جدول ۱۷ـ۱ ، ضریب هدایت‌گرمائی اجسام

	$\frac{cal}{sec \cdot cmC^\circ}$ بر حسب k
فلزات	
آلومینیوم	۰/۴۹
برنج	۰/۲۶
مس	۰/۹۲
سرب	۰/۰۸۳
جیوه	۰/۰۲۰
نقره	۰/۹۷
پولاد	۰/۱۲
نمونه‌های مختلف جامد	
آجرهای عایق	۰/۰۰۰۳۵
آجرقرمز	۰/۰۰۱۵
کانکریت	۰/۰۰۲
چوب پنبه	۰/۰۰۰۱
نمد	۰/۰۰۰۱
شیشه	۰/۰۰۲
یخ	۰/۰۰۴
پشم شیشه	۰/۰۰۰۱
چوب	۰/۰۰۰۱ — ۰/۰۰۰۳
گازها	
هوا	۰/۰۰۰۰۵۷
ارگن	۰/۰۰۰۰۳۹
هلیوم	۰/۰۰۰۳۴
هیدرژن	۰/۰۰۰۳۳
اکسیژن	۰/۰۰۰۰۵۶

www.KetabFarsi.com

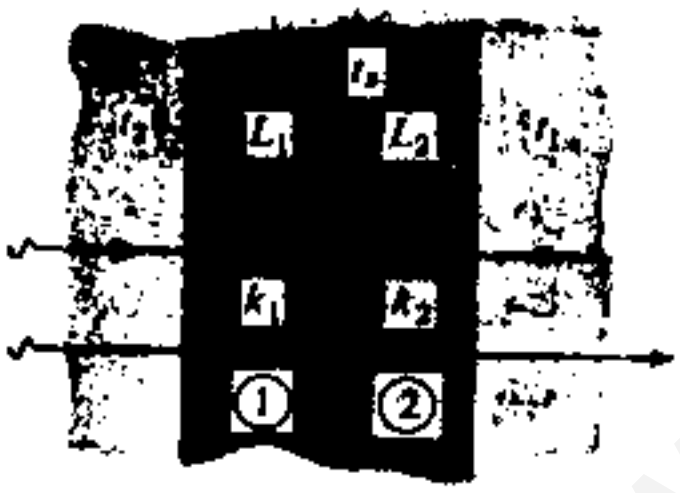
گرادیان دمائی برابر $\frac{t_2 - t_1}{L}$ است وضریب k دراینحال مقدارثابتی است و میتوان (با حذف علامت منفی) نوشت ·

$$H = kA\frac{t_2 - t_1}{L} \qquad (۲-۱۷)$$

محدودیتی برای ابعاد میله درشکل ۱۷-۱ قائل نشدیم، بنابراین فرمول ۱۷-۲ را برای هرقطعه کوتاه یعنی وقتی L کوچك است نیزمیتوان بکاربرد . لذا ازاین برمول میتوان درگرمای منتقله ازدیواره یخچال (که سطح آن زیاد وطول آن کم است) وامثالهم نیز استفاده نمود . فقط درچنین حالاتی بجای طول کلمه «ضخامت» بکاربرده میشود .

۱۷-۲ ، جریان گرمائی در دیواره مرکب

درشکل ۱۷-۲ دیواره‌ای نشانداده شده‌است که ازدو لایه مختلف الجنس مطابق شکل ترکیب شده است . ضخامت و ضریب هدایت گرمائی دو جسم ، مختلف است . جریان گرمائی که ازمقطع (۱) عبورمیکند عبارت‌است‌از :



شکل ۱۷-۲ جریان گرمائی ازیك دیواره مرکب

$$H = \frac{k_1 A(t_2 - t_x)}{L_1} \qquad (۳-۱۷)$$

و جریان گرمائی که از مقطع (۲) عبور میکنـد عبارتست از :

$$H = k_2 A(t_x - t_1) \qquad (۴-۱۷)$$

درهرحالت ثبات دمـائی باید دو جریان گرمائی باهم برابر باشند (چرا ؟) پس داریم :

$$k_1 A_1 \frac{(t_2 - t_x)}{L_1} = \frac{k_2 A_2 (t_x - t_1)}{L_2}$$

هرگاه t_x را بین این فرمول و یکی از فرمولهای ۱۷-۴ یـا ۱۷-۳ حذف کنیم نتیجه می‌شود .

$$H = \frac{A(t_2 - t_1)}{(L_1/K_1) + (L_2/K_2)}$$

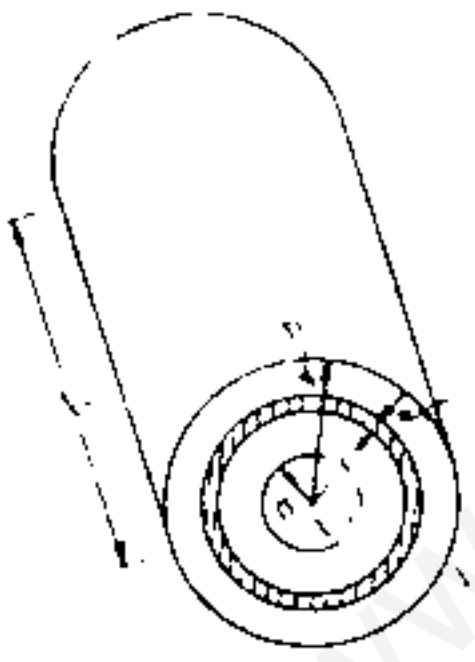
میتوان آنرا بصورت زیر نوشت :

$$H = \frac{A(t_2 - t_1)}{\Sigma(L/K)} \qquad (۵-۱۷)$$

چون جریان گرمائی در تمام مقاطع یکسان است نتیجه میشود که گرادیان دمائی در هریك ازلایه‌ها متناسب معکوس باضریب هدایت گرمائی است t_2 و t_1 درشکل ۱۷-۲ بترتیب دمای سطح جلوئی و عقبی دیواره مرکب است. هرگاه دیواره مرکب مذکوردیواریك خانه باشد این دماها دمای هوای داخل و خارج درفاصله یك یا دو سانتیمتر از دیوار نیست . بمثالی که درقسمت ۱۷-۴ ذکرشده است رجوع کنید .

۱۷-۳ ، جریان شعاعی گرما دریك لوله یا یك کره

اینك بذکر دومثال می‌پردازیم که درآنها گرادیان دمائی حتی درحالت ثبات دمائی نیز در جهت جریان متشابه نیست . شکل ۱۷-۳ لوله هادی بخار را نشان میدهدکه پوشش عایقی محیط جانبی آنرا پوشانیده است . (میتوان شکل را درعین حال نمایش کره‌ای که پوششی برروی آن است فرض کرد .) هرگاه $t_1 - t_2$ بترتیب دمای سطح داخلی و خارجی پوشش عایق و a و b شعاعهای داخلی وخارجی این پوشش وفرض براین باشدکه $t_2 < t_1$ در اینصورت گرما ازداخل بخارج جریان دارد .وقتی ثبات دمائی برقرار است ، جریان H درهرلایه مثلا درلایه‌ای بشعاع r یالایه دیگرثابت است.(لایه هادراستوانه متحدالمحور



شکل ۱۷-۳ جریان شعاعی گرما در یك کره یا یك لوله

و درکره متحدالمرکز فرض میشوند هرگاه سطح این لایه A و گرادیان دمائی درآن $\frac{dt}{dr}$ فرض شود ، داریم :

$$H = -kA\frac{dt}{dr} = \text{ثابت}$$

میتوان جریان گرمائی را برحسب t_1 و t_2 و a و b بکمك انتگراسیون و سپس قرار دادن مقادیر حدی درفرمول حاصل بدست‌آورد . در جدول ۱۷-۲ انتگراسیون مجرای دیواره استوانه‌ای و کروی محاسبه وثبت شده است .

جدول ۱۷ـ۳

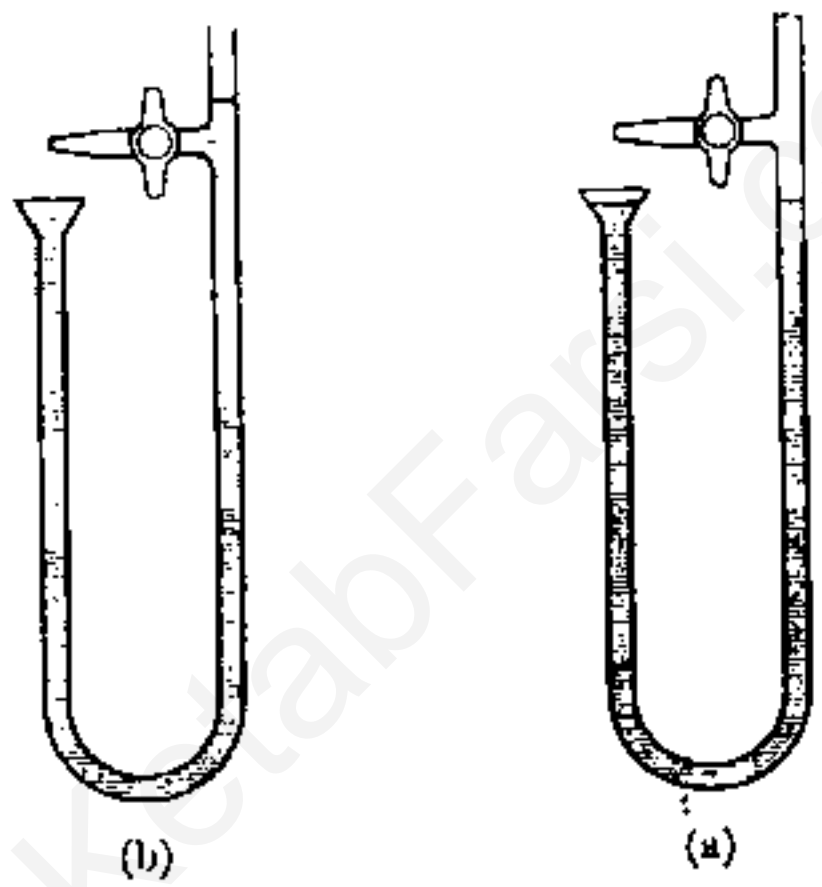
کره	لوله بطول L
$A=۴\pi r^۲$	$A=۲\pi rL$
$H=-k\times۴\pi r^۲\frac{dt}{dr}$	$H=-k۲\pi rL\frac{dt}{dr}$
$H\frac{dr}{r^۲}=-۴\pi kdt$	$H\frac{dr}{r}=-۲\pi kLdt$
$-\frac{H}{r}=-۴\pi kt+C$	$H\ln r=-۲\pi kLt+C$
$r=b$ و $t=t_۱$	$r=a$ و $t=t_۲$
$H=\frac{۴\pi k(t_۲-t_۱}{(b-a)/ab}$	$H=\frac{۲\pi k(t_۲-t_۱)}{[\ln(b/a]/L}$

۱۷ـ۴ ، کنوکسیون

کنوکسیون را به نوعی انتقال گرما میگویند که درآن گرما همراه با حرکت واقعی ماده ، ازنقطه‌ای بنقطه دیگرمنتقل شود . دستگاه‌های گرم کننده که با هوای گرم کار میکنند نمونه‌هائی ازکنوکسیون هستند . هرگاه ماده ناقل گرما رابکمك پروانه ویا پمپ بحرکت درآورندکنوکسیون را *زوری* **Forced convection** مینامند . وقتی حرکت سیال بعلت پیدایش اختلاف چگالی درنقاط مختلف‌آن بحرکت درآیدکنوکسیون راآزاد یاطبیعی **natural or free convection** مینامند . برای فهم کنوکسیون‌آزاد، شکل۱۷ـ۴ را درنظر گیرید .

درقسمت (a)شکل، آب موجود در دو لـوله U شکل همدما وسطح‌آزادآب درهر دو شاخه در یـك سطح است . در قسمت (b) شکل شاخه سمت راست را گرم کرده‌اند . بعلت گرم شدن ، چگالی‌آب دراین شاخه کمترشده برای اینکه فشارحاصله از این شاخه بافشار

شاخه مقابل که آب سردتر (وبنابراین چگالتر) درآن است ، مساوی شود ؛ باید ارتفاع آن بیشتر باشد . هرگاه شیررا باز کنیم آب ازشاخه راست بشاخه چپ جریان مییابد . ورود آب باین شاخه فشار وارده برعمق آنرا زیادتر کرده باعث میشود که آب سرد از ته لوله U شکل ازشاخه چپ وارد شاخه راست شود . هرگاه مرتباً بشاخه راست گرما داده شده و ازشاخه چپ گرفته شود جریان آب ادامه می‌یابد و درنتیجه انتقال گرما ازطریق کنوکسیون صورت می‌پذیرد ، در شوفاژهای منازل ، رادیاتور نظیرشاخه سرد و اجاق نظیر شاخه سرد می‌باشد .



