنری هم وصل است. در مورد بلورهای مکعبی شکل، ضرب ارتجاع این فنرهای فرضی باهم مساویست. وقتی بلور، ایزوتروپ نباشد ضرب آنها در جهت مختلف متفاوت است.

۲۰-۱۴، گرمای ویژه بلورها

در قسمت ۲۰-۳ فرض بر این بود که N ملکول گاز با سرعت زیاد در حرکت است و فاصله مولکولها با اندازه‌ای است که نیروهای بین مولکولی وجود ندارند. فقط در برخورد ملکولها بیکدیگر و با دیوار نیرو بر ملکولها وارد میشود. با استفاده از اصول مکانیکی ساده نشان داده شد که حاصل ضرب فشار p و حجم V چنین است.

$$pV = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} Nm \bar{v}^2 = \frac{2}{3} U$$

که در آن U انرژی کل ذرات است که فقط بصورت انرژی جنبشی انتقالی وجود دارد. برای اینکه فرمول فوق با فرمول گازهای کامل یعنی:

$$pV = nRT$$

بصورت واحدی بیان شوند لازم است که انرژی متوسط هر ملکول یعنی $\frac{U}{N}$ در وضع تعادل، برابر با مقدار زیر فرض شود.

$$\frac{U}{N} = \frac{2}{3} kT$$

و چون سه درجه آزادی انتقالی وجود دارد هر درجه آزادی $\frac{1}{2} kT$ انرژی جنبشی وجود دارد. و بعد این نتیجه را در مورد درجه آزادی دورانی نیز تعمیم دادند و قبول کردند که در حالت تعادل، انرژی مربوط به هر درجه آزادی، اعم از انتقالی یا دورانی، برابر $\frac{1}{2} kT$ است و این بیان را اصل توزیع متشابه انرژی نامیدند.

آنچه فوقاً گفته شد اساس نظریه جنبشی گازها را تشکیل میدهد که یکی از مباحث فیزیک جدید است. راه دیگری نیز وجود دارد که وضع کلی تعداد بیشمار ذره متحرک را میتوان از آن طریق بشکل کاملتر و کلیتر مورد مطالعه قرار داد. این روش کلی را مکانیک آماری مینامند. در مکانیک آماری لازم نیست حتماً مشخص شود که ذرات، اتم‌های یک گاز هستند یا یونهای موجود در یک بلور از جسم جامد. موضوع مهمی که از اول باید مسلم باشد، این است که آیا این ذرات، مستقل از یکدیگر اند و اگر هستند آیا اثر متقابل ذرات میتواند باعث مبادله انرژی بین آنها شده آنها را بحال تعادل درآورد یا نه. هر گاه چنین باشد مکانیک آماری بما امکان میدهد که با دانستن نوع انرژی که هر ملکول بتنهائی دارد انرژی متوسط هر ملکول را در حالت تعادل بدست آوریم. مثلاً هر گاه انرژی هر ذره مجموع چند جزء مجذور نظیر $\frac{1}{2} m k v_x^2$ یا $\frac{1}{2} I \omega^2$ و یا $\frac{1}{2} k x^2$ باشد میتوان اثبات کرد که در وضع تعادل مقدار انرژی

متوسط هر ذره که همراه با هر یک از مجذورات مذکور باشد برابر $\frac{1}{2} kT$ است. این نیز بیان دیگر از اصل توزیع متشابه انرژی است.

حال اگر فرض کنیم N ذره مرتش که هر یک از آنها در امتداد محور x ها با دامنه بسیار کمی بطور مستقل در ارتعاش هستند (آنقدر مستقل که اثر متقابل ضعیفی بر ذرات مجاور بین آنها موجود باشد.) انرژی موجود در هر یک از ذرات مذکور برابر مجموع دو عامل مجذور است یعنی:

$$\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

بنابراین توزیع متشابه انرژی، هر ملکول بطور متوسط $\frac{1}{2}kT$ بازنه $\frac{1}{2}kx^2$ و $\frac{1}{2}kT$ بازنه $\frac{1}{2}mv_x^2$ انرژی دارد که جمع هر دو برای هر ملکول برابر kT میشود.

فرض بر این بود که N ذره مرتعش فقط در امتداد محور x ها ارتعاش کند ولی این ذرات در هر امتداد دلخواه دارای ارتعاش هستند و ارتعاش آنها کاملاً شکل بفرنج و پیچیده‌ای دارد. اما میتوان نشان داد که این ارتعاش بفرنج معادل با $3N$ ارتعاش تقریباً مستقل، که هر یک از آنها فرکانس مخصوص بخود دارد. نتیجه میشود که در وضع تعادل، انرژی کل برابر است با:

$$U = 3nkT$$

و یا بر حسب n عده ملکولگرم ها و R ضریب ثابت گازهای کامل

$$U = 3nRT$$

و یا بالاخره:

$$c_v = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT} = 3R = 5.197 \frac{\text{cal}}{\text{moleK}^\circ}$$

این فرمول بیان قانون دولن و پتی است که وقتی T افزایش یابد کاملاً با نتایج تجربی وفق میدهد ولی وقتی T بسمت صفر میل کند با نتایج تجربی وفق نمیدهد. منحنی شکل ۶-۱۶ نشان میدهد که C_v مقدار ثابت نیست. وقتی T بسمت صفر میل کند C_v نیز بسمت صفر میل کند.

بایک تجزیه و تحلیل دقیق معلوم شده است که نه اساس مکانیک آماری غلط است و نه این فرض که ارتعاش واقعی N ملکول معادل $3N$ ارتعاش تقریباً غیرمستقل میباشد فرض غلطی است. آنچه غلط است این است که $\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}kx^2$ مربوط به ملکولهای مختلف نمیتواند هر مقدار دلخواه را داشته باشد. اساس مکانیک کوانتائو، که در قسمت ۱۷-۷ ضمن بحث درباره طیف نشری جسم سیاه بان اشاره شد چنین بیان میکند که هر ذره مرتعش با فرکانس f فقط میتواند مقادیر مشخص انرژی که مضربی از hf باشند یعنی:

$$hf, 2hf, 3hf, \dots$$

با خارج مبادله کند. h مقدار ثابتی است که پایای پلانک نامیده میشود. هر گاه این اصل

را با روش کلاسیک مکانیک آماری توأم کنیم انرژی متوسط هر ذره بصورت تابع زیر بدست میآید

$$\frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}$$

وقتی T زیاد شود hf/kT کاهش مییابد و بازاء مقادیر نسبتاً زیاد T میتوان اکتپانسیل فوق را برابر $1 + hf/kT$ فرض نمود در این صورت اندازه متوسط انرژی برابر kT میشود که با نتایج حاصله از قانون دولن و پتی کاملاً تطبیق میکند. اما وقتی T کاهش یابد hf/kT افزایش یافته انرژی متوسط ملکولی نیز کاهش مییابد و گرمای ویژه جسم، وقتی بر این اساس محاسبه شود با نتایج عملی که در شکل ۱۶-۳ نشان داده شده است کاملاً موافق است.