شکل ۱۷–۴ کنوکسیون درآثر پیدایش اختلاف چگالی بوجود میاید .

وضع غیرعادی انبساط آب که درفصل ۱۵ بیان شد باعث میشود که دریاها ودریاچه‌ها وقتی یخ‌میزنند وضع خاصی داشته باشند . فرض کنیم دمای آب حوضی مثلا $20^{\circ}C$ باشد . هرگاه بیکباره دمای هوای مجاور به $-10^{\circ}C$ تنزل یابد ، همینکه دمای آب درمجاورت هوا به $19^{\circ}C$ رسید سنگین شده (انقباض پیدا میکند) پائین میرود و جای آنرا مجدداً آب $20^{\circ}C$ پرمیکند . این عمل آنقدر ادامه مییابد که دمای آب حوض به $4^{\circ}C$ برسد . ازاین پس وقتی لایه بالائی آب بدمای $3^{\circ}C$ رسید انبساط یافته چگالی آن کمتر از چگالی لایه‌های زیرین میشود. بنابراین کنوکسیونی صورت نمی‌گیرد از این پس آب حوض فقط میتواند از طریق هدایت گرما بخارج بدهد و چون آب هادی بسیار ضعیفی است ، گرمائی که ازاین طریق منتقل میشود ناچیزاست و دمای آب حوض در $4^{\circ}C$ تثبیت میشود. اما دمای لایه بالائی تدریجاً کم شده بصفر میرسد و آب یخ میزند . یخ نیز برروی آب شناور میماند . فقط گرما از طریق هدایت ازآب بخارج میرود ولایه یخ بکندی ضخیم میشود .

نمیتوان فرمول ساده‌ای نظیرفرمول انتقال گرما ازطریق هدایت ، برای کنوکسیون نیز نوشت . علت آن این است که وقتی گرما از طریق کنوکسیون منتقل میشود باید سیالی در مجاورت سطح گرمی قرار گرفته گرما از آن دریافت کند وسپس درمجاورت سطح جسم سردی قرار گرفته گرمای خودرا بآن بدهد . درمقدار گرمائی که باین ترتیب منتقل میشود عوامل زیرمؤثرانند . (۱) سطح صاف است یا منحنی (۲) سطح افقی قرار دارد یا عمودی یا مایل (۳) سیال ناقل گرما مایع است یا گاز (۴) توده ویژه ، ویسکوزیته ، گرمای ویژه وضریب هدایت گرمائی سیال چه اندازه است . (۵) سرعت سیال کم وجریان آن آرام است یا سرعت زیاد و جریان آشفته است . (۶) آیا عمل تبخیر ؛ میعان ، جرم گرفتن و امثالهم اتفاق می‌افتد یا نه ؟

درعمل ، ابتدا ضریب کنوکسیون را با استفاده ازفرمول زیر تعریف میکنیم :

$$H = hA\Delta t \qquad (۶-۱۷)$$

که درآن H جریان گرمائی است که ازطریق کنوکسیون جاری میشود، A سطح دیواره‌ای است که سیال ازآن گرما می‌گیرد . Δt اختلاف دمای سطح گرماده و دمای متوسط سیال است . قدم بعدی پیداکردن اندازه عددی ضریب h برای جسمی با ابعاد معین ، جنس مشخص و تحت شرائط بخصوص است . این کار قسمتی ازطریق محاسبات مفصل وطولانی و بخشی بکمك تجربیات و اندازه گیری‌های پرزحمت و متعدد صورت می‌گیرد . درسنوات اخیر دراین زمینه اندازه گیری‌های زیادی صورت گرفته و منحنی‌ها و جداول فراوان تهیه و تنظیم شده‌اند که مهندسین وفیزیك دانها میتوانند h ضریب کنوکسیون متناسب باهرجسم‌را درشرائط معین بدست آورند .

یکی از حالاتی که درعمل ، زیاد باآن مواجه هستیم ، کنوکسیون آزاد درمجاورت دیوار صاف یا لوله‌ای است که در دمای ثابت درهوا بافشارجو قرار دارد و اختلاف دمای لوله یا دیواره با محیط برابر Δt است . در جدول ۱۷-۳ ضرایب کنوکسیون را درچند مورد ثبت کرده‌اند .

مثال- دمای هوای اطاقی $25^{\circ}C$ ودمای خارج $-15^{\circ}C$ است . هرسانتیمترمربع ازسطح شیشه پنجره چقدر گرما منتقل میکند . ضریب هدایت گرمائی شیشه $2,5 \times 10^{-3}$ cgs و ضخامت شیشه $2mm$ است .

هرگاه تصور کنیم که دمای سطح داخلی شیشه $25^{\circ}C$ و دمای سطح خارجی آن $-15^{\circ}C$ است کاملا دراشتباهیم . میتوان دریك روز سرد عملا این موضوع راآزمایش نمود. اختلاف دمای طرفین شیشه بمراتب کمتر ازاختلاف دمای داخل و خارج اطاق است . شدت

جریان گرمائی ازسه طریقه: (۱) کنوکسیون درون اطاق، (۲) هدایت شیشه و (۳) کنوکسیون هوای بخارج باهم برابرند .

جدول ۱۷ـ۳
ضریب کنوکسیون آزاد درهوا بافشارجو

نام دستگاه	ضریب کنوکسیون برحسب $\frac{cal}{sec\,cm^{2}\,^{\circ}C}$
صفحه افقی روبالا	$0/595\times10^{-4}(\Delta t)^{\frac{1}{4}}$
» » روبپائین	$0/314\times10^{-4}(\Delta t)^{\frac{1}{4}}$
صفحه قائم	$0/424\times10^{-4}(\Delta t)^{\frac{1}{4}}$
لوله قائم یا افقی بقطر D	$1/00\times10^{-4}\left(\frac{\Delta t}{D}\right)^{\frac{1}{4}}$

با اولین تقریب فرض کنیم دمای شیشه پنجره ثابت و برابر $5^{\circ}C$ است . دراینصورت اختلاف دمای هوای درون اطاق و شیشه برابر اختلاف دمای شیشه و هوای خارج است و هردو برابر $20^{\circ}C$ است . درهردو طرف شیشه ضریب کنوکسیون ، مساوی و برابراست با:

$$h=0/424\times10^{-4}(20)^{\frac{1}{4}}\frac{cal}{sec\,cm^{2}\,^{\circ}C}=1/895\times10^{-4}\frac{cal}{sec\,cm^{2}\,^{\circ}C}$$

وبنابرفرمول ۱۷ـ۶ گرمائی که ازهرواحدسطح (درهرواحد زمان) عبورمیکندبرابراست با:

$$\frac{H}{A}=0/895\times10^{-4}\times20=17/9\times10^{-3}\frac{cal}{sec\,cm^{2}}$$

امادمای شیشه یکسان نیست واختلاف دمای طرفین آن باید باندازه‌ای باشدکه درحدود $17/9\times10^{-3}\frac{cal}{cm^{2}\,sec}$ را از طریق هدایت منتقل کند . با استفاده ازفرمول ۱۷ـ۲ (فرمول انتقال گرما ازطریق هدایت) خواهیم داشت :

$$\Delta t = \frac{L}{k} \times \frac{H}{A} \times \frac{۰/۲}{۲/۵ \times ۱۰^{-۳}} \times ۱۷/۹ \times ۱۰^{-۴} C^\circ = ۰/۱۴ C^\circ$$

یعنی با تقریب کافی میتوان گفت که دمای سطح داخلی $۵/۰۷^\circ C$ و دمای سطح خارجی آن $۴/۹۳^\circ C$ میباشد .

۱۷ـ۵ ، تابش

هر گاه یکطرف میله‌ای را درون شعله‌ای قرار دهیم طرف دیگر آن که دردست ما است گرم میشود و گرما ازطریق هدایت بدست ما میرسد . هر گاه دست خود را بالای شعله قرار دهیم گرما از طریق کنوکسیون آزاد و روبیالا بدست ما میرسد . حال اگر دست خود را در یکطرف و درنزدیکی جسم گرم قرار دهیم بازهم گرمائی ازجسم بدست ما میرسد که بمراتب بیش از گرمائی است که ازطریق هدایت منتقل شده باشد زیرا ضریب هدایت گرما درهوا بسیار کم است . دست ما نیز در مسیر کنوکسیون قرار ندارد . گوئیم گرما ازطریق **تابش** بدست ما رسیده است .

تابش بمعنی خروج دائم انرژی از سطح خارجی هرجسم است . انرژی منتقله را انرژی تابشی مینامند که حامل آن امواج الکترومانیتیك است . امواج رادیوئی ، مادون قرمز ، اشعه نورانی مرئی اشعه x و اشعه γ همگی امواج الکترومانیتیك هستند واختلاف آنها فقط درطول موج آنهاست. همه این امواج ، حامل انرژی هستند وسرعت انتشار همگی آنها درخلا برابر با $۳ \times ۱۰^۸ m/sec$. هر گاه این امواج برجسمی بتابند که برای آنها شفاف نباشد قسمتی ازآنها منعکس وبقیه جذب جسم میشود .

مادراین مختصر فقط درباره انرژی تابشی اجسام جامد ومایعات بحث میکنیم .قوانین تابش در گازها باجامدات ومایعات تفاوت اساسی دارند زیرا فاصله ملکولهای گاز باندازه‌ای زیاد است که نمیتوانند اثر متقابل بریکدیگر داشته باشند. امواجی که ازهر اتم گازی نظیر نئون یا بخار سدیم خارج میشود پس ازچند ارتعاش مستهلك شده ازبین میروند. فرکانس این امواج ، تابع جنس گاز است. امواجی که ازیك جسم جامد یامایع خارج میشود برعکس امواج خارج شده از گازها تمام طول موج های ممکن راشامل هستند . کوتاهترین طول موج یا بزرگترین فرکانس ، تابع دمای جسم است و به جنس جسم بستگی ندارد .

۱۷ـ۶ ، رادیاتور کامل یا جسم سیاه

واضح است که نمیتوان درون یك جسم جامد یا مایعی عمل اندازه گیری انجام داد . هر گاه دماسنجی رادرون مایعی فروببریم تادمای آنرا اندازه بگیریم دماسنج خارج ازمایع است

یعنی با وجود اینکه درآن غرق است بهرحال با مایع دریك فضا واقع نیستند . ما معتقدیم که امواج الکترومانیتیك در داخل هرجسم ، بشرط آنکه دما تغییر نکندکاملا یکسان است وهرگاه دما ثابت باشد ، دامنه نوسان هرموج با هرفرکانس برای تمام مواد یکی‌است .

انرژی‌تابشی که‌بوسیله جسم‌جامدیامایعی منتشرمیشود، دردمای‌ثابت، برای‌تمام اجسام یکسان نیست و حتی‌اگرموج منتشره در داخل‌چندجسم یکسان‌باشدبازهم انرژی‌آنهایکسان نیست. اختلاف دراندازه انرژی بعلت‌وجوداختلاف‌درطبیعت‌سطوحی‌است که‌موج‌با آنهامیتابد .

لازم است با دقت در مورد رویدادهائی که درسطح اتفاق می‌افتـد بحث بعمل‌آید .

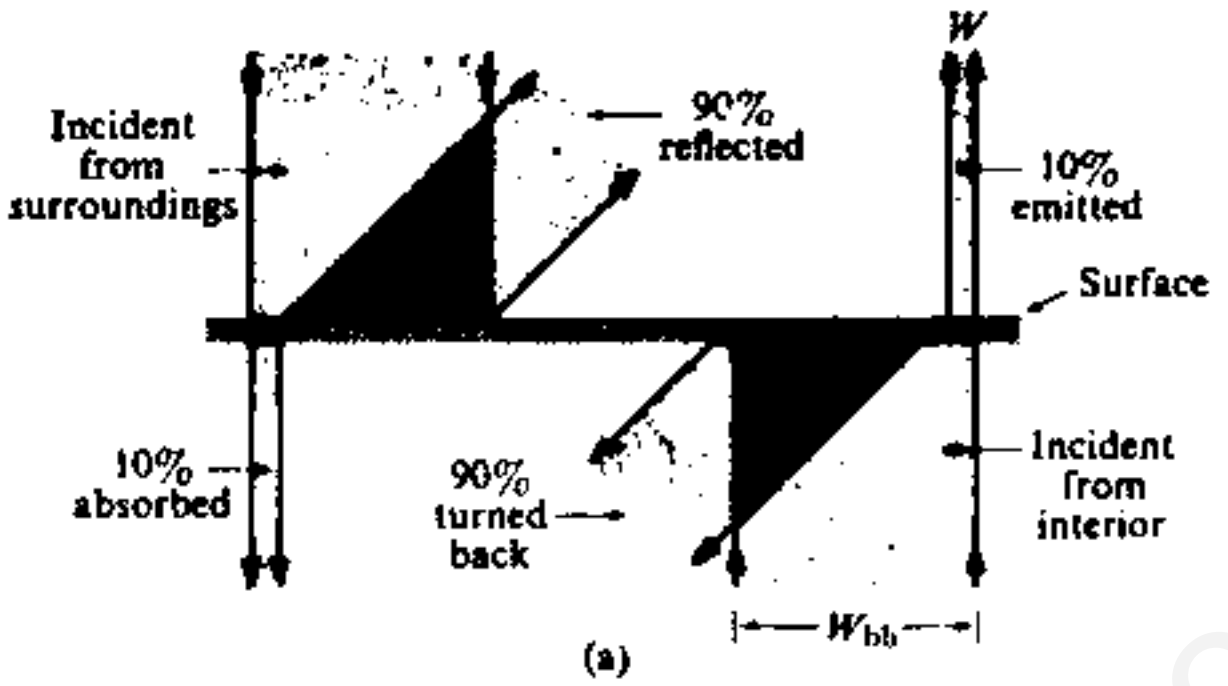
انرژی تابشی هم ازخارج وهم از داخل جسم برسطح میتابد . امواجی‌که از خارج برسطح وارد میشود از اجسام خارجی نظیردیوار واجسام موجود در محیط وغیره بر آن میتابدوقتی شعاعی (از داخل یا خـارج) بـرسطح میتابد قسمتی منعکس شده بقیه عبورمیکند . فرض کنیم اشعه فقط از خارج و از اجسام خارجی برسطح می‌تـابد . هرگاه سطح‌کاملا صیقلی و براق باشد (آینه) قسمت اعظم امواجی‌که برسطح تـابیده است منعکس میشود . آنچه از امواج ازسطح عبورمیکند جذب ملکولهای جسم میشود در اینجا اجسام‌کدر یعنی آنهائیکه انرژی نورانی ازخود عبور نمی دهند مورد نظرماست هرگاه r کسری ازانرژی‌اولیه راکه منعکس میشود نشان دهد(the reflectance) و a کسرجذب شده رانشان دهد.
(the absorptance) باشد ، چون انرژی کل یا جذب میشود و یا منعکس میگردد خواهیم داشت :

$$r+a=1$$

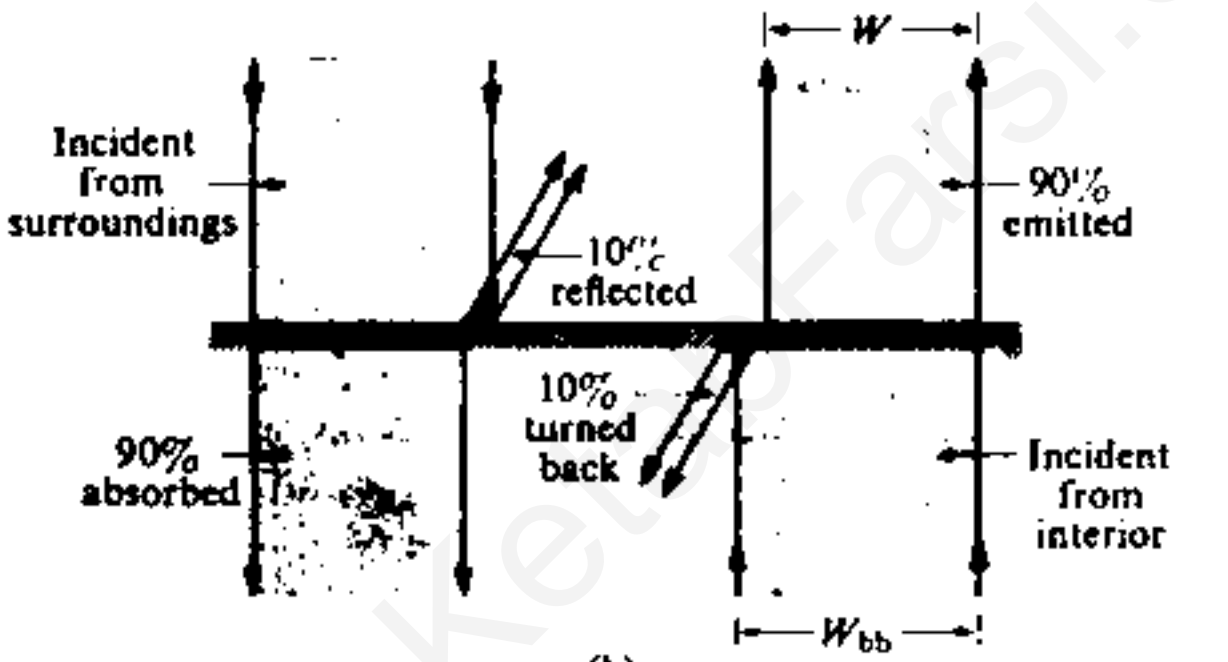
یعنی اگر $r=\%90$ باشد $a=\%10$ است . ۹۰٪ انرژی اولیه منعکس‌شده ۱۰٪ آن جذب میشود .

هرگاه سطحی‌کسر r از انرژی خارجی وارد برآنرا منعکس‌کند بهمین اندازه از انرژی تابشی داخلی را نیزمنعکس میکند.پس‌آنچه جذب میشود $a=r-1$ است .انرژی که از جسم بخارج منتقل میشود درفضاآنقدر پیش میرود تا بجسم دیگری برخوردکند و در اینحال‌گوئیم ، انرژی ازسطح بخارج منتشرشده است . مثلا هرگاه ضریب انعکاس ۹۰٪ باشد ۱۰٪ انرژی ازسطح بخارج منتشرشده است .

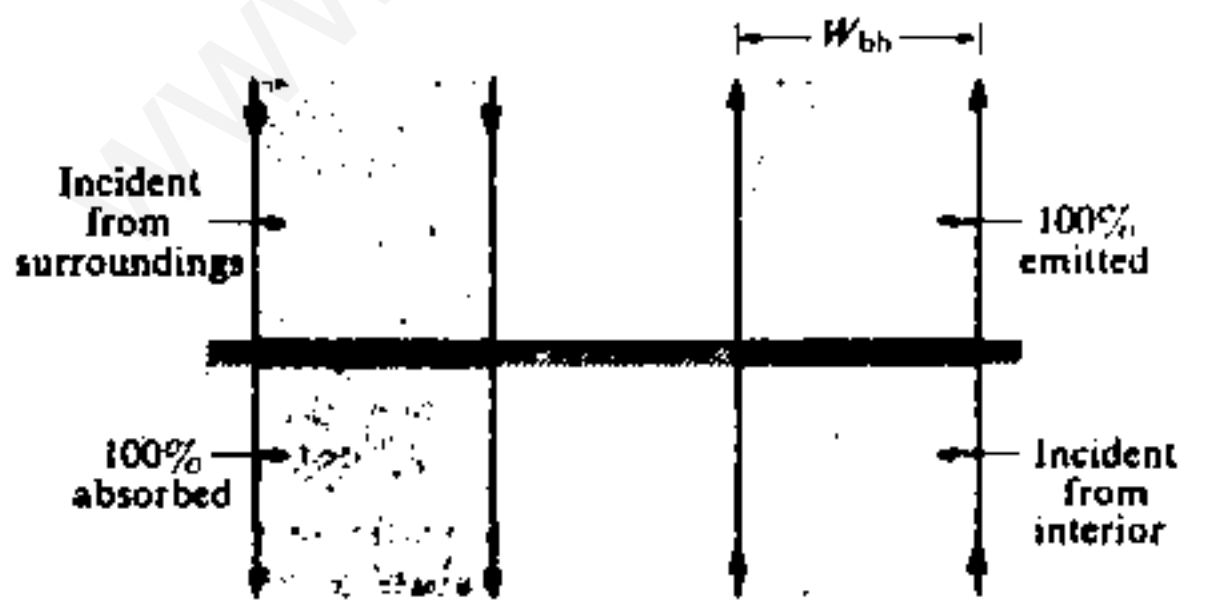
درشکل ۱۷–۵ (a) سطح‌فوق‌الذکر بطورشماتیك نشاندادە شده‌است . عرض هرنوار، نشان دهنده اندازه انرژی تابشی‌که بسطح وارد، ازآن منعکس ویاازآن‌عبورمیکند میباشد.
درشکل ۱۷–۵ (b) همین‌مقادیررا برای جسمی نشان میدهدکه ۹۰٪ انرژی اولیه‌را جذب و ۱۰٪ آنرا منعکس میکند . امـا از انرژی‌که از داخل میتابد ۱۰٪ آن برگشته ۹۰٪



(a)



(b)



(c)

شکل۷،۱۰ــ۵ سطح خارجی در a منعکس کننده خوب وجذب کننده ضعیفی است و درنتیجه نشردهنده ضعیفی نیزهست سطح در b منعکس کننده ضعیفی است وجذب کننده قوی و درنتیجه نشردهنده قوی . سطح نشانداده شده در c جسم سیاه ایده‌آل است وهمه انرژی را ازهرطرف برآن بتابد بطرف دیگر منتقل میکنند.

منتشرمیشود. انرژی‌اولیه وارده ازداخل،درقسمت (a) و (b) مساوی‌است زیرا دمای دوجسم یکسان است . بنابراین انرژی منتشره ازجسم درقسمت (b) نه برابر این انرژی درقسمت (a) است . میتوان گفت یك جذب‌کننده خوب درعین حال یك نشردهنده خوب نیزهست . برعکس ، سطح ناشرضعیف درعین حال جاذب ضعیفی‌نیزخواهد بود .

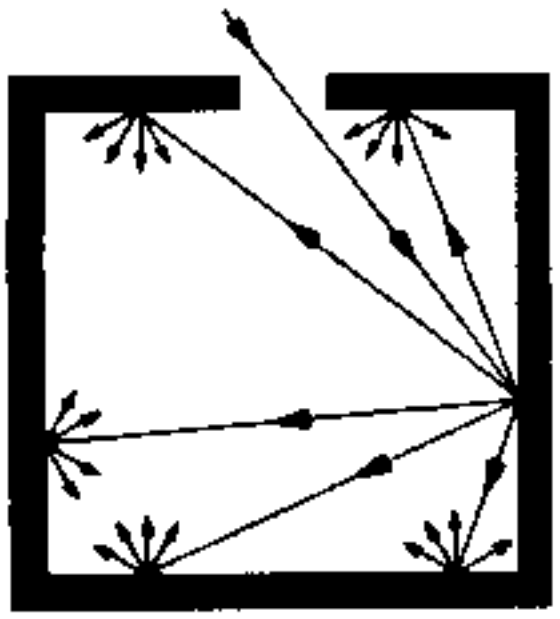
این درست بدین مفهوم است که بگوئیم هرجـاذب خوب ناشرخوب است و بالعکس ، علت اینکه سطح درونی و بیرونی ترموس‌ها و فلاسك‌هـا را آینه میکنند ازهمین جا سرچشمه می‌گیرد . معمولا این ظرف‌ها دارای دیواره دو جداره‌ای هستندکه بین دوجدارآنها تخلیه کامل صورت گرفته است . بدین ترتیب گرما ازطریق کنوکسیون وهدایت عملا منتقل‌نمیشود. آینه‌کردن سطوح بـاعث میشودکه انتقال گرما از طریق تابش نیزبمقدارقـابل ملاحظه‌ای کاهش یابد زیرا سطح نقره ناشرونیزجاذب ضعیفی است .

درصد جذب انرژی توسط یك سطح ، تابع طول موج یـا فرکانس اشعه‌ای‌که برآن میتابد نیزمیباشد . لـذا ممکن است سطحی برای نورمرئی ، جاذب ضعیف ومنعکس‌کننده قوی باشد درحالیکه برای طول موج‌های بیشتر، جاذب قوی ومنعکس‌کننده ضیعفی باشدما ازنظرساده‌ترکردن و قابل فهم‌کردن موضوع ، فرض کردیم که r برای تمام موجها یکی باشد .

چون بهترین جاذب ، بهترین ناشر نیزهست ، بنابراین سطحی که انرژی نورانی را خوب جذب‌کند نشرانرژی را هم بخوبی انجام میدهد . هیچ سطحی‌نمیتواند بیشتر از همه انرژی تابیده شده راجذب‌کند بنابراین جسمی‌که بتواند همه انرژی تابیده شده برآن را جذب‌کند نـاشر یـا تـابش‌کننده ایده‌آل است زیرا تمام انرژی‌که از داخل برسطح‌آن میتابد از آن بخارج منتشرمیشود . چنین جسمی اشعه نوری راکه برآن تـابیده شده است برنمی‌گرداند. بنابراین سیاه رنگ بنظرمیاید. از این جهت این جسم را **سیاه ایده آلی** یا **رادیاتور ایده‌آلی** نامیده میشود . (انتخاب سیاه‌کلمه، متأسفانه مناسب نیست زیرادرست است‌که در دمای عادی اجسامی‌که خوب جذب می‌کنند سیاه بنظرمیاید ولی هرگاه همین اجسام سیاه راگرم‌کنیم ابتدا نوردقرمز وبالاخره نور-فید ازآن‌بخارج‌تابیده‌میشود. بنابراین سیاه بودن ، این نوع اجسام را بطورکامل توصیف نمی‌کنند .)