مسائل

مقادیر ثابت مربوط به ملکولها

$$N_0 = \frac{\text{ملکول}}{\text{ملکولگرم}} = 6.02 \times 10^{23} = \text{عدد آووگادرو}$$

$$1 \text{ gm} = 10^{-24} \times 1.66 \text{ gm} = \text{جرم اتم هیدروژن}$$

$$28 \times 1.66 \times 10^{-24} \text{ gm} = \text{جرم ملکول ازت}$$

$$32 \times 1.66 \times 10^{-24} \text{ gm} = \text{جرم ملکول ازت}$$

- ۲۰-۱ فرض کنید دمای گاز کاملاً 0°C و فشار آن 1 atm است و نیز فرض کنید که هر ملکول در مرکز مکعب کوچکی واقع است. (a) ضلع این مکعب کوچک چه اندازه است. (b) این طول را با قطر ملکول مقایسه کنید.
- ۲۰-۲ یک ملکول گرم آب 18 cm^3 حجم دارد. فرض کنید هر ملکول آب وسط مکعبی قرار دارد. (a) ضلع این مکعب و (b) نسبت آنرا با قطر ملکول بدست آورید.
- ۲۰-۳ ضلع مکعبی که در آن گازی در شرایط متعارفی وجود دارد و تعداد ملکولهای موجود در ظرف، برابر جمعیت ایالات متحده (۱۷۰ میلیون) میباشد بدست آورید.
- ۲۰-۴ (a) انرژی جنبشی انتقالی یک ملکول اکسیژن را در دمای 300°K بدست آورید. (b) مقدار متوسط مجذور سرعت آنرا در این دما بدست آورید. (c) سرعت متوسط مجذور آن در این دما چه اندازه است؟ (d) اندازه حرکت یک ملکول اکسیژن را وقتی با این سرعت

حرکت میکند بدست آورید. (e) فرض کنید ملکول با این سرعت در امتداد ضلعی از ظرف بطول 10 cm جلو عقب برود. نیروی متوسطی که يك ملکول بر دیواره وارد می‌آورد چه اندازه است. (f) نیروی وارده بر واحد سطح چه اندازه است. (g) چند ملکول با این سرعت حرکت کنند تا فشاری برابر يك اتمسفر بر دیوار وارد آورد؟ (h) این عدد را با عدد ملکولهای اکسیژن موجود در این ظرف در فشار جو و در دمای 300°K مقایسه کنید.

۲۰-۵ سرعت انتشار امواج صوتی در هوای 27°C در حدود 1100 ft/sec است.

این عدد را با سرعت متوسط مجذور ملکول ازت در این دما بدست آورید.

۲۰-۶ انرژی جنبشی کل يك ملکول گرم هلیوم را در حرکت اتفاقی در دماهای (a)

300°K و (b) 301°K محاسبه کنید. (c) اختلاف این دو انرژی را با تغییر انرژی داخلی هلیوم بازنه تغییر دمای 1°K که از فرمول $\Delta U = nC_v\Delta T$ بدست می‌آید (جدول ۱۹-۱) مقایسه کنید.

۲۰-۷ (a) انرژی جنبشی انتقالی يك ملکول اکسیژن را در دمای 27°C بدست آورید

(b) هر گاه تعداد درجه آزادی اکسیژن برابر ۵ باشد، انرژی جنبشی کل يك ملکول گرم اکسیژن در این دما چه اندازه است؟

۲۰-۸ (a) تا چه فشاری ظرفی را «تخلیه» کنند که پویش آزاد میانگین ملکولهای

هوا 20 cm شود. (b) تعداد ملکولها در هر cm^3 در این فشار چه اندازه است؟ دما را 0°C و قطر ملکول را $3 \times 10^{-8}\text{ cm}$ فرض کنید.

۲۰-۹ در ظرفی بخار جیوه، نئون و هلیوم وجود دارد. (a) انرژی جنبشی ملکول

های هر يك از سه جسم و (b) سرعت متوسط مجذور هر يك از آنها را حساب کنید

۲۰-۱۰ وپسکوزیته اکسیژن در دمای 15°C برابر ۱۹۶ میکروپسوازا است. قطر

مؤثر ملکول اکسیژن را حساب کنید.

۲۰-۱۱ (a) درجه دمائی سرعت متوسط مجذور ملکول هیدروژن برابر سرعت

اولین ماهواره (در حدود $18000 \frac{\text{mi}}{\text{hr}}$) میشود (b) درجه دمائی سرعت متوسط مجذور برابر

سرعت فرار از جاذبه زمین خواهد شد.

۲۰-۱۲ کوره کوچک شکل ۲۰-۵ دارای بیسموت با دمای 840°K است. استوانه

10 سانتیمتر قطر دارد و 6000 دور در دقیقه می‌چرخد. فاصله Bi و Bi_7 بر صفحه G چه اندازه است. سرعت هر ملکول با سرعت متوسط مجذور آن ملکول مساوی فرض شود.

۲۰-۱۳ در دستگاه استرمان، سامپسون و شترن (شکل ۲۰-۶) فواصل OS و SD

هر يك 1 m است (a) دکتور درجه فاصله‌ای زیر D قرار گیرد تا اتمهای سزیوم که با

سرعت متوسط مجذور نظیر دمای 460°K در حرکت اند بان برخورد کند. (b) زاویه پرتاب آنها را حساب کنید. جرم اتمی سزیوم ۱۳۳ است

۱۴-۲۰ (a) قطر ملکول آب را با استفاده از ضریب μ وان در وائلز که دو جدول ۲-۲۰ ثبت شده است بدست آورید. (b) حجم کلی ملکولی يك ملکول گرم آب را حساب کرده آنرا با حجم واقعی که يك ملکول گرم آب اشغال میکند مقایسه کنید. (c) کاهش فشار را در اثر نیروهای بین ملکول در اکسیژن که در شرایط متعارفی قرار دارد بدست آورید. جواب را بر حسب کسری از فشار اصلی پیدا کنید.