درشکل ۱۷-۵ یك جسم سیاه مطلق نشان داده شده است . همه اشعه‌که از یکطرف برآن میتابدکاملا بطرف دیگرمنتقل میشود هیچ جسم مادی همه انرژی تابیده شده برآن‌را جذب نمی‌کند. دوده چراغ درحدود ۱٪ نوری راکه بآن‌تابیده استمنکس می‌کند. بنابراین

جسم سیاه مطلق را مطابق شکل ۱۷ـ۶ میسازند: قسمت اعظم شعاع نوری که از دهانه وارد محفظه میشود ، چون سطح داخلی محفظه سیاه است ، جذب شده فقط قسمت بسیار کمی از آن منعکس می‌شود . پس ازچند بارانعکاس . کسری ازانرژی که منعکس میشود باندازه‌ای کوچك وناچیز است که میتواند قابل اغماض باشد . بنابراین دهانه مذکور میتواند جسم سیاه فرض شود .



شکل ۱۷ـ۶ سوراخی که جلو محفظه ی قرار دارد جاذب بسیارخوب وتقریباکاملی برای اشعه بشمارمیاید .

دیواره داخلی محفظه هم اشعه را جذب کرده هم از خود اشعه‌ای منتشرمیکند وقسمتی از این انرژی ، از دهانه خارج میشود . هر گاه دیواره داخلی، سیاه مطلق نباشد انرژی‌تابشی آن کمتر ازتابش جسم سیاه مطلق است که درهمین دما باشد ، اما هرچه تابش آن ضعیف‌تر باشد در عوض انعکاس آن قویتر است و قدرت انعکاس بیشتر ، جبران کمی قدرت تابش را می‌کند .

بنابراین **انرژی تابشی‌که از دهانه خارج میشود معادل با انرژی تابشی جسم سیاه مطلقی بابعاد دهانه‌که دمای آن برابر دمای محفظه است میباشد** . لذا میتوان در آزمایشگاه از این دهانه بعنوان جسم سیاه مطلق استفاده نمود . اهمیت جسم سیاه در این است که خواص تابشی آن فقط تابع دماست و بجنس جسم بستگی ندارد .

انرژی تابشی هر واحد سطح ازیك جسم را دریك واحد زمان **توان تابشی مخصوص** **radiant emittance** آن جسم مینامند و آنرا با **W** نشان میدهند . توان تابشی مخصوص جسم سیاه را با W_{bb} نمایش میدهیم . واحد توان تابشی مخصوص عبارت است از:

$$\text{Joule}/sec\,m^2 \quad \text{یا} \quad \frac{\text{Watt}}{sec\,m^2}$$

در شکل ۱۷ـ۵ (c) عرض نوارهای خروجی برابر یا متناسب با W_{bb} است . اما این‌سطح ، جسم سیاه مطلق است . بنابراین انرژی وارده ازداخل برآن ، در دمای معین برای تمام اجسام مساوی است . بنابراین عرض نوار در قسمتهای (a) و (b) شکل ۱۷ـ۵ نیزمساوی یا متناسب با W_{bb} است .

هر گاه سطحی فقط کسر **a** از انرژی تابیده شده از خارج برآن را جذب کند ، در حین تابش نیز کسر **a** از انرژی تابیده شده از داخل را بخارج منتشر کرده بقیه رابداخل منعکس میکند . بنابراین توان تابشی مخصوص هرسطح در دمای معین ، ازرابطه :

$$W = aW_{bb} \qquad (۷-۱۷)$$

بحث میاید که درآن W_{bb} توان تابشی مخصوص جسم سیاهی است که در همین دما باشد . aضریبی است که اندازه‌آن بین صفر (برای منعکس کننده‌کامل) و یك (برای جاذب‌کامل) تغییرمیکند . a معیاری برای سنجش توان تابشی جسم برحسب توان تابشی جسم سیاه‌است. و بهمین جهت‌آنرا ضریب تابشی نسبی یا relative emittance سطح مینامند و با e نمایش میدهند :

$$e = a \qquad W = eW_{bb} \quad و \quad e = \frac{W}{W'_{bb}} \qquad (۸-۱۷)$$

چون فرمول ۷-۱۷ برای همه اجسام صادق است ، نتیجه میشود که $\frac{W}{a}$ نسبت‌توان تابشی مخصوص هرجسم به ضریب جذب آن برای کلیه سطوح ازهرجنس دلخواه ، ثـابت بوده فقط تابع دماست . و اندازه‌آن برابر است باتوان تابشی مخصوص جسم سیاه همدمای‌آن. این قانون بنام **قانون‌کیرشهف** kirshhoff's law مشهوراست .

۷-۱۷ ، قانون پلانك

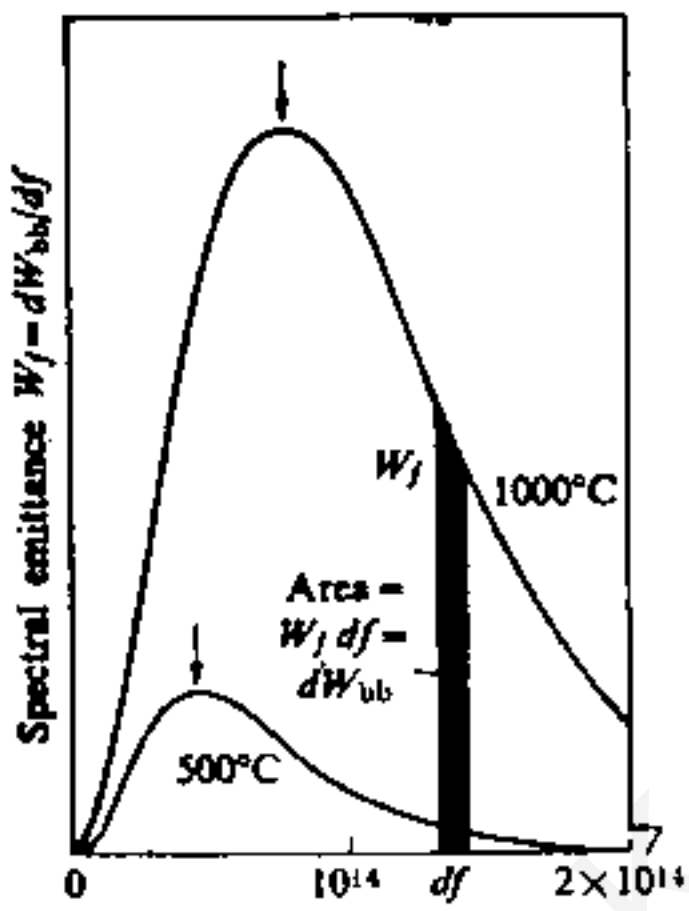
هرگاه انرژی تابشی راکه از جسم سیاهی خـارج میشود به طیف خود تجزیه‌کنیم ، درجه‌ای راکه ترموکوپل یـا دماسنج حساسی‌که در هریك از خطوط طیف قرارگرفته‌اند نشان میدهد نمایش توان تـابشی جسم سیاه در آن حدود طول موج (یـا فرکانس) است‌که اسباب درآن حدود ازطیف قرارگرفته است . وقتی دماسنج رادرخطوط مختلف طیف‌جابجا کنیم ، اعداد مختلفی را که نشان میدهد ، بـازاء طول موج یا فرکانس معین ، ماکزیموم خواهد بود . (و این فرکانس ، تابع دمای جسم است) و دراطراف این ماکزیموم ، انرژی روی فرکانس‌های دیگرنیزتوزیع شده است .

ماکس پلانك درسال ۱۹۰۰ فرمول تجربی مناسبی پیداکردکه نحوه توزیع انرژی را برطیف‌های خارج شده ازجسم سیاه نشان میدهد پس ازکوششهای بی ثمری‌که در اثبات نظری این فرمول براساس نظریه‌کلاسیك ، توسط پلانك بعمل‌آمد نتیجه‌گرفت‌که نمیتوان قوانین انرژی را در مکانیك در مـورد اجسامی‌که ابعاد آنها درحدود اتم است بکاربرد . وی سپس فرض‌کردکه هرجسم ازتعداد بیشماری ذرات نوسان‌کننده که هریك دارای فـرکانس مخصوص بخود هستند تشکیل شده و مجموعاً کلیه فـرکانس‌های واقع بین صفر وبینهایت را ایجاد میکنند. این نوسان‌کننده‌ها سرچشمه انرژی تابشی جسم میباشند . E انرژی هریك

ازاین نوسان کننده‌ها نمیتواند مقادیر دلخواهی را داشته باشند بلکه هریك ازمقادیر E مضربی از f فرکانس نوسان‌کننده نظیرخود میباشد. یعنی :

$$E = nhf \qquad n = ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } \ldots$$

ضریب‌تناسب h را ضریب ثابت‌پلانك‌مینامند. دردستگاه mks اندازه‌آن برابراست با $۶/۶۲ \times ۱۰^{-۳۴}$ Joule-sec میباشد . این مدل تابش به‌فرمولی ختم میشودکه با نتایج تجربی توزیع‌انرژی درتابش جسم سیاه موافق است .



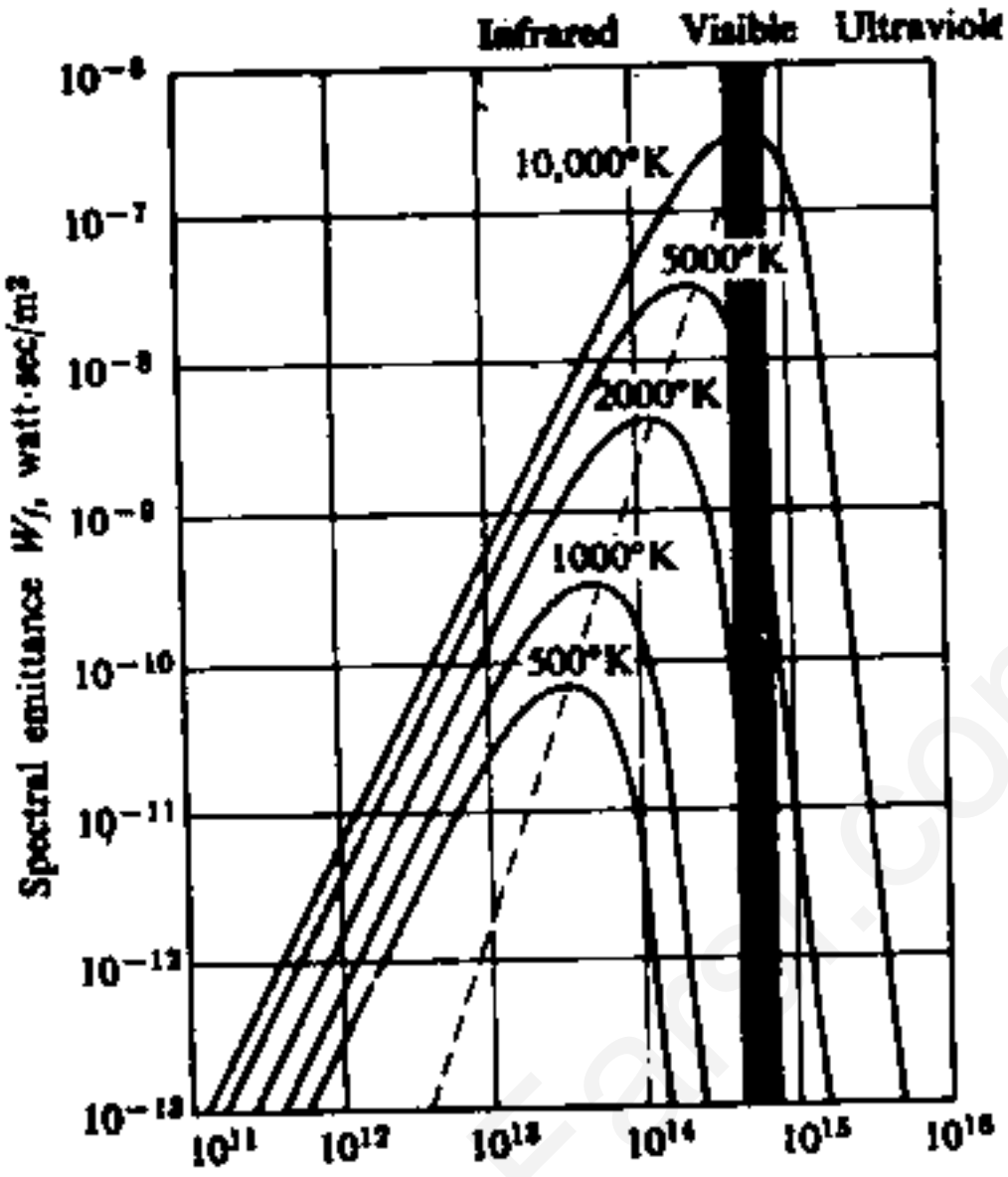
شکل ۱۲–۷ توان تابشی جسم سیاه‌بصورت تابعی ازدما درفاصله ۵۰۰°C و ۱۰۰۰°C نشانداده شده است .