۱۵-۲۰ فرض کنید نیروی جاذبه‌ای که بین ذرات وجود ندارد در دستگاه بخصوص آحاد از رابطه $\frac{10^3}{r^2}$ و نیروی دافعه موجود بین ذرات از رابطه $\frac{10^5}{r^4}$ بدست آید. منحنی تغییرات نیروی‌های جاذبه و دافعه را در فاصله $r=6$ تا $r=30$ (واحد همان واحدیست که در فرمول بکاررفته) رسم و نتایج را با منحنی شکل ۱-۲۰ مقایسه کنید.

www.KetabFarsi.com

فصل بیست و یکم

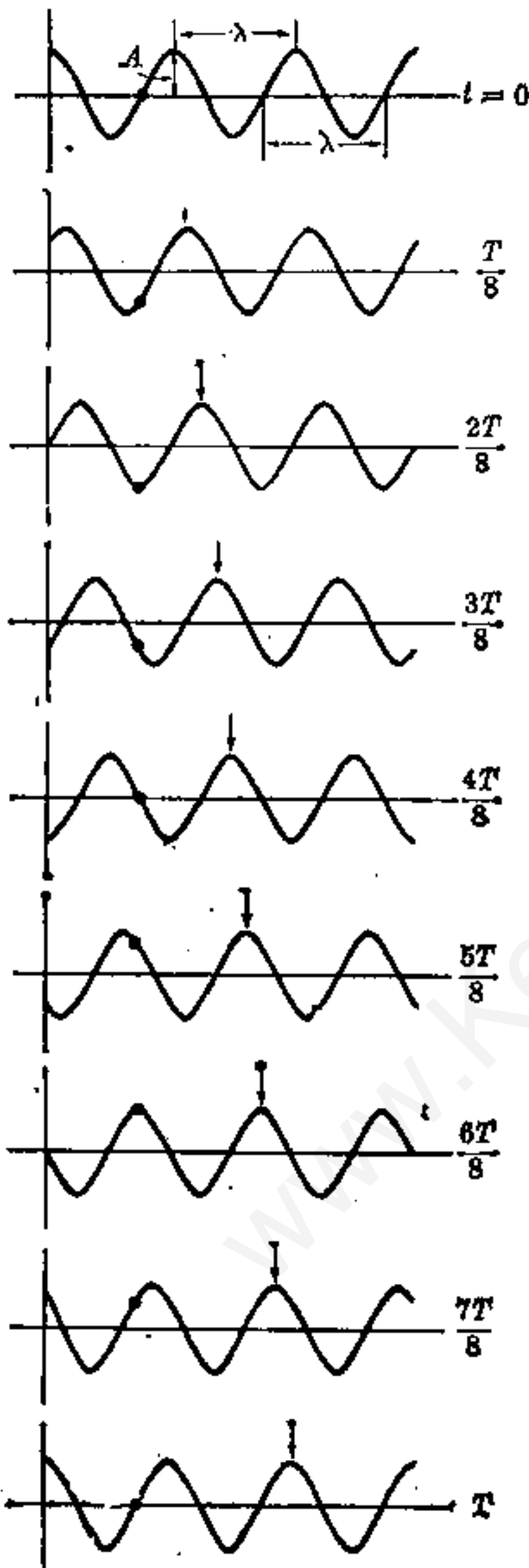
امواج انتقالی

۱۹-۱ ، مقدمه

همه ما امواجی را که بر سطح آب تولید میشود دیده‌ایم. صدای يك منبع صوتی توسط امواجی که در هوای محیط تولید میشود بگوش ما میرسد. صدای منبع صوت نیز نوعی موج است که آنرا موج ساکن مینامند. بسیاری از خواص نور را میتوان با فرض انتشار موجی نور بیان کرد و برای ما مسلم است که امواج رادیویی، مادون قرمز و ماوراء بنفش و اشعه γ و x نیز امواج نورانی هستند. یکی از گامهای اساسی که در قرن بیستم در تکامل فیزیک برداشته شده این است که تمام اجسام دارای خاصیت موجی هستند و مثلاً يك شعاع الکترون وقتی به بلوری برخورد کند بطرزی مشابه با انعکاس نور منعکس میشود. در مبحث امواج، فهم حرکت نوسانی ساده بما کمک فراوان میکند. چه وقتی موجی از محیط مادی عبور میکند همه ذرات جسم، در اطراف وضع تعادل خود ارتعاشی انجام می‌دهند. بنا بر این در مطالعه امواج، ما به تعداد بیشماری ذرات مرتعش سروکار داریم. هر گاه جهت ارتعاش يك موج بر جهت انتشار آن عمود باشد موج را عرضی مینامند. ولی هر گاه ذرات در همان جهت انتشار موج، ارتعاش کنند موج را طولی مینامند. فرض کنیم يك طرف محیط مادی را مجبور به نوسان کردن کنیم در این صورت بعد y (که ممکن است طولی یا عرضی باشد) بصورت روابط زیر با زمان تغییر میکند.

$$y = \begin{cases} Y \sin \omega t \\ \text{یا} \\ Y \cos \omega t \end{cases}$$

در نیم نوسان، وقتی ذره‌ای از محیط در جهت معینی حرکت میکند ذره مجاور را با خود



شکل ۱-۲۱ موج سینوسی عرضی که بطرف راست منتشر میشود و در فواصل $\frac{1}{8}$ دوره تناوب نشان داده شده است.

بهمان طرف میکشد و در نیم نوسان بعدی که جهت حرکت در ذره اول عوض شده است باز هم ذره مجاور را در جهت جدید حرکت خود بر میگردداند و بدین ترتیب، حرکت نوسانی بذرات دیگر منتقل میشود. سرعت انتشار مربوط به نحوه نیروهای بین ملکولی است و بنابراین تابع جنس محیط است. نوسان متصل بذرات محیط را موج مینامند.

برای فهم بهتر فرض کنیم یک طرف سیمی را که دو انتهای آن بدو نقطه ثابت بسته شده است در امتداد عمود بر طول سیم با اندازه λ کشیده و رها کنیم و فرض کنیم که در سیم حرکت نوسانی ساده با فرکانس f یا دوره تناوب $\tau = \frac{1}{f}$ بوجود میآید.

در حال حاضر فرض میکنیم سیم آنقدر طویل باشد که نیازی به توجه به طرف دیگر آن نداشته باشیم. می بینیم امواج سینوسی متصل و متوالی در طول سیم پدید میآید. در شکل ۱-۲۱، شکل قسمتی از سیم

در نزدیکی محل شروع موج، در فواصل $\frac{1}{8}$ دوره

تناوب نشان داده شده است. فرض بر این است که مدت ارتعاش سیم آنقدر بوده است که سیم بتواند شکل منحنی سینوسی را بخود بگیرد. همانطور که سهم نشان داده است موج مرتباً رو بر است در حرکت است ولی یک نقطه از سیم (که در شکل با نقطه سیاه نشان داده شده است) فقط حول وضع تعادل خود حرکت نوسانی ساده دارد. باید توجه داشت که حرکت موجی با سرعت ثابت c انتشار می یابد ولی هر ذره سیم حرکت نوسانی ساده دارد و سرعت ارتعاش آن تابع سینوسی زمان است.

فاصله دو نقطه ماکزیموم متوالی (یا دو نقطه همفاز) را طول موج مینامند و آنرا با λ نمایش

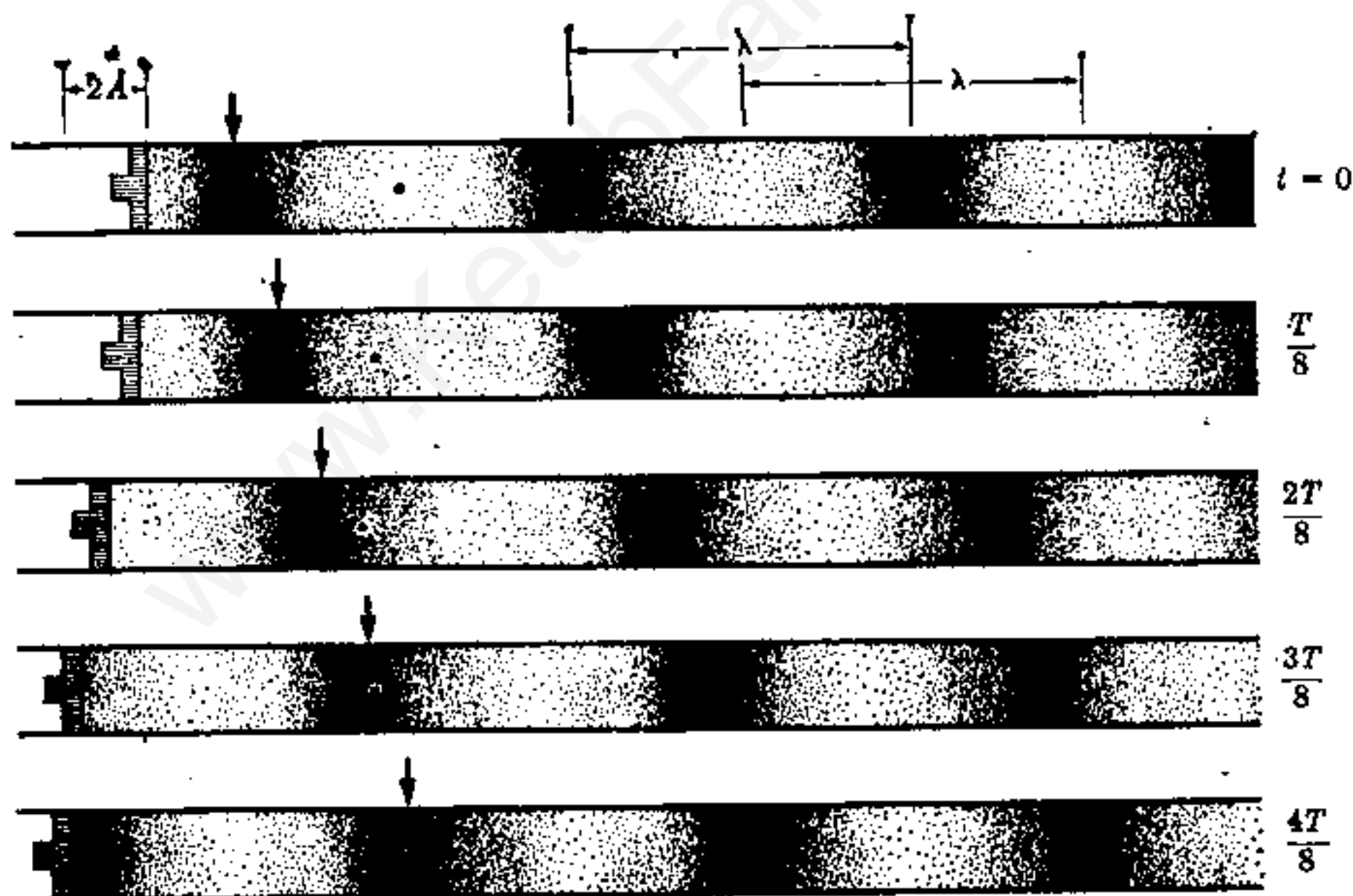
میدهند. چون سرعت انتشار موج ثابت است، بنابراین فاصله هر طول موج در يك زمان

$$\text{تناوب طی میشود و در نتیجه } c = \frac{\lambda}{T} \text{ دریا.}$$

$$c = f\lambda$$

(۱-۲۱)

یعنی سرعت انتشار موج برابر حاصلضرب فرکانس موج در طول موج است. برای فهم نحوه تولید امواج طولی لوله طویلی را فرض کنید که با سیالی پر شده و پیستنی در یکطرف درون آن قرار گرفته است. (شکل ۲۱-۲) نقطه ها نمایش ذرات مادی درون لوله هستند. هر گاه پیستن را در امتداد لوله بنوسان ساده در آوریم، در هر لحظه از نوسان، در قسمتی از سیال، فشار بیش از فشار حالت تعادل است. این منطقه را منطقه تراکم مینامیم و در شکل با نقطه های نزدیک بهم (قسمتهای سیاه) نشان داده شده اند. پس، از این منطقه



شکل ۲-۲۱ موج سینوسی طولی که بطرف راست منتشر می شود و در فواصل $\frac{1}{8}T$ دوره تناوب نشان داده شده است.

در قسمتی از لوله فشار سیال کمتر از فشار حالت تعادل است، این منطقه را منطقه رقیق مینامیم که در شکل با نقاط دور از هم نشان داده شده است. هر دو منطقه تراکم و رقیق با سرعت

ثابت c بطرف راست در حرکت اند که در شکل با سهم نشان داده شده است. سرعت امواج طولی در هوا (امواج صوتی) در دمای 20°C برابر 344 m/sec یا در حدود 1130 ft/sec است. حرکت يك ذره معين از محیط (که در شکل با نقطه سیاهی مشخص شده است) حرکت نوسانی ساده است که در جهت انتشار انجام میشود .
طول موج فاصله بین دو منطقه متراکم متوالی یا دو منطقه رقیق متوالی است و رابطه $c = f\lambda$ در مورد امواج طولی نیز صادق است.

۲۱-۲، بیان ریاضی حرکت امواج انتقالی.