فرضیه پلانك‌که اولین گام در راه فیزیك کوانتائی است ، شجاعانه‌ترین و ذهنی و تصوری ترین‌گام درتاریخ فیزیك است . نظریه پلانك مثل این است که‌بگوید سیم‌ویولن نمیتواندارتعاش کند مگرآنکه انرژی ارتعاشی‌آن ۱ یا دو یا سه واحد انرژی باشد . پلانك واحد انرژی خودرا با hf (برای نوسان‌کننده‌ای با فرکانس f) نشان دادوآنرا کوانتوم‌انرژی‌نامید. گرچه‌درنظرپلانك تصحیحات مختصری بعمل‌آمده است ولی‌نظریات او بمنزله سنگ بنای فیزیك جدید است .انرژی یك جسم‌درمقیاس اتمی فقط میتواند دارای‌مقادیر معین انفصالی باشد . تغییرات انـرژی یك جسم فقط میتواندصورت حنبشی یا پلکانی داشته باشد نه اتصالی .

بدست‌آوردن فرمول پلانك براساس فرضیه او و با محاسبه انرژی نوسان‌کننده‌های اولیه ، راهی بسیار پیچیده و پـر زحمت دارد و ما دراینجا فقط فرمول مذکور را (که از طریق تجربی نیزمیتوان‌آنرا بدست‌آورد) بدون اثبات ، مورد استفاده قراردهیم .

فرض‌کنید فرکانس بین f و f+df محدود و نیزفرض‌کنیدکه اندازه توان تابشی جسم سیاه دراین فاصله dW_{bb} باشد . نسبت توان تابشی به تغییرات فرکانس (تغییرتوان تابشی بازاء تغییرات فرکانس بمقدار یك واحد) dW_{bb}/df را توان تابشی طیفی نامیده آنرا با W_f نشان میدهیم :

$$W_f = \frac{dW_{bb}}{df} \qquad (۹-۱۷)$$



شکل ۱۷–۸ توان تابشی مخصوص جسم سیاه بصورت تابعی ازفرکانس . در دماهای مختلف ، قسمت هاشور خورده حدود طیف نورمرئی را مشخص میکند .

واحد توان تابشی طیفی یا **spectral emittance** در دستگاه **mks** برابر $\text{۱ Watt}_{sec}/\text{m}^2 = \text{۱ Watt/m}^2(\text{cycle/sec})$ است فرمول پلانك برای طیفی بصورت‌زیر نوشته میشود :

$$W_f = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{f^3}{e^{hf/kT} - 1} \qquad (۱۰-۱۷)$$

که درآن **h** ضریب ثابت پلانك ، **c** سرعت سیرنور ، **T** دمای مطلق جسم سیاه و **k** ضریب ثابتی است که به مقدار ثابت بولتزمن **Boltzmann constant** یـا ضریب ثابت ملکولی گاز مشهوراست واندازه‌آن برابر $۱/۳۸ \times ۱۰^{-۲۳}$ ژول بردرجه کلوین است . **e** پایه لگاریتم طبیعی است .

منحنی‌های تغییرات W_f برحسب فرکانس‌برای دمای ۵۰۰°C و ۱۰۰۰°C درشکل ۱۷–۷ نشانداده شده است . درشکل ۱۷–۸ همین‌منحنی‌ها برای دمای بیشتر وفرکانس‌های بیشتردسم شده‌اند . مقیاس رسم ، لگاریتمی است .

۱۷–۸ ، قانون جابجائی وین ، قانون ستفان

پیش ازآنکه قانون پلانك کشف شود ، دوقانون مهم درباره تابش جسم سیاه ازطریق

تجربه بدست‌آمد . اما اینك معلوم شده است که این دوقانون ، نتیجه الزامی قانون پلانك بوده ومیتوان آنها را ازقانون پلانك نتیجه گرفت .

ازشکل ۱۷ـ۷ پیداست که f_m فرکانسی که توان تابشی طیفی آن بیش‌از همه است (با یك سهم‌مشخص‌شده ودرماکزیموم منحنی‌قرار دارد .) با افزایش‌دما از ۵۰۰°C به ۱۰۰۰°C بطرف فرکانس بیشتر (طول موج کمتر) متوجه میشود . در شکل ۱۷ـ۸ نیز همین‌اثر دیده میشود میتوان فرکانس f_m را با مشتق گرفتن از W_f برحسب f و مساوی صفر قرار دادن این مشتق ، بدست آورد . پس ازآنکه مقادیر عددی را در فرمول قرار دهیم نتیجه میشود :

$$f_m = ۵/۸۹ \times ۱۰^{۱۰} T \qquad (۱۱\text{-}۱۷)$$

در این فرمول f برحسب سیکل بر ثانیه و T دمای‌کلوین‌جسم است. یعنی **فرکانس f_m تابع خطی دماست.** این‌قانون‌را قانون‌جابجائی‌وین **Wien's displacemenlaw** مینامند وپیش ازکشف قانون پلانك ، توسط وین بطریق تجربی پیدا شد .

این انتقال شدت نسبی ازطیفی بطیف دیگر باعث تغییر رنگ اجسام تابش کننده‌ای که نور مرئی ازآنها خارج میشود میگردد . در دمای ۲۰۰۰°K (به شکل ۱۷ـ۸ رجوع کنید) هرجسم ، نور مرئی را باشدت قابل‌ملاحظه‌ای منتشر میکند اما شدت نور قرمز(که فرکانس‌آن کمتراز سایر رنگها است) که در یکطرف طیف مرئی قرار دارد بیش‌از شدت سایر رنگهاست . بهمین جهت ، دراین دمارنگ جسم «سرخ تافته»یا **"red hot"** است. دردمای ۳۰۰۰°K که دمای تقریبی لامپهای روشنائی است ، شدت رنگهای آبی زیادتر میشود درحالیکه شدت نور قرمز همان مقدار اولیه است . یعنی مقدار نسبی‌نورآبی‌افزایش یافته است . دردمای ۶۵۰۰°K یعنی دمای سطح خارجی خورشید توزیع‌شدت برتمام طیفها تقریباً متشابه است ورنگ‌جسم «سفید تافته»یا«white hot» میباشد. دردمای ۱۰۰۰۰°K شدت نورآبی بیش ازنور قرمزشده ورنگ جسم «آبی‌تافته» یا «blue hot» است . نور بعضی‌ازستارگان چنین است .

قانون ستفان نیز که اولین بار از طریق تجربی‌کشف شده درباره شدت تابش کل جسم سیاه بحث میکند وهمه طول موجها را شامل است . ابتدا نوار باریکی را نظیرآنچه درشکل۱۷ـ۷ هاشور خورده است در نظر گیرید . ارتفاع نوار W_f و عرض آن df و سطح آن $W_f df$ است . اما بنابرتعریف W_f (ازفرمول۱۷ـ۹) حاصلضرب $W_f df$ برابر توان تابشی dW_{bb} جسم سیاه درفاصله f و f+df است . بنابراین توان تابشی کل‌جسم سیاه W_{bb} برابرسطح زیرمنحنی W_f برحسب f درفاصله f = ۰ تا f = ∞ است و میتوان

آنرا با انتگراسیون تابع $W_f.df$ درحدود مذکور بدست آورد . محاسبه انتگرال مفصل وازبحث درآن صرفنظر میکنیم و فقط نتیجه آنرا نقل مینمائیم .

$$W_{bb} = \sigma T^4$$

که درآن σ مقدار ثابتی است واندازه آن در دستگاه **mks** برابراست بـــــــــا :

$۵/۶۷۲ \times ۱۰^{-۸} \frac{watt}{m^۲(^\circ K)^۴}$. این‌حقیقت‌راکه توان تابشی متناسب با قوه چهارم دمای مطلق،افزایش می‌یابد **قانون ستفان** نامیده میشود .

هرگاه سطح جسم ، سیاه مطلق نباشد ولی ضریب جذب‌آن **a** وضریب تـابش نسبی آن‌که‌برای‌تمام‌فرکانس‌ها یکسان است $e = a$ باشد تـوان نشری‌آن همانطورکه قبلا دیدیم برابر eW_{bb} است بنابراین قانون ستفان‌را میتوان بصورت‌کلی زیرنوشت :

$$W = e\sigma T^4 \qquad (۱۲-۱۷)$$

مقدار σ قبلا بیان شد وبرای تمام اجسام یکی‌است و **e** برای جسم‌سیاه مطلق برابر یك و برای اجسام دیگر کمتراز واحد است .

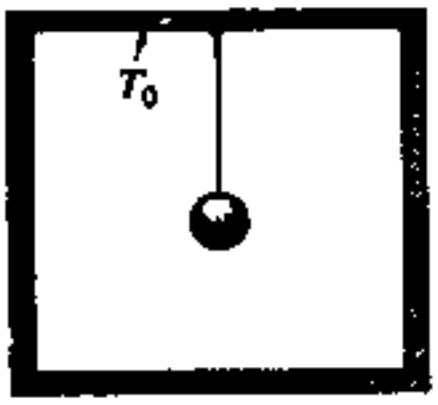
چون توان تابشی هرجسم ، متناسب با قوه چهارم دما تغییر میکند مشکل است‌که در دمای زیاد ، جسمی را ازنظر گرمائی‌عایق پوش‌کنند . حتی‌اگراز انتقال‌گرما ازطریق هدایت وکنوکسیون تا حد ممکن جلوگیری شود انتقال‌گرما از طریق تابش زیاد میشود. فقط باید سطح خارجی جسم را هرچه ممکن است صیقلی نمود تا توان نشری آن‌کم و قدرت انعکاس‌آن زیادشود .

بـاید خاطرنشان ساخت‌که امواج مادون قرمزرا اشعه‌گرمائی نیز مینامند واین‌بیان میرساندکه انرژی فقط توسط این اشعه منتشرمیشوند در حالیکه چنین نیـست . همه امواج الکترومانیتیك حامل انرژی هستند و اجسام مختلف میتوانند انرژی آنها را جذب‌کنند. وقتی یك ژول انرژی نورانی درمنطقه مرئی طیف بگرماتبدیل شود ، بایك ژول انرژی‌نور مادون قرمز ، درست بیك اندازه‌گرما ایجاد میکند .

بامراجعه بشکل‌های۱۷-۷ و ۱۷-۸ میتوان علت این‌وجه تسمیه را دریافت . ابتدا شکل ۱۷-۷ را درنظرگیرید . فرکانس نورمرئی درحدود ۵×۱۰^{۱۴} سیکل برثانیه است. که درسمت راست ماکزیمم قرار دارد، یعنی فرکانسهائی‌که دراین‌دمـا تولید میشوند همگی درمنطقه مادون قرمز قرار دارند . حتی‌در دمای $۱۰۰۰^\circ C$ که ازجسم‌نورمرئی‌خارج‌میشود قسمت اعظم انرژی‌که ازجسم میتابد برروی امواج مادون قرمز تابیده میشود . منحنی در

منطقه نور مرئی وماوراء بنفش ، بمحور افقی بسیار نزدیك است .

در دمای بالاتر از $10000^{\circ}K$ همانطورکه شکل۱۷ـ۸ نشان‌میدهد ، ماکزیمم منحنی W برحسب f ، در منطقه‌ماوراء بنفش قرار دارد وقسمت‌اعظم‌انرژی برروی امواج ماوراء بنفش منتشر میشود . هرگاه دمای‌عادی‌اجسام (بجای ۲۰ـ۳۰درجه سلزیوس) درحدود ده‌هزار درجه سلزیوس میبود ؛ حتماً مردم به امواج ماوراء بنفش « اشعه‌گرمائی» می‌گفتند ، نه ، امو ج مادون قرمز .



شکل۱۷ـ۹ ، جسمی‌که درون ظرف تخلیه شده‌ای که دمای آن T_0 است قرار دارد .