فرض کنیم موجی (طولی یا عرضی) از چپ بر راست ، در محیطی مثلاً يك سیم منتشر شود. حرکت يك ذره را با حرکت ذره‌ای که بلافاصله در سمت راست اولی واقع است مقایسه میکنیم می‌بینیم ذره دوم حرکتی عیناً نظیر ذره اول را دارد فقط کمی دیرتر شروع به حرکت میکند. هر چه فاصله دو ذره بیشتر اختیار شود ، تأخیر حرکت ذره دوم بیشتر و بیشتر میشود چون یک طرف سیم ، حرکت نوسانی ساده دارد تمام نقاط دیگر آن نیز حرکت نوسانی ساده‌ای که دامنه و فرکانس همه آنها یکی است انجام میدهند . اما زاویه فاز نقاط مختلف آن باهم متفاوت اند.

فرض کنیم بعد ذره‌ای که در مبده مختصات ($x=0$) قرار دارد با رابطه زیر مشخص شده باشد .

$$y = Y \sin \omega t$$

بعد ذره‌ای که در طرف راست مبده واقع است تأخیر فازی برابر φ نسبت به مبده دارد و با رابطه زیر مشخص میشود :

$$y = Y \sin(\omega t - \varphi)$$

تأخیر فاز φ متناسب با فاصله نقطه دوم از مبده مختصات است یعنی :

$$\varphi = kx \quad (2-21)$$

که k ضریب ثابت انتشار نامیده میشود . پس میتوان نوشت :

$$y = Y \sin(\omega t - kx) \quad (3-21)$$

فرمول ، موج سینوسی را که بطرف راست در حرکت است نشان میدهد . هر گاه جهت انتشار بطرف چپ میشود، ذرات طرف راست باعث حرکت ذره واقع در مبده میشوند و معادله بصورت زیر در می‌آید :

$$y = Y \sin(\omega t + kx) \quad (۴-۲۱)$$

دره‌ای که بفاصله يك طول موج از مبده باشد حرکتی عیناً نظیر حرکت مبده را دارد بنابراین زاویه فاز آن $\varphi = ۲\pi$ است. هر گاه $x = \lambda$ و $\varphi = ۲\pi$ را در فرمول ۲-۲۱ قرار دهیم خواهیم داشت :

$$۲\pi = k\lambda \quad k = \frac{۲\pi}{\lambda} \quad (۵-۲۱)$$

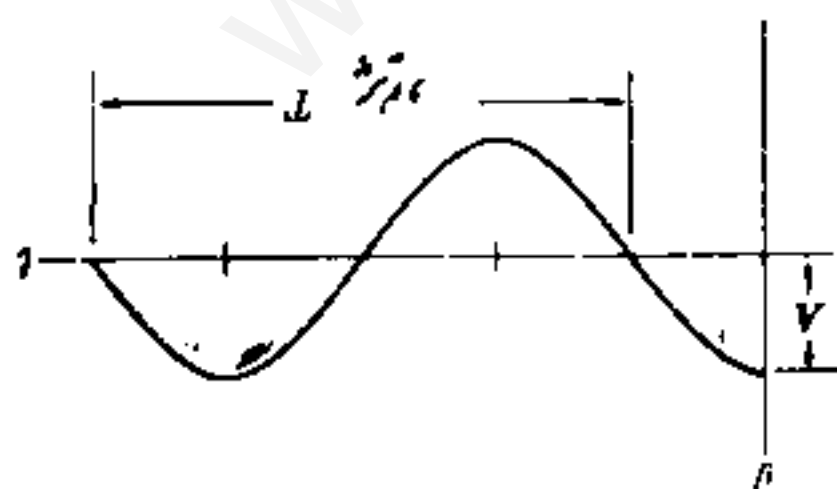
بنابراین k ضریب انتشار، ۲π برابر معکوس طول موج است. چون $\omega = ۲\pi f = \frac{۲\pi}{T}$ است معادله امواج انتقالی بصورت زیر نوشته میشود :

$$y = Y \sin ۲\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

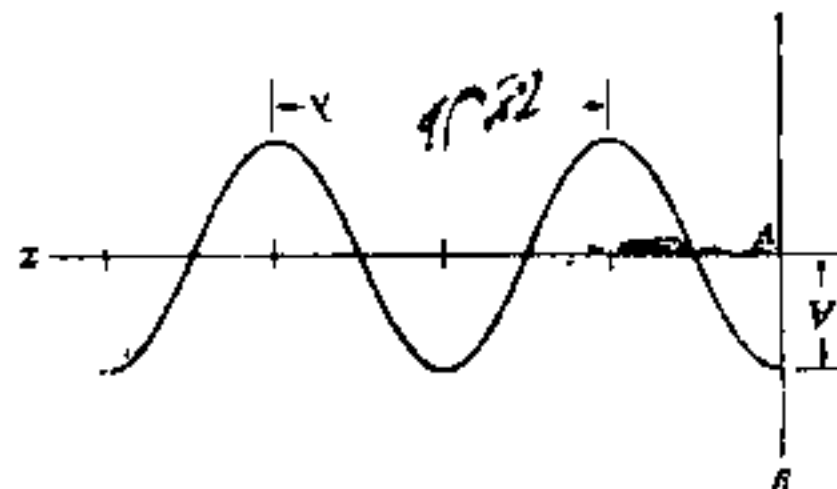
در هر زمان t با فرمول ۳-۲۱ میتوان بعد y هر ذره را نسبت به وضع تعادل بصورت تابعی از x فاصله از مبده بدست آورد. هر گاه موج عرضی در سیمی منتشر شده باشد این معادله نشان دهنده شکل سیم در هر لحظه است و مثل این است که عکسی سریع از سیم برداشته باشیم. در لحظه $t = ۰$ داریم :

$$y = Y \sin(-kx) = -Y \sin kx = -Y \sin ۲\pi \frac{x}{\lambda}$$

این منحنی در شکل ۳-۲۱ رسم شده است.



شکل ۳-۲۱



شکل ۴-۲۱

می بینیم که بعد y هر ذره هم تابع فاصله این ذره از مبده و هم تابع زمان است. بزبان دیگر y تابع دو متغیر مستقل x و t است. منحنی شکل ۳-۲۱ میتواند نمایش يك سطح باشد بشرط اینکه x و t دو محور متعامد در صفحه افقی و y محور قائم و عمود بر دو محور مذکور باشد.

باید توجه داشت که سرعت انتشار c با سرعت v ذره مرتعش باهم تفاوت اساسی دارند. مثلاً هر گاه معادله یک موج عرضی بصورت زیر باشد.

$$y = Y \sin(kx + \omega t)$$

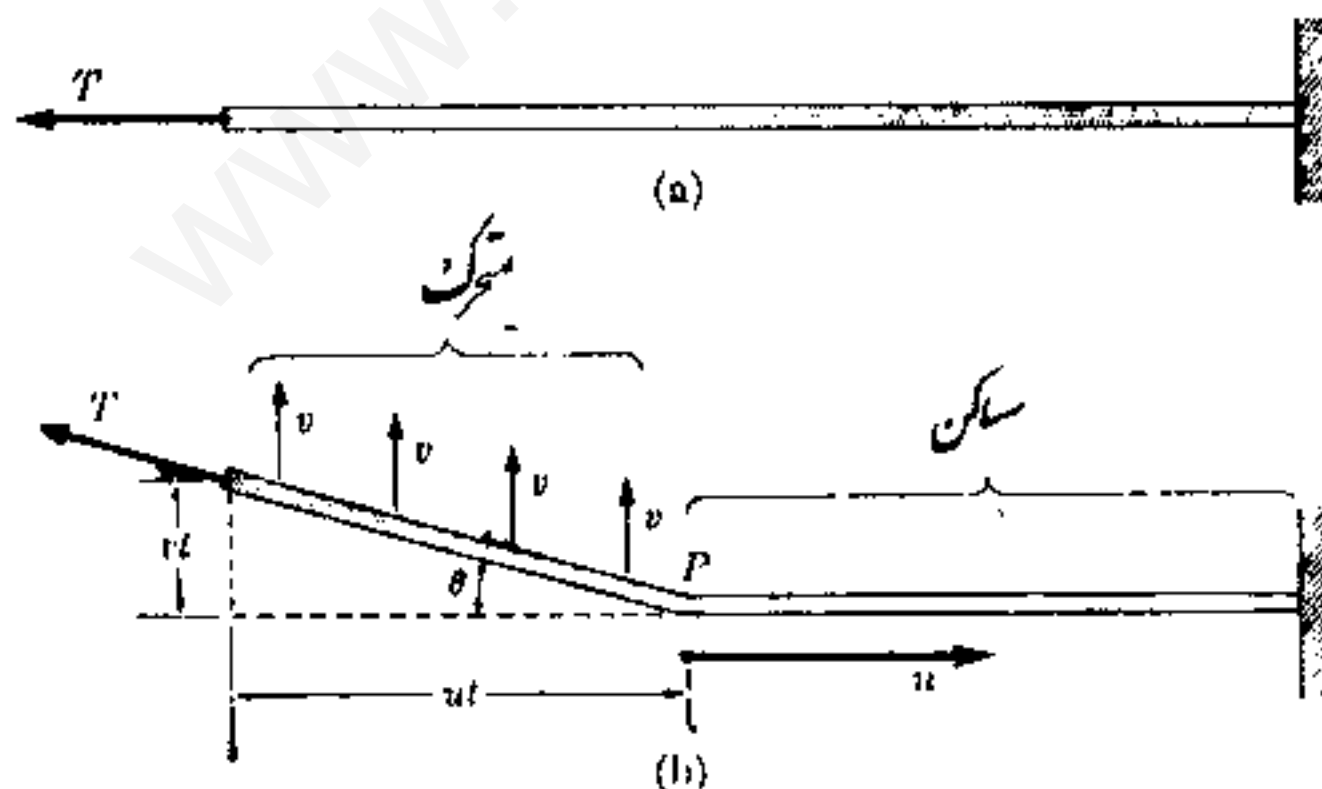
سرعت v این موج برابر خواهد بود با :

$$v = \frac{dy}{dt} = \omega Y \cos(\omega t + kx)$$

که سرعت ذره‌ای را در حال حرکت نوسانی مشخص مینماید. فرکانس زاویه‌ای این حرکت ω و دامنه آن Y است. فاز اولیه آن kx یعنی متناسب با فاصله از مبدا مختصات است.

۳-۲۱ محاسبه سرعت انتشار امواج

فرض کنیم سیمی بین دو نقطه کشیده شده است. هر گاه در نقطه‌ای ضربه عرضی برسیم وارد آوریم، یا قسمتی از آنرا گرفته در امتداد عرض بکشیم و رها کنیم از نقطه‌ای که ضربه بر آن وارد شده، ارتعاش در هر دو جهت منتشر میشود. این ارتعاش‌ها را ارتعاش عرضی یا **transverse pulse** مینامیم. جهت حرکت ذرات سیم بر جهت انتشار ارتعاش عمود است. هر ارتعاش، در حین انتقال، شکل اولیه خود را حفظ میکند و با سرعت ثابت c منتقل می‌شود.



شکل ۳-۲۱ انتشار ارتعاش عرضی در سیم

فرض کنیم کشش در سیمی که در شکل ۳-۲۱ نشان داده شده S و جرم هر واحد طول آن (توده ویژه طولی) μ باشد. در قسمت (a) شکل سیم بحال سکون نشان داده شده است. در لحظه $t=0$ نیروی ثابت و عرضی F بر انتهای چپ سیم وارد میشود. در نتیجه این

انتهای سیم با سرعت عرضی ثابت v بطرف بالا میرود . شکل ۲۱-۵ (b) شکل سیم را پس از زمان t نشان میدهد . تمام نقاط سیم واقع در سمت چپ نقطه P با سرعت v در حرکت و تمام نقاط سیم در سمت راست نقطه P ساکن اند . نقطه مرزی بین قسمت ساکن و درنیش سیم ، با سرعت انتشار c بطرف راست حرکت میکند . پس از زمان t نقطه شروع موج با اندازه vt از وضع تعادل منحرف و نقطه مرزی P با اندازه ct بطرف راست منتقل شده است . هر گاه ضربه عرضی (زمان \times نیروی عرضی) را برابر تغییر اندازه حرکت عرضی قرار دهیم (سرعت عرضی \times جرم) میتوانیم سرعت انتشار c را بدست آوریم . ضربه عرضی برابر حاصلضرب $F \cdot t$ است . از تشابه مثلثها نتیجه میشود :

$$\frac{F}{S} = \frac{vt}{ct} \quad \text{و} \quad F = S \frac{v}{c}$$

لذا خواهیم داشت :

$$\text{ضربه عرضی} = S \frac{v}{c} t$$

اما جرم قسمت متحرك عبارت از حاصلضرب جرم واحد طول μ در طول ct است یعنی :

$$\mu ctv = \text{اندازه حرکت عرضی}$$

با استفاده از تساوی ضربه و تغییر اندازه حرکت ، خواهیم داشت :

$$S \frac{v}{c} t = \mu ctv$$

و از آنجا خواهیم داشت :

$$c = \sqrt{S/\mu} \quad (۶-۲۱)$$

دیده میشود که سرعت انتشار امواج عرضی در یک سیم ، فقط تابع کشش سیم و جرم واحد طول آن است . وقتی از فرمول ۶-۲۱ در حل مسائل استفاده میشود باید واحدهای مورد استفاده در فرمول با دقت انتخاب شوند . این آحاد در جدول ۶-۲۱ ثبت شده اند .