۱۷ـ۹ ، انتقال‌گرما ازطریق تابش

توان تابشی مخصوص جسم یعنی مقدارانرژی تابشی‌که درهرواحد زمان از هرواحد سطح جسم منتشرمیشود . بنابرفرمول ۱۷ـ۱۲ برابر است با :

$$W = e \sigma T^4$$

بطورکلی هرجسم ، ضمن تابش ، انرژی‌تابشی‌نیزازخارج دریافت میکند. درحقیقت باید گفت **انرژی تابشی مطلق جسم عبارت است از تفاضل انرژی‌جذب شدهٔ وتابیده شده توسط جسم** است. ما فقط درحالت ساده‌ای بحث میکنیم که جسمی درون ظرف تخلیه شده که دمای‌کلیه نقاط دیواره آن T_0 است بحث میکنیم .

شکل۱۷ـ۹ جسم‌کوچکی را نشان میدهدکه درون ظرف بزرگی‌که خالی‌ازهواست آویزان‌است. دمای‌دیواره T_0 است. سطح‌خارجی جسم هرچه‌باشد پس‌ازمدتی، جسم بادیوار بحال **تعادل دمائی** درمیآید . فرض‌کنیم سطح جسم A وضریب جذب جسمa وانرژی‌تابشی که درواحد زمان بواحد سطح جسم‌میرسد H وتوان تابشی‌جسمW باشد .کسرa از انرژی تابشی اولیه جذب میشود . بنابراین مقدار انرژی که در هر واحد زمان ، توسط جسم جذب‌میشود AaH است . پس ازآنکه جسم‌بدمای تعادل رسید ، مقدار انرژی تابشی‌که در واحد زمان ازآن خارج میشود برابر $Ae\sigma T_0^4 = Aa\sigma T_0^4$ است . اما در حالت تعادل دمائی جمع جبری گرمای‌گرفته شده وداده شده برابرصفر است . پس باید انرژی منتشره توسط جسم با انرژی جذب شده توسط آن برابر باشند .

$$AaH = Aa\sigma T_0^4 \quad \text{ویا} \quad H = \sigma T_0^4$$

یعنی انرژی جذب شده درهرواحد سطح جسم‌دریك ثانیه برابرانرژی منتشره توسط یك واحد سطح ازجسم سیاه دریك ثانیه میباشد. اندازه این انرژی فقط تابع دمای دیواره

است و بجنس جسم یا دیواره بستگی ندارد .

حال فرض کنیم دمای T جسم ، با T_0 دمـای دیواره ظرف مختلف باشند. هرگاه جسم کوچك فرض شود تغییردمای آن بمقدار کم ، تأثیری درانرژی تابشی درون ظرف ندارد انرژی تابشی که درهرواحد زمان بواحد سطح از جسم میتابد برابر مقدارسابق یعنی σT_0^4 ومقدار انرژی جذب شده درواحد زمان $Aa\sigma T_0^4 = Ae\sigma T_0^4$ است . اما انـرژی که در واحد زمان ازجسم بخارج میتابد برابر $Ae\sigma T^4$ است . بنابراین قدرمطلق انرژی تابشی جسم (یا گرمای منتقله ازطریق تابش) برابراست با :

$$H = \frac{dQ}{d\tau} = Ae\sigma T^4 - Ae\sigma T_0^4 = Ae\sigma(T^4 - T_0^4) \qquad (۱۳-۱۷)$$

گرمای منتقله از طریق تابش درواحد زمان متناسب باتفاضل توانهای چهارم دماهای جسم ومحیط ونیز متناسب با e ضریب نشرجسم است. اندازه این گرما به جنس سطح دیواره بستگی ندارد .

۱۷-۱۰ ، قانون نیوتون در باره سرد شدن اجسام

هرگاه اختلاف دمای جسم ومحیط ، زیاد نباشد جریـان گرمائی کل که از طریق هدایت ، کنوکسیون و تـابش بخارج منتقل میشود تقریباً متناسب با اختلاف دمای جسم و محیط است . تغییردمای جسم درواحد زمـان نیز متناسب بامقدار گرمائی است که جسم از محیط دریافت کرده یا بآن پس میدهد . بنابراین تغییر دمای جسم نیز تقریباً متناسب بـا اختلاف دمای جسم ومحیط میگردد . این روابط را نیوتون کشف کرد و از این جهت آنرا **قانون نیوتون درباره سردشدن اجسام** مینامند. این یك قانون تجربی است واهمیت قوانین نظری مانند قوانین نیوتون درباره حرکت راندارد . هرگاه t دمای جسم و t_0 دمای محیط باشد خواهیم داشت :

$$\frac{dt}{d\tau} = -k(t - t_0)$$

در این فرمول τ زمان و k ضریبی است ثابت ومقدار آن برای اجسام مختلف متفاوت است . علامت منفی باین دلیل در فرمول آمده است که وقتی $t > t_0$ باشد $\frac{dt}{d\tau}$ منفی است . با انتگراسیون میتوان دما را بصورت تابعی اززمان بدست آورد .

$$\frac{dt}{t-t_s}=-kd\tau \quad \text{و} \quad \ln(t-t_s)=-k\tau+C$$

هر گاه درلحظه $\tau=0$ دمای جسم برابر t_0 باشد خواهیم داشت :

$$C=\ln(t_0-t_s) \quad \text{و} \quad \ln\frac{t-t_s}{t_0-t_s}=-k\tau$$

و یا :

$$t=t_s+(t_0-t_s)e^{-k\tau}$$

یعنی تابع تغییردما برحسب زمان تابع نمائی است و k عکس **relaxation time** میباشد.

مسائل

۱۷ـ۱ فرض کنید دو انتهای میله شکل ۱۷ـ۱ را در دمای $0°C$ نگاهداشته باشند و توزیع دما درطول میله درابتدا از فرمول $t=100\sin\frac{\pi x}{L}$ بدست آید . در این فرمول t برحسب درجه سلزیوس است . میله ار مس وبطول $L=10cm$ و بسطح مقطع $1cm^2$ است . (a) دیاگرام توزیع دمای اولیه را رسم کنید . (b) پس اززمان طولانی ، دیاگرام توزیع دماچه صورتی پیدامی کند ؟ (c) یك منحنی رسم کنید که بنظرخودتان ، توزیع دما را درزمان محدودی پس از زمان اولیه نشان دهد . (d) گرادیان دمائی اولیه را در دوانتهای میله بدست آورید . (e) جریان گرمائی راکه ازدوانتهای میله باجسام خارجی که باآن در تماس هستند عبورمیکند ، بدست آورید . (f) جریان گرمائی اولیه را در وسط میله پیدا کنید. دراین باره بحث کنید. جریان دراین نقطه ، درزمانهای بعدی چه صورتی دارد؟ (g) اندازه $\frac{k}{\rho c}$ برای مس چقدر است و واحد اندازه گیری آن چیست . (این کمیت را قابلیت نفوذ گرمائی یا **diffusivity** مینامند) . (h) نسبت تغییر دمای اولیه بزمان در وسط میله چه اندازه است ؟ (i) چه زمانی لازم است تا میله (باهمین نسبت تغییردما بزمان) بدمای

انتهائی خود برسد . (میتوان این زمان را relaxation time میله نـام نهاد).(j) براساس منحنی قسمت (c) معتقدیدکه دمـای نقطه وسط میله باید زیاد یاکم شود یا تغییر نکند ؟ (k) درنقطه‌ای بفاصله ۲/۵cm از انتهای چپ میله ؛ تغییردمای اولیه نسبت‌بزمان چه اندازه است .

۱۷ـ۲ فرض‌کنیم میله شکل ۱۷ـ۱ ازمس ، بطول ۱۰cm و بسطح مقطع $1cm^2$ باشد . همچین فرض‌کنید $t_1 = 0°C$ و $t_2 = 100°C$ باشد . (a) گرادیان دمائی انتهائی (پس ازحصول ثبات دمائی) را در طول میله بدست‌آورید . (b) در حالت ثبات دمائی شدت جریان‌گرمائی را درمیله بدست‌آورید . (c) پس ازحصول ثبات دمائی ، درنقطه‌ای بفاصله 2cm از انتهای چپ میله ، دما چه اندازه است ؟

۱۷ـ۳ یك انتهای میله‌ای‌که سطح جانبی‌آن عایق پوش است ، درآب جوش وانتهای دیگرآن درمخلوط‌آب یخ است . قسمتی ازمیله ازمسی وبطول 100cm وقسمت دیگرآن بطول L وازآهن است (یکطرف میله مسی دربخارآب وطرف دیگرمیله‌آهنی درآب و یخ قرار دارد .) سطح مقطع هردومیله مساوی وبرابر $5cm^2$ است .پس ازحصول ثبات‌دمائی، دمای نقطه‌اتصال دومیله ، $60°C$ میشود . (a) درهرثانیه چندکالری‌گرما ازآب جوش به مخلوط‌آب و یخ منتقل میشود . ؟ (b) طول L_2 چه‌اندازه است ؟

۱۷ـ۴ دمای اولیه میله‌ای $0°C$ است . یکطرف‌آنرا دردمای $0°C$ نگاهداشته‌طرف دیگرآنرا دربخارآب $100°C$ قرار میدهیم . سطح جانبی میله عایق پوش شده وگرمافقط در امتداد طول‌آن جابجا میشود . سطح مقطع میله $2cm^2$ ، طول‌آن 100cm ، ضریب هدایت‌گرمائی آن 0/8cgs ، توده ویژه‌آن $10gm/cm^3$ و گرمای ویـــژه آن $0/1cal/gm.C°$ است . قطعه‌ای ازاین میله رابطول 1cm درنظر گیرید . (a) هرگاه گرادیان دمائی دریکطرف این میله $200°C/cm$ باشد ، درهرثانیه چند کالری‌گرما از این مقطع عبورمیکند . (b) هرگاه افزایش دمای متوسط این جزء از میله $5°C/sec$ باشد ، گرادیان دمائی را درانتهای دیگرمیله ، بدست‌آورید .

۱۷ـ۵ میله مرکبی تشکیل شده است ازیك میله‌آهنی بقطریکسانتیمتر و یك لوله مسی بقطرخارجی دوسانتیمتر که مانند پوششی برروی میله‌آهنی قراردارد . طول میله مرکب‌دومتر است . محیط جانبی میله مرکب عایق پوش شده ویکطرف‌آن دردمای $100°C$ و طرف‌دیگر آن دردمای $0°C$ است . (a) جریان‌گرمائی‌کل را در میله مرکب بدست‌آورید . (b) هریك از دو میله چه‌کسری ازجریانرا هدایت میکنند .

۱۷ـ۶ دیواره‌کوره‌ای از آجرنسوز بضخامت 6in و بضریب هدایت‌گـــرمائی

$Btu-in/hrF^{\circ}.ft^{2}$ ۳/۶ ساخته شده‌است. دمای داخل وخارج کوره بترتیب $1000^{\circ}F$ و $100^{\circ}F$ است . (a) هرگاه دیوار دیگری پشت دیوار اول از آجری که ضریب هدایت گرمائی آن نصف ضریب هدایت گرمائی آجر نسوزاولی باشد ساخته شود ، ضخامت دیوار دوم چقدر باشد تا اتلاف گرمائی ، نسبت بوضع اول ۵۰٪کاهش یابد . (b) درهرساعت ، از هر فوت مربع دیوارچند Btu گرما بخارج منتقل میشود. (c)دمادرسطحی که دو دیوار رااز هم‌جدا میکند چه‌اندازه‌است؟ فرض کنید دمای داخلی و خارجی درهردوحال مساوی باشند. (d) منحنی تغییرات دما را نسبت بطول ، درامتدادعمودبر دیواره مرکب رسم کنید.

۱۷ـ۷ یکی از طرق تجربی‌اندازه گیری ضریب هدایت گرمائی اجسام عایق این‌است که ، جعبه‌ای از جسم عایق مورد نظرساخته درآن سیم پیچی قرارمیدهند تاتوان الکتریکی را به گرما تبدیل کند . دمای داخل‌جعبه آنقدربالا میرود تا درمقداری(که‌حتماً بالاترازدمای محیط است)معین تثبیت شود . فرض کنید درچنین دستگاهی توان ۱۲۰ وات مصرف می‌شود . دمای سطح داخلی جعبه $120F^{\circ}$ بیشترازدمای سطح خارجی است . سطح کل جعبه $25ft^{2}$ و ضخامت‌آن $1/5in$ است . ضریب هدایت گرمائی آنرا دردستگاه تجارتی $\left(\frac{Btu\cdot in}{hr\cdot F^{\circ}\cdot ft^{2}}\right)$ بدست‌آورید .