جدول ۱-۲۱

واحدهای لازم برای فرمول ۶-۲۱

دستگاه آحاد	S	μ	c
mks	نیوتون	kgm/m	m/sec
cgs	دین	gm/cm	cm/sec
انگلیسی	پوند	Slug/ft	ft/sec

مثال ۱- یکطرف یک لوله لاستیکی به نقطه ثابتی بسته شده است. انتهای دیگر آن از روی قرقره ثابتی بفاصله 8m از انتهای اول عبور کرده آویزان میشود. بانتهای آویزان آن وزنه 2kgm آویزان است. جرم لوله واقع بین قرقره و نقطه ثابت برابر 600 گرم است. سرعت انتشار امواج عرضی را در این لوله بدست آورید. کشش در لوله لاستیکی برابر است با:

$$S = 2 \times 9/8 = 19/6 \pi$$

جرم هر واحد طول لوله برابر است با:

$$\mu = \frac{m}{l} = \frac{0/6 \cdot \text{kgm}}{8\text{m}} = 0/075 \frac{\text{kgm}}{\text{m}}$$

و سرعت انتشار چنین محاسبه میشود:

$$c = \sqrt{\frac{S}{\mu}} = \sqrt{\frac{19/6 \pi}{0/075 \text{kgm/m}}} = 16 \text{m/sec}$$

مثال ۲- فرض کنید موجی که دامنه آن $Y = 10\text{cm}$ و طول موج آن $\lambda = 3\text{cm}$ است در طول لوله از چپ بر راست منتشر شود. حداکثر سرعت ارتعاش یکی از نقاط آنرا پیدا کنید.

معادله موج چنین است:

$$y = Y \sin(\omega t - kx)$$

سرعت عرضی برابر است با :

$$v = \frac{dy}{dt} = \omega Y \cos(\omega t - kx)$$

حداکثر سرعت عرضی چنین بدست میآید .

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \omega Y = 2\pi f Y = 2\pi \frac{c}{\lambda} Y \\ &= 2\pi \times \frac{16 \text{ m/sec}}{3 \text{ m}} \times 0.1 \text{ m} = 4/9 \text{ m/sec} \end{aligned}$$

۲-۲۱ محاسبه سرعت انتشار امواج عرضی

در شکل ۲-۲۱ لوله نشان داده شده که درون آن سیالی (گاز یا مایع) با توده ویژه ρ قرار دارد . سطح مقطع لوله A و فشار درون آن p است . در قسمت (a) شکل سیال بحال سکون قرار دارد . در لحظه $t = 0$ پیستنی را که در سمت چپ قرار دارد با سرعت v بطرف راست میرانیم . شکل ۲-۲۱ (b) وضع سیال را در زمان t نشان میدهد . تمام سیال سمت چپ نقطه P با سرعت v در حرکت و تمام سیال واقع در سمت راست P ساکن هستند سطح مرزی بین قسمت ساکن و متحرک ، با سرعت c بطرف راست منتقل میشود . پیستن در زمان t فاصله vt و نقطه P در همین مدت فاصله ct را طی میکند . در اینجا نیز از تساوی ضربه و تغییر اندازه حرکت ، سرعت انتشار را محاسبه میکنیم .

سیالی که در زمان t بحرکت درمیآید ، حجم Act را اشغال میکند زیرا در استوانه ای بسطح مقطع A و بطول ct قرار دارد . بنابراین جرم آن ρAct است و اندازه حرکتی که در این فاصله زمانی بدست آورده است برابر است با :

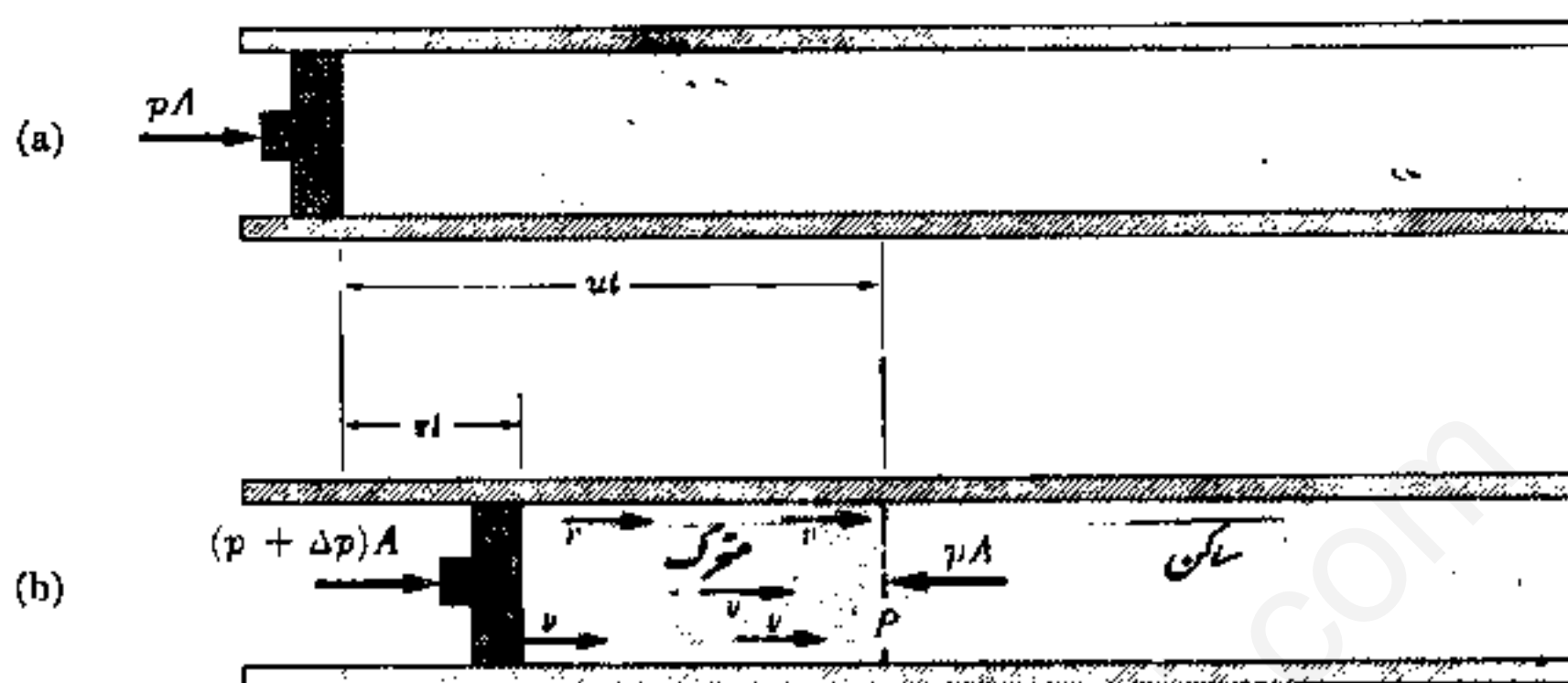
$$= \rho ctAv$$

سپس افزایش فشار ΔP را در سیال جاری حساب میکنیم . حجم اولیه سیال متحرک Act است و از آن با اندازه Avt کم میشود . با استفاده از مدول حجمی B (فصل ۱۰) میتوان نوشت :

$$B = \frac{\text{تغییر فشار}}{\text{تغییر حجم نسبی}} = \frac{\Delta p}{Avt / Act}$$

و از آنجا خواهیم داشت :

$$\Delta p = B \frac{v}{c}$$



شکل ۶-۲۱ انتشار امواج طولی در سیال واقع در لوله

فشار در سیال متحرک به $p + \Delta p$ و نیروی مؤثر از طرف پیستن بر آن $(p + \Delta p)A$ و بر آیند نیروی وارد بر سیال جاری [بشکل ۶-۲۱ (b) رجوع کنید] برابر pA و ضربه طولی آن برابر است با :

$$\text{ضربه طولی} = \Delta p A t = B \frac{v}{c} A t$$

با استفاده از قضیه تساوی ضربه و تغییر اندازه حرکت میتوان نوشت :

$$B \frac{v}{c} A t = p c t A v$$

از آنجا خواهیم داشت :

$$c = \sqrt{B/\rho} \quad (7-21)$$

یعنی سرعت انتشار امواج طولی در یک سیال فقط تابع مدول حجمی و توده ویژه سیال است .

وقتی بر انتهای میله‌ای ضربه وارد آید ، وضع انتشار امواج طولی در میله با انتشار امواج طولی درون لوله محتوی سیال با هم متفاوت اند چه در اثر ضربه ، میله در امتداد شعاع نیز تغییر بعد میدهد . با استدلال مشابهی میتوان نشان داد که سرعت انتشار امواج طولی در میله از رابطه زیر بدست می آید :

$$c = \sqrt{Y/\rho} \quad \text{طولی} \quad (۸-۲۱)$$

که در آن Y مدول یونگ است که در فصل دهم تعریف شده است.

۲۱-۵، طبیعت آدیاباتیك امواج طولی

میدانیم تراکم يك سیال ، با افزایش دما همراه است مگر اینکه از آن گرما گرفته شود . برعکس اگر سیالی را منبسط کنیم ، دمای آن حتماً کاهش مییابد مگر اینکه گرما بان داده شود . بنابراین وقتی موجی در سیالی انتشار مییابد قسمتهای متراکم گرمتر از قسمتهای رقیق شده هستند . مقدار گرمائی که در واحد زمان از هر واحد سطح سیال هدایت میشود متناسب با ضریب هدایت گرمائی سیال و متناسب معکوس با فاصله قسمت متراکم و رقیق شده (نصف طول موج) میباشد ، فرکانس امواج صوتی بین ۲۰ و ۲۰۰۰۰ در ثانیه است . حتی در مورد بهترین هادیهای گرمائی چون طول موج امواج صوتی بسیار زیاد و ضریب هدایت گرمائی نسبتاً کم است گرمای منتقله از این طریق بسیار ناچیز است . بنابراین تحول تراکم و انبساط را میتوان آدیاباتیك فرض نمود نه ایزو ترم .

در فرمول سرعت امواج طولی در يك سیال $c = \sqrt{B/\rho}$ مسدول حجمی B چنین

تعریف شد :

$$A = \frac{\text{تغییر فشار}}{\text{تغییر حجم هر واحد حجم}}$$

تغییر حجم نسبی حاصل از تغییر فشار معین ، تابع این است که تحول بطور آدیاباتیك صورت گیرد یا ایزو ترم . بنابراین دو مدول حجمی وجود دارد مدول آدیاباتیك B_{ad} و مدول حجمی ایزو ترم . فرمول سرعت امواج طولی چون در شرایط آدیاباتیك صورت میگیرد برابر است با :

$$c = \sqrt{\frac{B_{ad}}{\rho}} \quad (۹-۲۱)$$

هر گاه گاز کامل فرض شود فرمول تحول آدیاباتیك آن چنین است :

$$-\gamma \quad (۹-۲۱)$$

میدانیم که γ نسبت گرمای ویژه گاز با فشار ثابت . بگرمای ویژه گاز با حجم ثابت است .
و مدول حجمی در تحول آدیاباتیك چنین محاسبه میشود :

$$B_{ad} = - \left(\frac{dp}{dV} / V \right)_{ad} = - V \left(\frac{dp}{dV} \right)_{ad}$$

برای محاسبه B_{ad} باید $(dp/dV)_{ad}$ را بکمک فرمولهای تحول آدیاباتیك بدست آوریم.
هر گاه از طرفین فرمول ۲۱-۱۰ لگارتیم بگیریم داریم:

$$\ln p + \gamma \ln V = \text{ثابت}$$

و هر گاه از طرفین دیفرانسیل محاسبه شود :

$$\frac{dp}{p} = \gamma \frac{dV}{V} = 0 \quad \text{و یا} \quad \left(\frac{dp}{dV} \right)_{ad} = -\gamma \frac{p}{V}$$

و از آنجا :

$$B_{ad} = \gamma p \quad (21-11)$$

لذا خواهیم داشت :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \quad (\text{گاز کامل}) \quad (21-12)$$

اما برای گازهای کامل داریم :

$$\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M}$$

که در آن R ضریب ثابت گازهای کامل ، M جرم مولکولی و T دمای مطلق گاز است
لذا داریم :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (\text{گاز کامل}) \quad (21-13)$$

و چون برای گاز معین γ و R و M ثابت اند ، سرعت انتشار متناسب با جذر دمای کلوین
گاز است .

اکنون سرعت انتشار امواج را در هوا حساب میکنیم. جرم یک مول هوا، $29/8$

و $\gamma = 1/4$ و $R = \frac{8/3 \times 10^7 \text{ erg}}{\text{mole} \cdot \text{deg}}$ است . هر گاه $T = 300^\circ \text{K}$ باشد داریم :