۱۷ـ۸ سطح کل ظرفی $5000cm^{2}$ و ضخامت‌آن $2cm$ است . ظرف ازآب‌پراست و درآن چرخ پره‌داری میتواندحرکت کرده‌آب را بهم‌زند . دمای سطح خارجی‌ظرف ،ثابت و برابر $0^{\circ}C$ است . ضریب هدایت گرمائی ظرف $0/000478cgs$ است. از اثر گوشه‌ها و رئوس موجود در ظرف صرفنظر میشود . هرگاه بـا موتوری با دور $1800rpm$ و بتوان ۱۰۰ وات ، چرخ پره دار را بگردانیم دمای‌آب ، پس از حصول ثبات دمائی چه اندازه میشود . فرض کنید چرخ ، با بهمزدن‌آب ، دمای همه نقاط‌آنرا یکسان نگاهدارد .

۱۷ـ۹ سطح زیرین دیگی ازآهن و برابر $1500cm^{2}$ و بضخامت $1/5cm$ است درون دیگ‌آب $100^{\circ}C$ وجود دارد و درهر ۵ دقیقه $750gm$ آب درآن به بخارتبدیل می‌شود . دمای سطح زیرین‌آهن راکه درمجاورت شعله است . پیداکنید .

۱۷ـ۱۰ سطح کل یخچال $2m^{2}$ وضخامت دیواره‌آن $5cm$ وضریب‌هدایت گرمائی دیواره $10^{-4}cal/sec\,cm\,C^{\circ}$ است . دمای سطح خارجی $20^{\circ}C$ است . برای اینکه‌دمای داخلی در $5^{\circ}C$ تثبیت شود و هرکیلوگرم یخ یکریال ارزش داشته بـاشد خرج یکساعت یخچال چقدراست . یخ به‌آب $15^{\circ}C$ تبدیل و خارج میشود .

۱۷ـ۱۱ شعاع داخلی روپوش عایقی که برروی لوله هادی بخار کشیده شده است R_1 و شعاع خارجی‌آن R_2 است . هر گاه دمای سطح داخلی‌این روپوش t_1 ودمای سطح‌خارجی آن t_2 باشد . (a) درجه فاصله‌ای از محورلوله اندازه دما میانگین t_1 و t_2 است ؟ (b) منحنی t را برحسب r رسم کنید .

۱۷ـ۱۲ قطرخارجی لوله هادی بخار ۲ سانتیمتراست وپوشش عایقی بضخامت۲cm سطح جانبی این لوله را پوشانیده است . دمای لوله ۱۰۰°C و دمای سطح خارجی عایق ۲۰°C است . ضریب هدایت گرمائی عـایق $0/0002 cal/sec cm C°$ است . گرادیان دمائی $\frac{dt}{dr}$ را درسطح داخلی و خارجی عایق محاسبه کرده منحنی t را برحسب r رسم کنید.

۱۷ـ۱۳ ترانسفورماتوری درظرفی ازروغن ، بشکل استوانه قراردارد . قطرخارجی ظرف۶۰cm ، ضخامت دیواره ۲cm و ارتفاع‌آن یك‌متراست. گرما فقط ازدیواره جانبی بخارج منتقل میشود . هر گاه درترانسفورماتور ، توان ۱kw بگرما تبدیل شود ، اختلاف دمای هوا باسطح خارجی چه‌اندازه است؟ گرماازطریق کنوکسیون‌آزاد ، ازترانسفورماتور بهوا منتقل‌میشود .

۱۷ـ۱۴ (a) اختلاف ارتفاع دو شاخه درلوله شکل ۱۷ـ۴ چه‌اندازه است ؟مایع درون دو شاخه لـوله U شکل ، آب ۴°C وآب ۷۵°C است . (b) هر گاه ارتفاع‌آب در دو لوله قائم ۱۰m و دمای آندو ۴°C و ۷۵°C باشد ، فشار در پائین‌ترین نقطه هر لوله چه‌اندازه‌است ؟

۱۷ـ۱۵ دیواره صافی بدمای ۱۰۰°C ، فشار هوای دوطرف۱atm و دمای طرفین ۲۰°C است . هرمترمربع ازدیوار (ازدوطرف) چقدر گرما از طریق‌کنوکسیون بخارج منتقل میکند . (a) دیوار بطورافقی و (b) بطورقائم قرارداد .

۱۷ـ۱۶ یك لوله بخارکه قطرخارجی‌آن ۷/۵cm ، ارتفاع‌آن ۴m ودمای سطح خارجی آن ثابت وبرابر ۹۵°C است بطور قائم قرار گرفته است . فشارهوای اطراف لوله ، فشارجو ودمای‌آن ۲۰°C است . درهرساعت چقدر گرما ازطریق کنوکسیون‌آزاد، بهوامنتقل می‌شود .

۱۷ـ۱۷ دمای یك جسم سیاه ۳۰۰۰°K است . نسبت توان نشری طیفی‌آنرا در فرکانس‌های 3×10^{14} سیکل برثانیه (مادون قرمز) و $6 \times 10^{14} cycles/sec$ (طیف مرئی بدست‌آورید .

۱۷ـ۱۸ درچه فرکانسی‌توان نشری جسم سیاه مـاکزیموم است اگردمای‌آن (a)

K° ۵۰۰، (b) ۵۰۰۰ K°، (c) ۵۰۰۰۰۰ K° باشد . طیف توزیعی بین ۴×۱۰^{۱۴} تا $۷/۵\times۱۰^{۱۴}$ سیکل برثانیه است ؟

۱۷ـ۱۹ توان نشری یك جسم سیاه را (a) در دمای $۳۰۰^\circ K$ و (b) دردمای $۳۰۰۰^\circ K$ بدست آورید.

۱۷ـ۲۰ ضریب نشر تنگستن در حدود ۰/۳۵ است . کرمای ازتنگستن بشاع ۱cm درون محفظه بزرگی که از هوا خالی است ، آویزان است دمای دیواره داخلی محفظه $۳۰۰^\circ K$ است. چه توان گرمائی میتوانددمای تنگستن رادر $۳۰۰۰^\circ K$ ثابت نگاهدارد هدایت نخی که گلوله بآن آویزان است ناچیز است.

۱۷ـ۲۱ کرمای ازمس که سیاه شده است بشعاع ۲cm درون محفظه خلائی که دمای دیواره آن $۱۰۰^\circ C$ است قراردارد. چه توانی بآن بصورت گرما داده شود که دمای آن در $۱۲۷^\circ C$ تثبیت شود .

۱۷ـ۲۲ ظرف استوانه‌ای فلزی بقطر ۵cm وبارتفاع ۱۰cm ازهلیوم مایع بدمای $۴^\circ K$ پراست . گرمای نهان تبخیرهلیوم مایع دراین دما $\frac{۵cal}{gm}$ است . ظرف ، دو جدار است و بیرون آنرا ازت مایع بادمای $۸۰^\circ K$ احاطه کرده و بین دوجدارخلاء است . درهر ساعت چقدر هلیوم تبخیرمیشود . ضریب نشربرابر ۰/۲ است .

۱۷ـ۲۳ یکطرف میله‌ای از مس بطول ۱۰cm در دمای $۲۰۰۰^\circ K$ قرار دارد . طرف دیگرآن که سیاه شده است تحت اثر تابش جسمی است که دمای آن $۳۰۰^\circ K$ است . انرژی ازجای دیگر بجسم نیامده و ازجسم نیز بخارج منتقل نمیشود . دمای تعادل انتهای سیاه شده میله چه اندازه است (مس در این دما به حاصیت فوق رسانائی نزدیك است و بنابراین ضریب هدایت آن $K=۴cal/secC^\circ$ است) .

۱۷ـ۲۴ یك لوله بخارکه عایق پوش نشده است ، بقطر ۷cm و بضریب جذب ۰/۸ بطورقائم در محلی که دمای هوای مجاورآن $۲۷^\circ C$ است قرار دارد . هرگاه دمای خارجی لوله $۹۷^\circ C$ باشد ، هرمتر ازلوله چقدرگرما ازطریق کنوکسیون بمحیط میدهد.

۱۷ـ۲۵ جسمی مطابق شکل ۱۷ـ۹ در محفظه‌ای خالی از هوا قرار دارد و فقط میتواند از طریق تابش ،گرما مبادله کند . دمای دیواره محفظه T و دمای جسم $T+\Delta T$ است . (a) نشان دهیدکه اگر ΔT نسبت به T کوچك باشد ، نسبت تغییردما بزمان ، تابع قانون نیوتون است . [راهنمائی : $(T+\Delta T)^۴$ را بسطدهید]. (b) relaxation time را برحسب A سطح جسم ، m جرم جسم ، و عوامل دیگر بدست آورید .

۱۷ـ۲۶ دماسنجی را از بخار آب جوش بیرون آورده بسرعت خشک می‌کنیم. ملاحظه میشود که در مدت ۳۰ دمای آن از $95^{\circ}C$ به $80^{\circ}C$ میرسد. دمای هوای محیط $20^{\circ}C$ است. هرگاه قانون نیوتون درباره سرد شدن دراین دماسنج صادق باشد؛ (a) پس ازچه زمان دیگر دمای جسم به $65^{\circ}C$ میرسد. (b) پس از چه زمانی دمای آن با دمای اطاق یکسان میشود؟ (c) منحنی تغییرات دما را برحسب زمان رسم کنید.

www.KetabFarsi.com

فصل هیجدهم

خواص گرمائی ماده

۱۸ـ۱ ، معادلات مشخصه Equations of state

V حجمی راکه یك جسم بجرم مشخص m اشغال میکند، تابع فشار p که برجسم وارد میشود ودمای T جسم است . برای هرجسم خالص، رابطه معینی بین مقادیر مذکور وجود داردکه معادله مشخصه آن جسم نامیده میشود. صورت کلی وریاضی نمایش معادله مشخصه چنین است

$$f(m,V,p,T)=0 \qquad (۱-۱۸)$$

صورت دقیق تابع فوق معمولا بسیار پیچیده است. اغلب اوقات، کافی است تغییرات یکی ازکمیات فوق را برحسب یك کمیت دیگر ، وقتی سایر کمیات ، ثابت هستند بدست آوریم . مثلا ضریب تراکم k تغییرات حجم رابرحسب فشار ، دردمای ثابت و بازاء جرم معینی ازجسم میان‌میکند. ضریب انبساط حجمی، تغییرات حجم را برحسب دما ، وقتی‌جرم وفشار ثابت باشند مشخص مینماید.

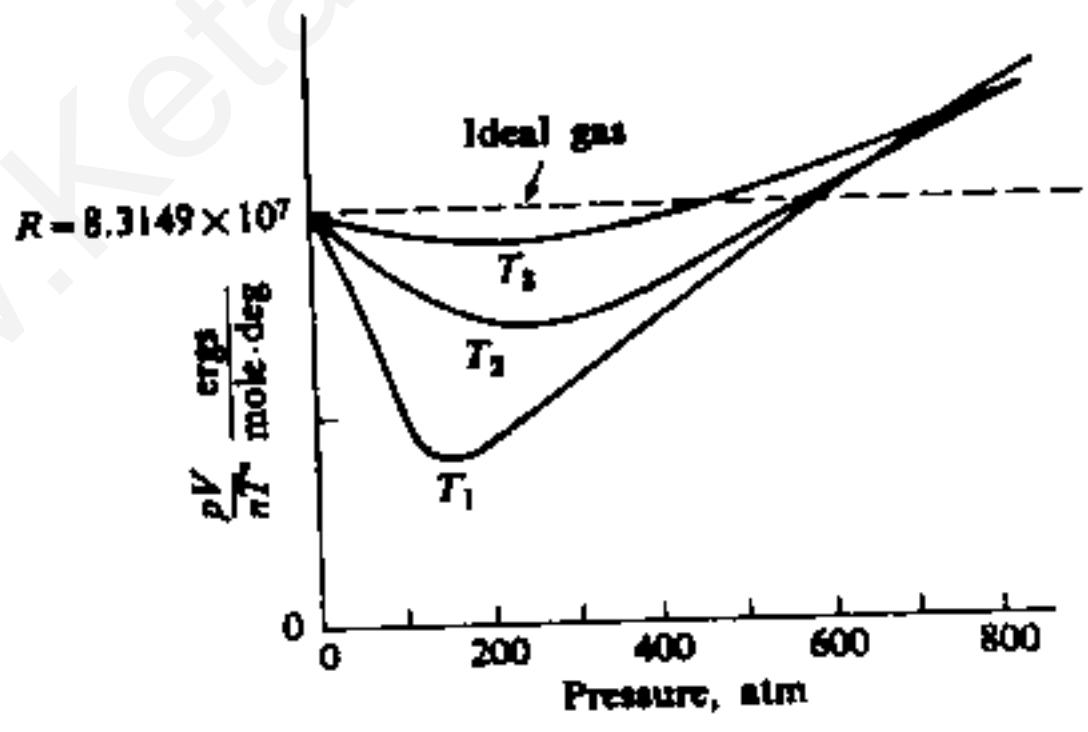
دربیان معادله مشخصه ، فرض براین است‌که دما وفشار ، درکلیه نقاط جسم یکسان است: بنابراین اگر گرما بیکی ازنقاط‌جسم داده شود ، باید صبر کنیم تااین‌گرما بسایر نقاط نیز منتقل شده جسم مجدداً بوضع تعادل برسد.

۱۸ـ۲ ، گاز کامل

ساده‌ترین صورت معادله مشخصه ، معادله مشخصه گازهای‌کم فشار است . ظرفی را درنظر گیرید که حجم‌آن قابل تغییراست . مثلا پیستنی‌که درون سیلندری میتواند حرکت

کند. فرض کنیم مقدار معینی گاز درون سیلندر باشد ودستگاه مجهز بیك دماسنج ویك فشارسنج باشد تا بتوان دمای T وفشار p آنرا اندازه گرفت. اکنون همه مقادیر m و p و V و T را میتوانیم اندازه بگیریم. بهتر است بجای جرم m تعداد ملکولگرمها یعنی n را درفرمول بکار بریم .

فرض کنیم نتایج حاصل ازاندازه گیریهای متعدد که برروی گاز مشخصی دردمای معین مثلا T_1 انجام شده است جمع آوری کنیم. فشار، حجم وتعداد ملکولگرم‌ها میتوانند تغییرات زیادی داشته باشند. هر گاه در هریك ازاندازه گیریهائی که انجام داده‌ایم مقدار $\frac{pV}{nT_1}$ را محاسبه کرده یك منحنی رسم کنیم که درآن $\frac{pV}{nT_1}$ روی محور قائم وفشار برروی محور افقی انتخاب شده باشد ، منحنی مذکور که منحنی ایزوترم (دماپایا) نامیده میشود نظیر منحنی شکل ۱۸–۱ است که درشکل با T_1 مشخص گردیده است. این منحنی ایزوترم را برای دماهای دیگرمانند T_2 و T_3 و .... نیزرسم میکنیم . برای هر گاز میتوان چنین مجموعه منحنی را رسم نمود .



شکل ۱۸–۱ ـ مقدار $\frac{pV}{nT}$ برای کلیه گازها مستقل از T است و برای گازهای کامل $\frac{pV}{nT}$ مقداریست ثابت

با رسم این منحنی‌ها درمی‌یابیم که : (a) در کلیه گاز ها ، وقتی فشار بسمت صفر میل کند منحنی‌های دماهای مختلف . در یك نقطه معین ، محور قائم را قطع میکنند. و (b) این نقطه برای تمام گازها نیز یکی است . بزبان ساده‌تر $\frac{pV}{nT}$ **درفشار های کم ، برای کلیه گازها یك مقدار را دارد** . این مقدار را ضریب ثابت گاز های کامل یـا

Universal gas constant نامیده آنرا با R نمایش میدهند. اندازه R تابع واحدهائی است که p و V و n و T برحسب آنها سنجیده میشود. در دستگاه cgs که واحد p دین برسانتیمتر مربع وواحد V سانتیمترمکعب است داریم :

$$R = ۸/۳۱۴۹ \times ۱۰^{۷} \frac{(dynes/cm^{۲}) \times cm^{۳}}{mole^{\circ}K} = ۸/۳۱۴۹ \times ۱۰^{۷} \frac{ergs}{mole^{\circ}K}$$

$$= ۸/۳۱۴۹ \times \frac{joules}{mole^{\circ}K} = ۱/۹۹ \frac{cal}{mole^{\circ}K}$$

درشیمی معمولا حجم برحسب لیتر وفشار برحسب آتموسفر سنجیده میشود. بنابراین اندازه R درشیمی برابراست با:

$$R = ۰/۰۸۲۰۷ \frac{liter \cdot atm}{mole^{\circ}K}$$

بنابراین برای گازهای حقیقی درفشارهای کم داریم:

$$pV = nRT \qquad \text{و یا} \qquad \frac{pV}{nT} = R$$

اینك میگوئیم بنابرتعریف ، گاز کامل گازی است که در آن ، نسبت $R = \frac{pV}{nT}$ بازاء کلیه مقادیرفشار، مقدارثابتی باشد. یعنی گازکامل درکلیه حالات وبازاء کلیه مقادیر فشار ، خاصیت گاز های حقیقی کم فشار را دارد . بنابر این معادله مشخصه گاز کامل چنین است .

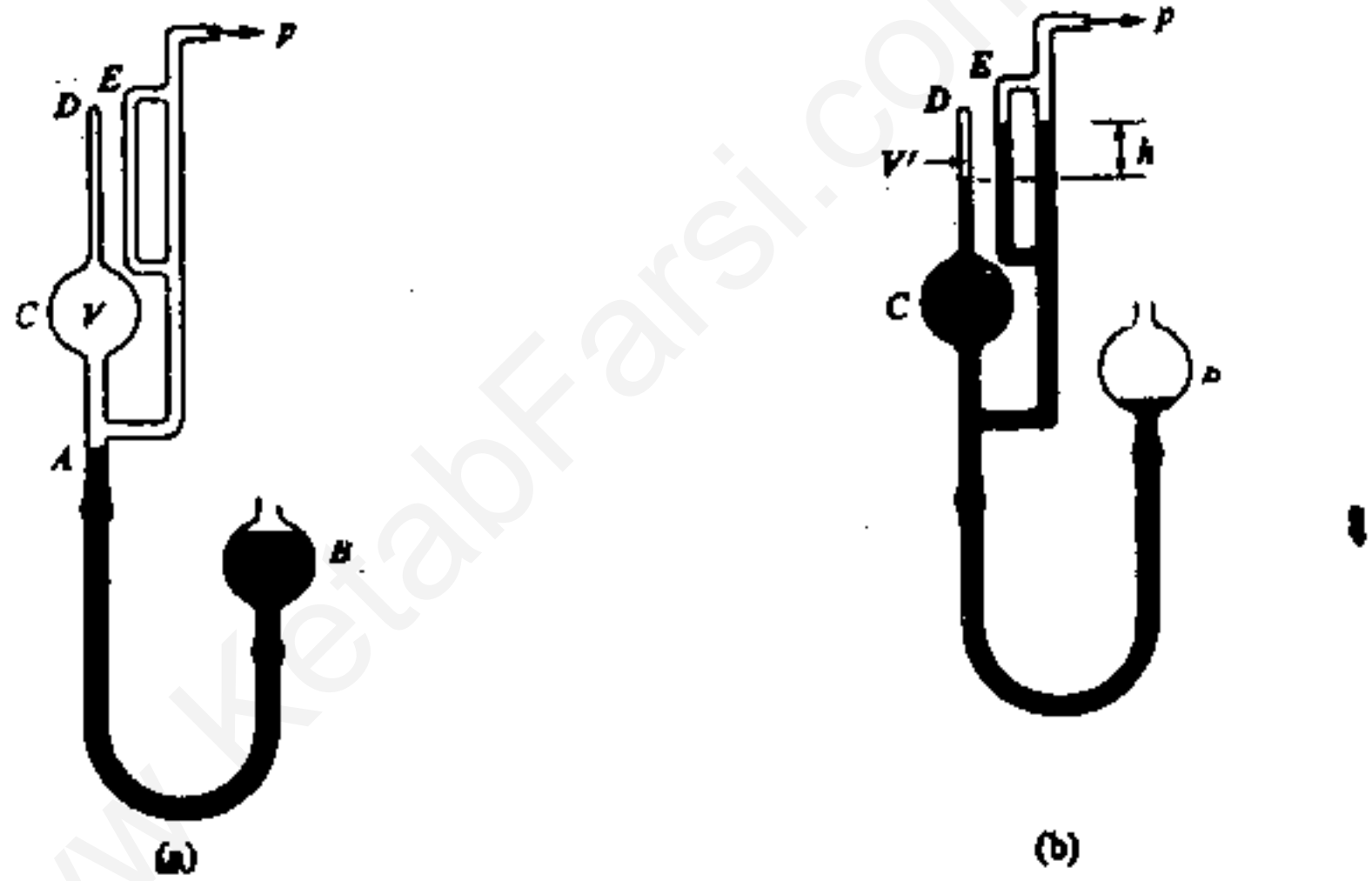
$$\boxed{pV = nRT} \qquad (۲-۱۸)$$

ومنحنی شکل ۱۸ـ۱ برای گازکامل بخط مستقیم افقی بارتفاع R تبدیل میشود . گازهای حقیقی ، مگر درفشارهای بسیار کم ، ازاین فرمول تبعیت نمی کنند . هر گاه فشار گازحقیقی درحدود فشارهای معمولی بوده ودمای آن به دمائی که گاز درآن دما قابل تبدیل بمایع است نزدیك نباشد ، انحراف ازفرمول گازهای کامل ،کم وقابل اغماض است . فرمولهای پیچیده تری وجود دارند که بروضع گازهای حقیقی درمراحل مختلف، بهتر تطبیق میکنند ولی دراین فصل ، ما فرض میکنیم گاز تابع فرمول ۱۸ـ۲ باشد ازفرمول فوق و اراندازه R نتیجه میشود که ملکول گرم هر گاز در شرائط متعارفی

یعنی در دمای (NTP) یا normal temperature and pressure
$0°C = 273°K$ و فشار یک آتمسفر $1/01 \times 10^6 dyne/cm^2$ حجمی برابر $22400 cm^3$ یا
۲۲/۴ لیتر داشته باشد. ازفرمول ۱۸–۲ داریم

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{1 mole \times 8/31 \times 10^7 ergs/mole°K \times 273°K}{1/01 \times 10^6 dynes/cm^2} =$$

$$= 22400 cm^3$$



شکل ۱۸–۲ فشارسنج مک‌لئود

برای جرم معینی از گاز، حاصلضرب nR مقداریست ثابت و لذا . $\frac{PV}{T} = ct$ است .
هرگاه اندیس های (۱) و (۲) حجم ، دما وفشار گاز را در دو وضع مختلف نشان دهند خواهیم داشت:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \text{ثابت} \qquad (۳–۱۸)$$

هر گاه دمای T_1 با دمای T_2 مساوی باشند خواهیم داشت

$$P_1V_1 = P_2V_2 = \text{ثابت} \qquad (۴–۱۸)$$

این قانون راکه : دردمای ثابت ، حاصلضرب حجم مقدار معینی از گاز ، در فشار

آن . مقداریست ثابت ؛ اولین‌بار رابرت بویل کشف‌کرد وبقانون بویل مشهور است.فقط گازهای کامل دقیقاً تابع بین قانون هستند و گاز های حقیقی ، با تقریب ، از این قانون تبعیت میکنند . لذا این قانون‌را نمیتوان، نظیر قوانین نیوتون درباره حرکت ، ازقوانین اساسی فیزیك دانست .

مثال۱ـ حجم ظرفی ازاکسیژن ۵۰لیتراست . آنقدراکسیژن ازآن برمیدارند تا فشارآن‌از $۳۰۰lb/in^۲$ به $۱۰۰lb/in^۲$ برسد ودراین‌ضمن دمای‌آن از$۳۰°C$به$۱۰°C$ میرسد.(a) چندکیلوگرم اکسیژن‌درظرف بوده‌است؟(b)چندکیلوگرم‌ازآن‌را برداشته‌اند. (c) هرگاه اکسیژنی که ازظرف خارج شده است بدمای $۲۰°C$ و بفشار $۱atm$ بـرسد حجم آن چقدر است ؟ (a) فشار را برحسب آتمسفر ، حجم را برحسب لیتر و دمـا را برحسب درجه‌کلوین می‌سنجیم $R=۰/۰۸۲\frac{lit\cdot atm}{mole\,K^\circ}$ میشود. فشارابتدائی وانتهائی برابراند.

$$۳۰۰lb/in^۲=\frac{۳۰۰}{۱۴/۷}=۲۰/۵atm \quad و \quad ۱۰۰lb/in^۲=۶/۸atm$$

این فشارها . فشار مانومتری هستند . فشارمطلق در دوحالت بترتیب برابر $۲۱/۵atm$ و $۷/۸atm$ است. دروضع اول داریم :

$$n_۱=\frac{p_۱V}{RT_۱}=\frac{۲۱/۵\times۵۰}{۰/۰۸۲\times۳۰۳}=۴۳/۲moles$$

بنابراین جرم اولیه برابر است با :

$$m_۱=۴۳/۲moles\times\frac{۳۲g}{moles}=۱۳۸۰gm=۱/۳۸kgm$$

(b) تعداد ملکولگرم های باقیمانده درظرف برابراست‌با:

$$n_۲\frac{p_۲V}{RT_۲}=\frac{۷/۸\times۵۰}{۰/۰۸۲\times۲۸۳}=۱۶/۷moles$$

$$m_۲=۱۶/۷moles\times\frac{۳۲gm}{mole}=۵۳۶gm=۰/۵۴kgm$$

مقدار جرمی‌که‌ازظرف خارج شده است برابر است با: