که درآن $\frac{dv}{dr}$ گرادیان سرعت درفاصله‌ی r از محور لوله‌است . علامت منفی بخاطر این است‌که با افزایش r سرعت v کاهش میباید . هرگاه نیروها را مساوی قرارداده از طرفین انتگرال بگیریم خواهیم داشت :

$$-\int_{v_1}^{v} dv = \frac{P_1 - P_2}{2\eta L}\int_{r}^{R} r dr$$

وازآنجا خواهیم داشت:

$$v = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L}(R^2 - r^2) \qquad (۱۴-۱۷)$$

که معادله یك سهمی است . منحنی شکل ۱۴-۱۳ (b) نیز نمایش این معادله است . $\frac{dv}{dr}$ گرادیان سرعت دهرشعاع r شیب منحنی را مشخص میکند. دراین حالت گوئیم پروفیل سرعتها سهمی است .

برای پیداکردن سرعت تخلیه حجمی Q (دبی حجمی) یعنی حجمی از مایع که در هرثانیه ازهرمقطع عبورمیکند ؛ لوله نازکی ازسیال را مطابق شکل ۱۴-۱۳ (c) در نظر گیرید . حجم این لوله‌که با dV نمایش داده میشود برابراست با $vAdt$ که درآن v سرعت، r شعاع، dA سطح قسمت هاشورخورده‌است‌که برابر است با $2\pi rdr$. هرگاه v را ازفرمول ۱۴-۱۷ بدست‌آوریم داریم :

$$dV = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L}(R^2 - r^2) \times 2\pi r dr \cdot dt$$

حجمی‌که ازتمام لوله عبورمیکند ازطریق محاسبه انتگرال dV درفاصله $r = 0$ و $r = R$ و دبی حجمی‌ازتقسیم حاصل انتگرال بر dt بدست میاید :

$$Q = \frac{\pi(P_1 - P_2)}{2\eta L}\int^{R}(R^2 - r^2)rdr = \frac{\pi}{8}\frac{R^4}{\eta}\frac{P_1 - P_2}{L} \qquad (۱۴-۱۸)$$

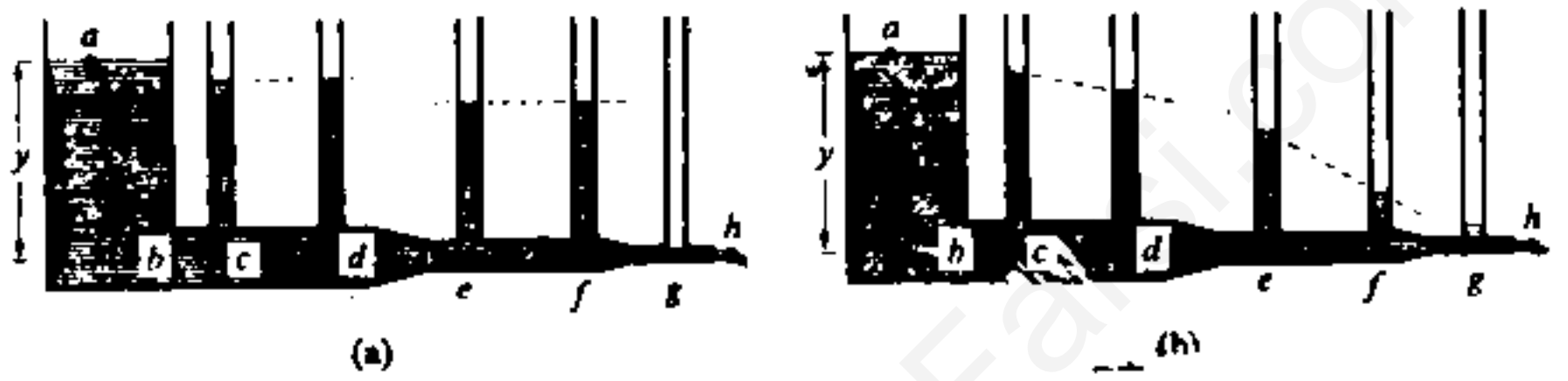
این فرمول را اولین بار پوازوی (که واحد ویسکوزیته را بنام او نامگذاری کرده‌اند) بدست‌آورد. لذا قانون پوازوی نامیده میشود .

چنانکه دیده میشود دبی حجمی متناسب معکوس باضریب ویسکوزیته است . همچنین دبی متناسب با R^4 یعنی‌توان چهارم شعاع لوله است یعنی اگر قطر نصف شود دبی ۱۶ بار

کاهش میابد وبالاخره دبی متناسب با : $\frac{P_1 - P_2}{l}$ است که گرادیان نشار نامیده میشود.

دیده میشود که درجریان سیال ویسکوز درلوله افقی که قطر آن ثابت است نیز افت فشاروجود دارد . هر گاه لوله افقی نباشد وسطح مقطع آن نیز تغییر کند اختلاف فشارهائی ناشی ازاین دوعامل نیز وجود خواهد داشت که بکمك فرمول برنولی قابل محاسبه است .

فرق جریان سیال ویسکوز وسیال ایده‌آل درشکل ۱۴-۱۴ نشانداده شده است که‌در آن سیال درلوله افقی باسطح مقطع متغییر جاری است .ارتفاع سیال درلوله‌های قائم متناسب با فشارمانومتری درون لوله است .



شکل ۱۴-۱۴ فشار درطول لوله‌افقی که سیالی درآن جاری است . (a) سیال کامل (b) سیال ویسکوز

درقسمت (a) فرض براین است که سیال ویسکوزیته ندارد . فشار در نقطه b تقریباً برابرفشارستاتیکی ρgy است .زیرا سرعت درته ظرف ناچیزمیباشد . فشار در c کمتر از b است.زیرا بایدسیال بین این دو نقطه حرکت تندشونده داشته باشد . فشاردر c و d مساوی است . چه سرعت وارتفاع دراین دونقطه یکی است . بین d و e ونیز f و g نیزافت فشار وجود دارد . در g فشار برابرفشار جواست وفشارمانومتری این نقطه صفراست .

درقسمت (b) شکل اثرویسکوزیته نشانداده شده است . بازهم میتوان گفت که فشاردر b همان فشار ستاتیکی ρgy است . بین b و c افت فشاری وجود خواهد داشت که قسمتی بعلت حرکت تند شونده مسایع و قسمتی بعلت اثر ویسکوزیته است . بین c و d نیزبعلت ویسکوزیته، افت فشاروجود دارد . گرادیان‌فشار، برابرشیب خط نقطه چنین است . بین d و e نیزافت، بعلت وجود ویسکوزیته‌ونیزحرکت تند شونده سیال است . گرادیان فشار در فاصله ef بیشتر از مقدارآن در فاصله cd .است زیرا در ef شعاع کوچکتر از cd است . بالاخره در g فشارکمی بیش‌از فشار جواست . لذا بین نقطه و انتهای لوله گرادیان فشار وجود دارد .

۱۴-۷ ، قانون ستوکس

وقتی سیالی ازاطراف کره ساکنی‌عبورکند یا کره‌ای درون سیال‌ساکنی‌بحرکت درآید

خطوط‌جریان ، نظیر شکل ۱۴ـ۲ (a) خواهد بود . فشار درطرف برخورد جریان باکره برابر فشار مؤثر برطرف مقابل‌آن است. بنابراین برآیند نیروهای مؤثربرکره‌صفراست . اما اگرسیال، ویسکوز باشد نیروئی برکره وارد میاورد (جسم باهرشکل دلخواه وقتی‌در سیال ویسکوزحرکت‌کند برآن نیرو وارد میشود ولی بحث مافقط درباره‌کره است)

در اینجا لزومی ندارد که سعی‌کنیم ازقوانین حرکت سیال ویسکوز استفاده‌کرده فرمولی‌برای نیروی‌مؤثربرکره بدست‌آوریم . عواملی‌که درواردآوردن نیرو برکره‌مؤثرند عبارتند از η ضریب ویسکوزیته ، r شعاع‌کره و v سرعت حرکت‌کره نسبت بسیال پس از محاسباتی‌که ازذکرآنها دراین مختصرصرفنظرشده است نتیجه میشود :

$$F = 6\pi\eta r v \qquad (۱۴-۱۹)$$

چون این فرمول را اولین بارجرج ستوکس، در۱۸۴۵ بدست‌آورد، بقانون ستوکس مشهور است. اینك میتوانیم در حل مثال ۹ از قسمت۵ـ۶ حرکت‌گلوله‌ایرا که درون سیال ویسکوزی انجام میشد ازاین‌فرمول‌استفاده‌کنیم. لازم بود بدانیم‌که نیروی ویسکوزیته وارد بریك‌کره معین‌که درون سیال مشخص حرکت میکند متناسب با سرعت نسبی حرکت است .

مجدداً یادآورمیشویم‌که‌گلوله‌ای درون‌سیال ویسکوزی درحرکت باشد به سرعت‌حد میرسدکه در این حال وزن‌کره یعنی نیروی محرك بانیروی مقاوم ناشی ازویسکوزیته و رانش‌برابرمیشوند. هرگاه ρ توده‌ویژه‌کره و ρ' توده ویژه سیال باشد وزن‌کره $\frac{4}{3}\pi r^3\rho g$ و نیروی رانش $\frac{4}{3}\pi r^3\rho' g$ است وپس از رسیدن به سرعت حد داریم :

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho' g + 6\pi r v_T = \frac{4}{3}\pi r^3\rho g$$

و یا :

$$v_T = \frac{2}{9}\,\frac{r^2 g}{\eta}\,(\rho - \rho') \qquad (۱۴-۲۰)$$

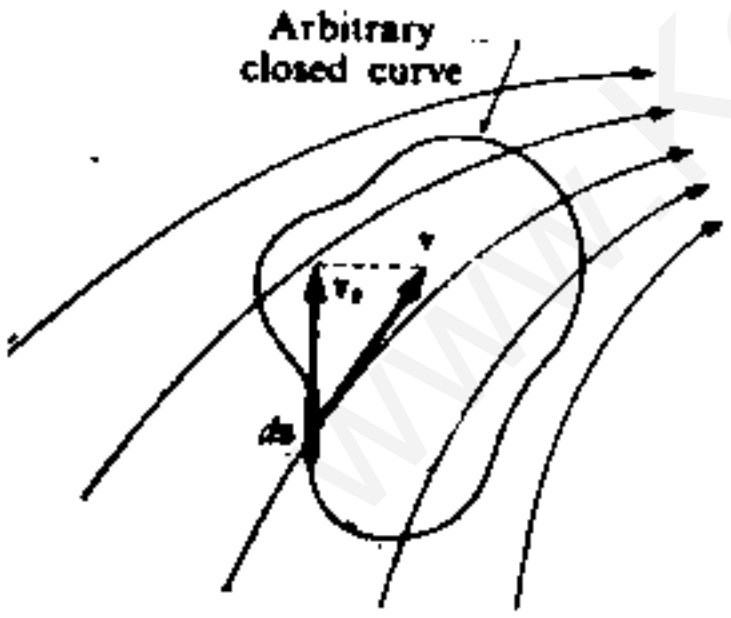
بااندازه‌گیری سرعت حدکره‌ای‌که درون مایعی سقوط‌کرده است، بشرط‌آنکه‌شعاع وتوده‌ویژه‌کره معلوم باشد، ضریب ویسکوزیته مایع را میتوان‌اندازه‌گرفت درمحاسبه‌بار الکتریکی الکترون در تجربه میلیکان باید شعاع قطره روغن معلوم باشد . شعاع قطره را بـا استفاده از همین فرمول محاسبه میکنند . در اینحال سرعت حد قطره را در هوا که ویسکوزیته‌آن معلوم است اندازه میگیرند .

۸-۱۴ ، نیروی بالابرنده دینامیکی Dynamic Lift

نیروی رانشی‌که از طرف هوا بریك بالن وارد میشود. برابر وزن‌هوای جابجا شده توسط بالن است وعامل نگاهداشتن بالن درهواست. چون این نیرو حتی درحالیکه بالن حرکتی نداشته باشدآنرا درهواپیما بحال معلق نگاه میدارد ازاین جهت‌آنرا Static Lift مینامند. امـا وقتی هواپیما در هوا پرواز میکند عاملی‌که‌آنرا درهوا نگاه داشته ازسقوط‌آن جلوگیری میکند نیروئی است‌که از طرف هوا بربال هواپیما وارد میشود. این‌نیروفقط درموقع حرکت هواپیما وجوددارد. لذاآنرا نیروی بالابرنده‌دینامیکی dynamic Lift مینامند با استفاده ازقوانین‌دینامیك سیالات، این نیرو بخوبی‌شناخته می‌شود.

وقتی جریان یك سیال ایده‌آلی دراطراف جسمی تقارن داشته باشد، نیروئی ازسیال برجسم وارد نمیشود. اما اگرسرعت جریان دربالای جسم متحرك زیادترازسرعت جریان در پائین‌آن باشد، بنابرقانون‌برنولی، فشاردر سطح بالائی جسم‌کاهش یافته درسطح زیرین آن افزایش‌می‌یابد. درنتیجه ازپائین ببالانیروئی‌برجسم وارد میشودکه Dynamic Lift نامیده میشود.

هرگاه بریك جریان متقارن سیال‌یك جریان دورانی اضافه شود، جریان حاصل از ترکیب‌این‌دوغیرمتقارن‌است. جریان دورانی‌جریانی‌است که‌در آن، سیال بدور خود چرخیده وخطوط‌جریان آن منحنی‌هـای مسدودی هستند. این جریانها با Γ یاسیرکولاسیون جریان‌مشخص میشوندکه ذیلاتعریف میشود. فرض‌کنیم $d\mathbf{s}$ درشکل ۱۴-۱۵ طول‌قوس بینهایت‌کوچکی از یك منحنی مسدود اختیاری در داخل سیال جاری بـاشد. $\mathbf{v}_s$ را مؤلفه سرعت سیال در امتـداد $d\mathbf{s}$ فرض‌کنید. بنابرتعریف، سیرکولاسیون‌عبارت ازانتگرال $\mathbf{v}_s d\mathbf{s}$ در طول منحنی مسدود. چون $\mathbf{v}_s d\mathbf{s}$ را میتوان حاصلضرب عددی دوبردار $\mathbf{v}$ و $d\mathbf{s}$ دانست پس داریم:



شکل ۱۴-۱۵ سیرکولاسیون Γ در طـول منحنی مسدود انتخاب شده دریك سیال جاری برابر:

$$\Gamma = \oint \mathbf{v} d\mathbf{s}$$

$$\Gamma = \oint \mathbf{v}_s d\mathbf{s} = \oint \mathbf{v} d\mathbf{s} \qquad (۲۱-۱۴)$$

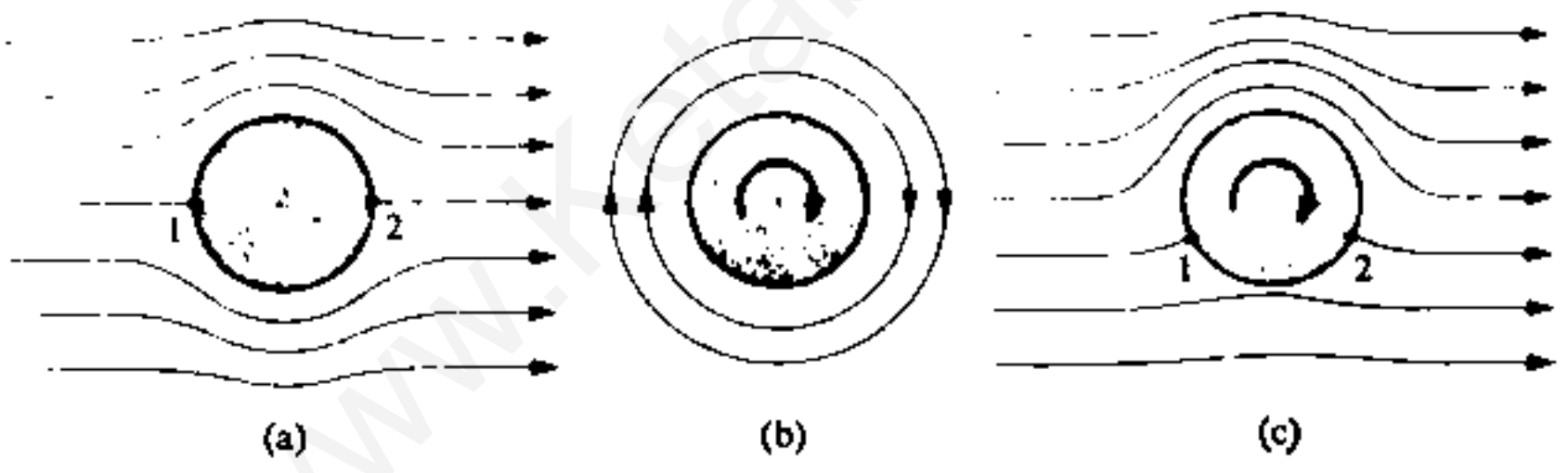
بعنوان مثال فرض کنیم سیال حول محوری میچرخد وسرعت هر نقطه، متناسب معکوس با r فاصله نقطه مورد نظرازمحور است یعنی :

$$v = \frac{k}{r}$$

جریانهائی ازاین قبیل رامیتوان هنگام خروج مایع از سوراخی که درته ظرف وجود دارد بصورت گرداب مشاهده نمود . حال دایـره‌ای بشعاع r راکه مرکزش بر محور چرخش واقع باشد درنظرمیگیریم مؤلفه v_s سرعت برابر است با v خواهیم داشت :

$$I' = \oint v_s ds = \frac{k}{r} \int ds = \frac{k}{r} \cdot 2\pi r = 2\pi k$$

دیـده میشود که در این حال سیرکولاسیون بر روی تمام دوایر یکی است و باسانی میتوان نشانداد که برروی تمام منحنی‌های مسدودی که حول محورچرخش انتخاب شونـد یکی میباشد .



شکل ۱۴ـ۱۶ (a) خطوط جریان دراطراف مانع استوانه‌ای واقع‌درمسیرجریان سیال. (b) جریان دوار درسیلندر دوار واقع درسیال ساکن. (c) جریان دراطراف سیلندر دوار درسیال متحرک

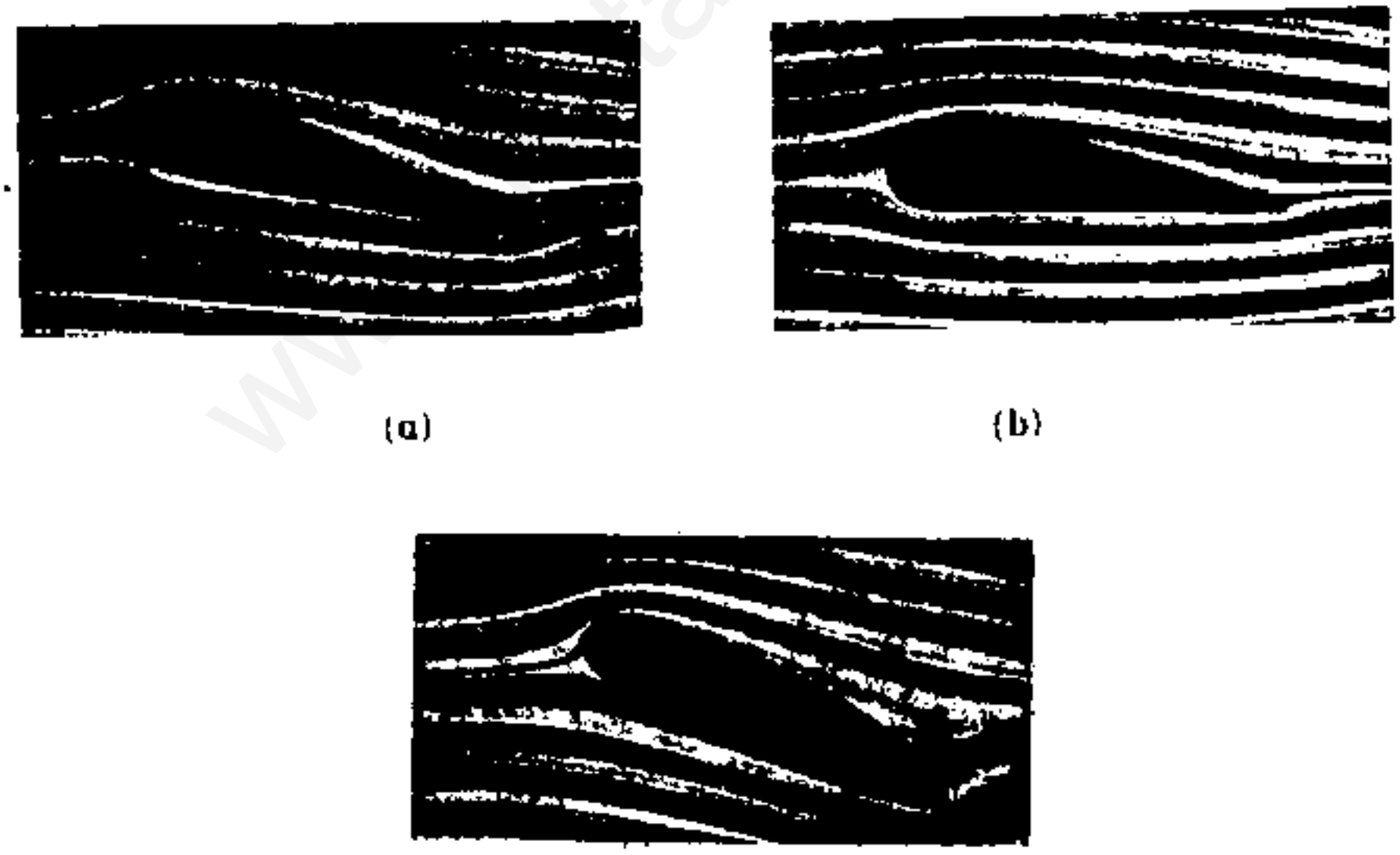
درشکل ۱۴ـ۱۶ (a) خطوط جریان را دراطراف مانع استوانه‌ای شکلی که بحال سکون درسیال جاری قرارگرفته است نشان میدهد . نقاط (۱) و (۲) نقاط ایست هستند. ازروی تقارن معلوم میشود سیرکولاسیون صفر است . شکل ۱۴ـ۱۶ (b) جریان دواری را در اطراف استوانه دوار نشان میدهد . هرگاه هر دو جریان با هم وجود داشته بـاشند بردار سرعت هر نقطه عبارت از جمع بـرداری سرعت دورانی آن نقطه و سرعت انتقالـی آن . درنقاطی که بالای محور واقعند این دو بردار باهم جمع میشونـد ، زیـرا هم جهت‌اند و در نقاطی که زیرمحوراند ازهم کم‌میشوند، زیـرا مختلف‌الجهت میباشند . در شکل ۱۴ـ۱۶ (c) نقاطایست (۱) و (۲) به پـائین‌تر ازمحورمنتقل شده‌اند . سرعت در قسمت بالای استوانه افزایش و درقسمت زیرین آن کاهش یافته است بنابرقانون برنولی فشار

درسطح زیرین افزایش خواهد یافت . یعنی برجسم نیروی بالابرنده دینامیکی ازپائین بیالا اثرمیکند میتوان نشانداد که اندازه‌این‌نیروی بالابرنده $\mathbf{F}$ ازرابطه زیر بدست میاید :

$$\mathbf{F}=\rho \mathbf{v} \mathbf{L} \Gamma \qquad (۲۲-۱۴)$$

دراین فرمول ρ توده ویژه سیال ، $\mathbf{v}$ سرعت سیال درفاصله نسبتاً زیاد ازسیلندر ، $\mathbf{L}$ طول سیلندر و Γ سیرکولاسیون میباشد .

جریان دوار نظیرشکل ۱۴-۱۶(b) بدین ترتیب بوجود میاید که سیلندر را حول محور خود بچرخش درآورند . دراثر وجود ویسکوزیته، حرکت‌دوار در اطـراف سیلندر بوجود میاید و هرگاه سیلندر دوار درون سیال جاری قرارگیرد ، جریان نظیرآنچه در ۱۴-۱۶ (c) نشانداده شده است بوجود میاید . اثرنیروی عرضی را برسیلندری که در سیال جاری حول محورخود میچرخد اثر **Magnus** مینامند . نظیراین نیروی عرضی وقتی سیلندر، درسیال‌ساکن بدور خود میچرخد نیزبرآن وارد میشود . مسلماً نظیراین نیروی عرضی براجسام غیر استوانی نیز وارد میشود . مسیرمنحنی‌توپ گلف ، توپ پینگ پونگ یاتوپ تنیس‌درهوا همگی در اثرهمین نیروی عرضی‌است .



(a) (b)

(c)

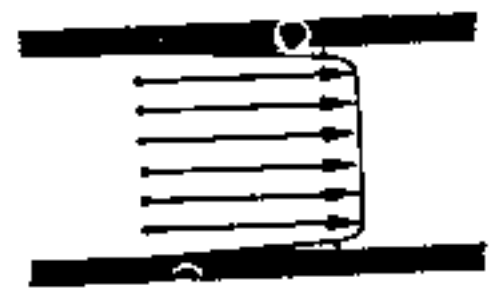
شکل ۱۴-۱۷ خطوط جریان دراطراف بال هواپیما .

وقتی جسمی بچرخد ودرداخل سیال جاری‌قرار گرفته‌باشد دراطراف آن‌سیرکولاسیون

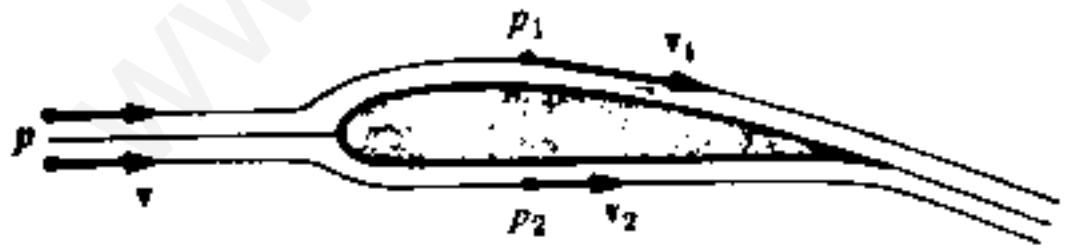
بوجود میاید . این وضع دربال هواپیما نیز بوجود میاید . سرعت جریان دربالای بال افزایش یافته در پائین آن کاهش میابد که باعث پیدایش نیروی بالا برنده میشود . دراینجا نیزجریان میتواندمجموعه یك چرخش ویك جریان مستقیم‌الخط فرض‌شود ونیروی بالابرنده متناسب با سیرکولاسیون Γ است. باید توجه داشت که جریان هوا در اطراف بال هواپیما باعث واردآمدن «کشش» برسطح بالائی بال بطرف بالا نمیشود و چنین چیزی ممکن نیست اتفاق افتد . بال ازهمه جهت تحت تأثیرفشار هوا است . برسطح بالائی فشارمؤثر کمترازفشار حو و برسطح پائینی بیشترازفشارجو خواهدبود .

درشکل ۱۴–۱۷ جریان را دراطراف مانعی شبیه بال هواپیما نشان میدهد .

مثال– در این مثال نشان میدهیم که نیروی بالابرنده را ممکن است بکمك فرمول برنولی‌یا با استفاده از محاسبه سیرکولاسیون بدست‌آورد. فرض‌کنیم l طول بالی‌که مقطع آن درشکل ۱۴–۱۸ نشانداده شده (درامتدادی عمود برصفحه تصویر) و w عرض‌آن باشد و فرض‌کنیم که عرض‌بال درتمام طول ثابت باشد ونیز بال درجریان افقی هوا بحال‌تعادل قرارگرفته باشد . p و v فشار و سرعت جریان درنقطه‌ای‌که از بال فاصله زیاد دارد و جریان‌آن‌آشفته نیست و p_1 و v_1 سرعت و فشار درنقطه مجاور سطح بالائی بال و p_2 و v_2 همین‌کمیات در سطح زیرین‌آن میباشند . برای سهولت فرض میکنیم مقادیر p_1 و v_1 و p_2 و v_2 درکلیه نقاط سطح بالائی وپائینی‌بال یکسان باشد . اکنون اختلاف فشار وارده برسطح بالائی و پائینی بال را میتوان با استفاده از فرمول برنولی بدست‌آورد . رابطه برنولی رابرای دونقطه دربالا وپائین بال مینویسیم :



شکل ۱۴–۱۸



شکل ۱۴–۱۹ پروفیل سرعت درجریان‌آشفته

$$p=\frac{1}{2}\rho v^2=p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_2-p_1=\frac{1}{2}\rho(v_1^2-v_2^2)$$

F نیروی‌بالابرنده مؤثربربال، حاصلضرب اختلاف فشار p_2-p_1 درسطح بال یعنی wl است‌پس‌داریم:

$$F = \frac{1}{2} wL\rho(v_1^2 - v_2^2)$$

این فرمول را بصورت زیر نیزمیتوان نوشت :

$$F = \frac{L\rho \times w(v_1 - v_2) \times (v_1 - v_2)}{2}$$

از طرفی سیرکولاسیون Γ برروی منحنی مسدودی که بفاصله بینهایت کم ازمحیط جانبی بال قرارگرفته است برابراست با :

$$\Gamma = \oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s} = v_1 w - v_2 w = w(v_1 - v_2)$$

سرعت متوسط دربالا وپائین بال $\frac{v_1+v_2}{2}$ تقریباً برابر v سرعت درنقطه‌ایکه جریان آشفته نیست میباشد پس داریم :

$$F = L\rho\Gamma v$$

که عیناً نظیرفرمول ۱۴-۲۲ است .

۱۴-۹ ، عدد رینولد

وقتی سرعت جریان سیال درلوله‌ای ازحد معینی (که به جنس سیال وقطرلوله بستگی دارد) تجاوزکند نحوه جریان بسیار پیچیده میشود، درلایه بسیارنازکی درمجاورت لوله ، جریان همچنان لایه‌ایست این . این‌لایه را لایه مرزی **boundary Layer** مینامند . سرعت درلایه مرزی درمجاور دیواره صفراست وبطور متشابه زیاد میشود. خواص‌لایه مرزی درتعیین مقاومت موجود درراه جریان، اهمیت شایانی دارد . بخصوص که درمبحث انتقال گرما نیزدرمحاسبه گرمای منتقله ازطریق کنوکسیون، ازآن استفاده میشود.

دورترازلایه مرزی جریان کاملا بیقاعده‌است . درداخل سیال گردابها بوجود میاید که مهمترین عامل بالا برنده مقاومت میباشند. کمی دورترازلایه مرزی ، سرعت سیال در هرنقطه مقدار ثابتی است که پروفیل آن در شکل ۱۴-۱۹ نشانداده شده است . این نوع جریان را جریان آشفته یا **turbulant flow** مینامند .

تجربیات نشان میدهدکه چهارعامل، مشخص کننده این هستندکه جریانی آشفته است یاآرام . N_R عدد رینولد بشکل زیرتابع این چهارعامل است .

$$N_R = \frac{\rho v D}{\eta}$$

دراین فرمول ρ توده ویژه سیال ، v سرعت متوسط ، η ویسکوزیته و D قطر لوله است .
(سرعت متوسط عبارت از میانگین سرعت سیال در نقاط مختلف یک مقطع است که برابر خواهد بود با نسبت دبی بسطح مقطع) عدد رینولد $\frac{\rho v D}{\eta}$ کمیت بدون دیمانسیون است و درتمام سلسله‌های آحاد اندازه آن مقداریست ثابت . مقدار آن برای آب $20^\circ C$ که ازلوله‌ای بقطر یک سانتیمتر با سرعت $10\ m/sec$ عبورمیکند برابراست با :

$$N_R = \frac{\rho v D}{\eta} = \frac{1\ gm/cm^3 \times 10\ cm/sec \times 1\ cm}{0/01\ dyne\cdot sec/cm^2} = 1000$$

هر گاه مقادیرفوق را با واحدهای دستگاه صنعتی انگلیسی درفرمول قراردهیم بازهم عدد ۱۰۰۰ بدست میاید .

همه تجربیات نشان میدهدکه هر گاه عدد رینولد از ۳۰۰۰ بیشتر باشد جریان حتماً آشفته وهر گاه از ۲۰۰۰ کمتر باشد جریان حتماً آرام (لایه‌ای) است بین ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ که منطقه انتقال نامیده میشود، ممکن است جریان آشفته یاآرام باشد بنابراین حداکثر سرعتی راکه جریان آب $20^\circ C$ باآن سرعت ازلوله‌ای بقطر یک سانتیمتر عبورمیکند وجریان آرام است چنین محاسبه میکنیم :

$$\frac{\rho v D}{\eta} < 2000$$

و یا :

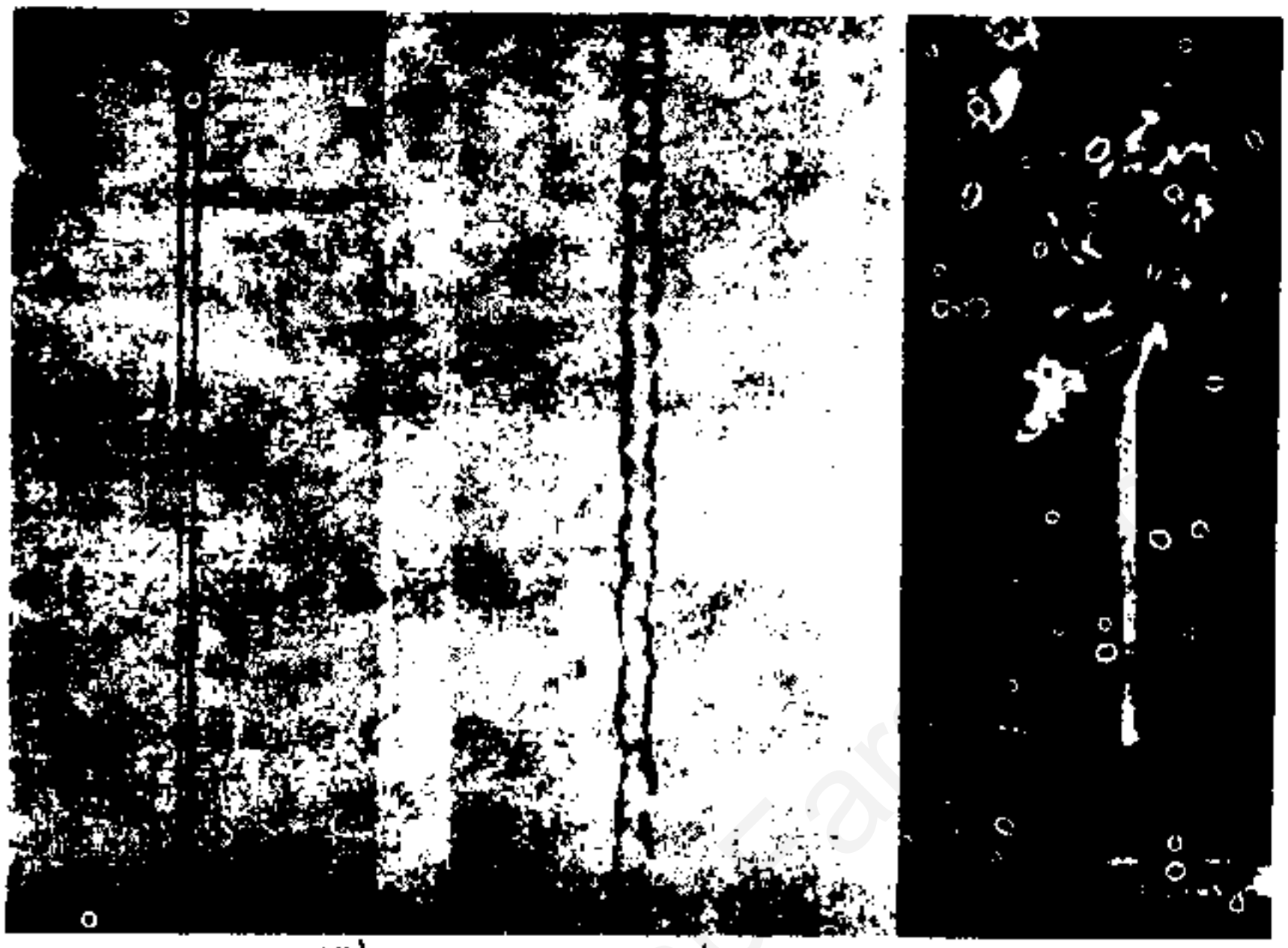
$$v < \frac{2000 \times 0/01\ \frac{cm}{sec}}{1 \times 1} = 20\ \frac{cm}{sec}$$

هر گاه سرعت بیش از $30\ cm/sec$ باشد جریان آشفته است . هر گاه هوای $20^\circ C$ با سرعت $30\ cm/sec$ حرکت کند عدد رینولد چنین بدست میاید :

$$N_R = \frac{0/0013 \times 30 \times 1}{181 \times 10^{-6}} = 216$$

و چون این عدد بمراتب کمتراز ۳۰۰۰ است، جریان لایه‌ایست وقتی جریان آشفته تبدیل میشود که سرعت آن لااقل $420\ cm/sec$ باشد .

در عکس‌هائی که درشکل ۱۴ـ۲۰ نشانداده شده اختلاف جریانهای آشفته و آرام بخوبی نشانداده شده است . در (b) درجریان آب و در (c) ازجریان دود عکس برداری شده است .



(a) (b) (c)

شکل ۱۴–۲۰ (a) جریان لایه‌ای (b) جریان آشفته (c) اول جریان آرام بعد آشفته

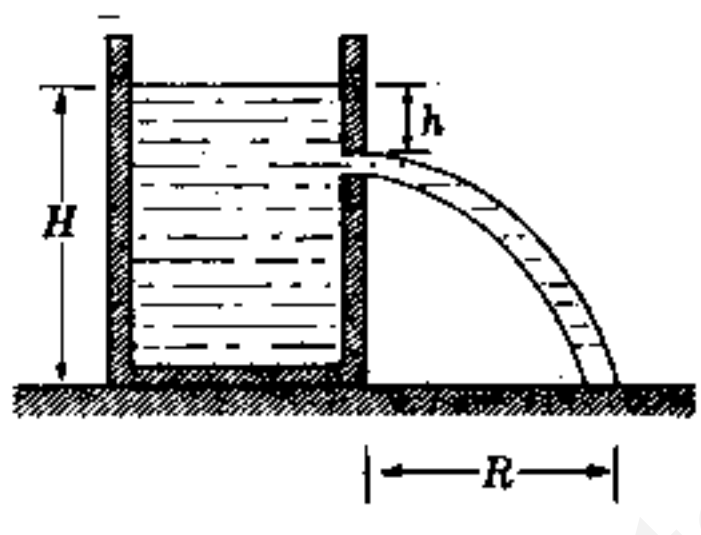
برای اندازه گیری عدد رینولد مدلهای کوچکی ساخته عدد مربوطه را بکمك تجربه اندازه میگیرند وسپس برای مقیاس‌های بزرگتر، مقدار آنرا از طریق تشابه بدست میاورند . نمونه بسیار بارز این طرز کار مدل سازی در کار ساختن هواپیماست . بدین ترتیب که مثلا مدل کوچکی از بال را مورد مطالعه قرارداده وضع حرکت سیال را دراطراف آن مطالعه میکنند وسپس نحوه حرکت سیال را دراطراف بال هواپیمای واقعی مشخص میکنند .

دوجسم راازنظر دینامیکی وقتی متشابه گویند که عدد رینولد برای هردوی آنها یکی باشد . لازم نیست شکل مجرا حتماً استوانه‌ای باشد تاازفرمول رینولد بتوان استفاده نمود. مقاطع با شکل غیرمشخص را میتوان «معادل» باقطع استوانه‌ای معین دانست و ((قطر لوله معادل درفرمول گذاشته میشود هرگاه قطرمعادل مدلی نصف شود و سرعت سیال در آن دوبرابر گردد تشابه برقرارمیماند .

مسائل

۱ـ۱۴ سوراخ‌دواری بقطر ۲/۵cm دردیواره‌لوله‌قائمی درعمق ۶m زیرسطح‌آزاد آب لوله وجود دارد . پیداکنید . (a) سرعت جریان . (b) حجم‌آبی‌که درهرثانیه‌خارج میشود . ازتراکم خطوط جریان درلوله صرفنظرشود .

۲ـ۱۴ مطابق شکل ۱۴ـ۲۱ آب درظرفی تا ارتفاع H پرشده و درعمق h زیرسطح آزاد آب سوراخی وجود دارد . (a) درچه فاصله R آب بسطح زمین میرسد ؟ (b) سوراخ دیگری درچه عمقی زیرسطح‌آزادآب تعبیه شود تا آبی‌که که از آن خارج میشود همان فاصله R را طی کرده بزمین برسد ؟



شکل ۱۴ـ۲۱

۳ـ۱۴ قطرظرف‌استوانه‌ای‌به ابر ۱۰cm وارتفاع‌آن ۲۰cm است. سوراخ‌گردی بسطح یکسانتیمتر مربع در وسط‌کف ظرف وجود دارد . آب از لوله‌ای بـا سرعت حجمی $\frac{۱۴۰\,cm^۳}{sec}$ وارد ظرف میشود . (a) آب حداکثرتاچه ارتفاعی درظرف بالا میرود . (b) هرگاه ظرف را پرکنیم در چندثانیه خالی میشود ؟ از اثر تراکم خطوط جریان دردهانه صرفنظرشود .

۴ـ۱۴ سرعت‌آب درنقطه معینی ازیك لوله ۱/۲m/sec و فشار مـانومتری دراین نقطه $۱/۵\times۱۰^۴ dynes/cm^۲$ است .فشارمانومتری رادرنقطه دیگری‌که ۶cm پائین‌تر ازنقطه اول قراردارد وسطح مقطع درآن نصف سطح مقطع درنقطه اول است بدست‌آورید.

۵ـ۱۴ فشارمانومتری هوای فشرده موجود در روی سطح‌آب در ظـــــرفی $۳\times۱۰^۴ dynes/cm^۲$ است . درعمق ۵m زیر سطح آزاد آب سوراخی وجود دارد . سرعت خروج‌آبرا ازسوراخ بدست‌آورید .

۶ـ۱۴ فشارمانومتری‌آب درلوله‌ای چقدرباشد تا بتواند آنرا تا ارتفاع ۱۸m در لوله بالا برد .

۷ـ۱۴ سطح مقطع ظرفی بقدرکافی وسیع وآب تاارتفاع ۳۰cm درآن قرار دارد.

درته ظرف سوراخی بقطر $۶۴cm^۲$ وجود دارد . (a) در هرثانیه چندلیترآب از ظرف خارج میشود ؟ (b) درچه فاصله‌ای زیرسوراخ ، سطح مقطع جریان نصف سطح سوراخ‌است.

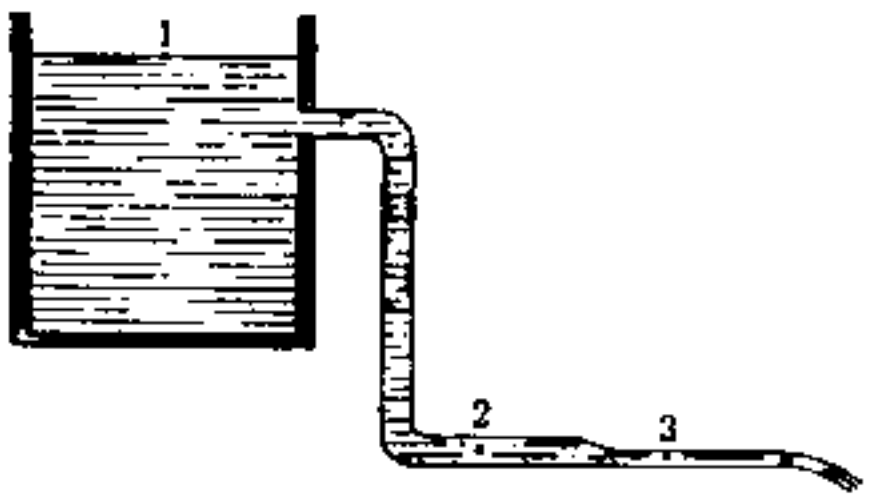
۱۴ـ۸ درظرف مسدودی‌آب دریا تا ارتفاع $۱/۵m$ ودربقیه حجم‌آن هوای فشرده با فشارمانومتری $۳/۲ \times ۱۰^۶ dynes/c^۲m$ وجود دارد . سطح مقطع سوراخی‌که درته ظرف قراردارد $۱۰cm^۲$ است . (a) سرعت حجمی خروج‌آب ازسوراخ چه‌اندازه است ؟ (b) نیروی عکس‌العمل خروج‌آب‌که برظرف وارد میشود چه‌اندازه است ؟

۱۴ـ۹ قطرلوله‌ای $۱۵cm$ است وآب درآن جریان دارد درنقطه دیگری قطرلوله $۷/۵cm$ میشود . هرگاه سرعت‌آن در مقطع ۱۵ سانتیمتری برابر $۱/۲m/sec$ باشد پیداکنید. (a) سرعت‌آبرا درمقطع ۷/۵ سانتیمتری. (b) سرعت‌حجمی خروج‌آب برحسب لیتربرثانیه .

۱۴ـ۱۰ لوله‌ای بسطح‌مقطع $۳۷/۵cm^۲$ به‌لوله دیگری بسطح مقطع $۱۲/۵cm^۲$ وصل است . هرگاه‌آب دریا بتوده ویژه $۱/۰۸gm/cm^۳$ باسرعت $۱m/sec$ درقسمت ضخیم‌ترحرکت‌کند وفشارمانومتری درآن $۷/۶ \times ۱۰^۵ dynes/cm^۲$ باشد فشار درلوله نازکترچقدراست. فشارهوا $۷۵cm$ جیوه‌است .

۱۴ـ۱۱ درنقطه معینی ازلوله‌ای سرعت جریان‌آب $۶۰cm/sec$ و فشارمانومتری $۲/۵ \times ۱۰^۵$ دین برسانتیمترمربع است . فشار مانومتری را در نقطه دیگری از لوله‌که $۱۵m$ پائین‌تراز نقطه اول است بدست‌آورید. سطح مقطع درنقطه دوم نصف سطح مقطع در نقطه اول است .

۱۴ـ۱۲ درظرفی‌که دیواره‌های‌آن قائم است‌آب تا ارتفاع $۱/۲m$ وجود دارد . درقسمت بالای ظرف هوا بافشارمانومتری $۹ \times ۱۰^۵ dynes/cm^۲$ برروی سطح‌آب‌قرار دارد. ظرف برروی پایه‌ای‌که $۲/۴m$ ازکف زمین‌ارتفاع دارد قرارگرفته است . سوراخی بسطح مقطع $۳cm^۲$ در پائین‌ترین نقطه وجود دارد . (a) جریان آب در چه فاصله افقی بسطح زمین میرسد . (b) نیروی قائم وارده برکف را محاسبه‌کنید . (c) نیروی افقی مؤثر برظرف چه‌اندازه است ؟ فرض‌کنید که سطح‌آب وفشارهوای درون ظرف ثابت است . از اثر ویسکوزیته نیز صرفنظرکنید .



شکل ۱۴ـ۲۲

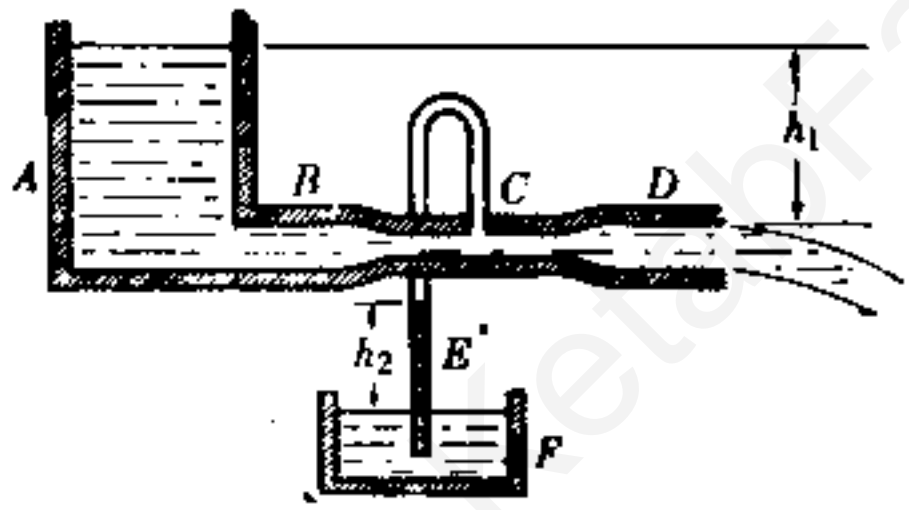
۱۴ـ۱۳ جریان دائمی‌آب مطابق شکل ۲۴ـ۲۲ ازظرفی‌بخارج جریان دارد. ارتفاع نقطه (۱) برابر

۱۲m و (۲) و (۳) برابـر ۱/۲m است . سطح مقطع لوله در نقاط (۲) و (۳) بترتیب ۴۵۰cm^2 و ۲۲۵cm^2 است سطح مخزن بقدر کافی وسیع است . (a) فشار مانومتری رادر نقطه(۲). و (b) سرعت حجمی خروج آب را حساب کنید .

۱۴ـ۱۴ آب دریا بتوده ویژه ۱/۰۸gm/cm^3 دردلـوله‌ای بـاسطح مقطع ثابت بظرفی که در ارتفاعی واقع است جریان دارد . در نقطه‌ای ۱/۳۵m زیرسطح آب ظرف، فشار مانومتری ۷/۲ × ۱۰^{7}dynes/cm^2 است. (a)سرعت آب دراین نقطه چقدر است (b) هرگاه لوله تـا ارتفاع ۲/۷m بـالای سطح آب رود ، سرعت وفشار دراین نقطه چه اندازه است .

۱۴ـ۱۵ آب‌دریا به توده ویژه ۱/۰۸gm/cm^3 درلوله افقی بسطح مقطع ۹cm^2 جریان دارد . اختلاف فشاربین دوسطح مقطع‌معین آن برابر ۳۵۰dynes/cm^2 میباشد. چند لیتر آب دردقیقه از لوله خارج‌میشود .

۱۴ـ۱۶ دردو مخزن وسیع وبازکه در شکل ۱۴ـ۲۳ نشانداده شده‌اند یك مایع وجود دارد . لوله افقی BCD که درمحل C باریکتر ازنقاط دیگراست مایع را ازظرف A بخارج هدایت میکند لوله‌قائم E ازیکطرف بقسمت باریك C لوله



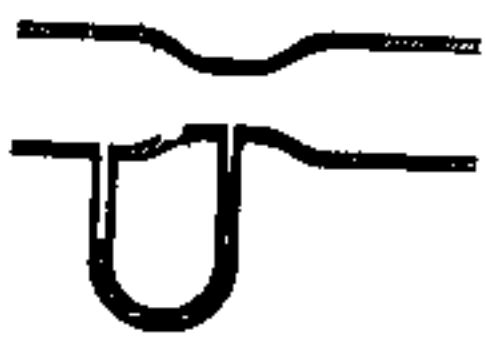
شکل ۱۴ـ۲۳

افقی وارطرف دیگر بظرف F مربوط است هرگاه سطح مقطع در C نصف B و D درعمق h_1 زیر سطح آزاد مایع در A قرار داشته باشد تا چه ارتفاع h_2 مایع درلوله قائم بـالا میرود ، جواب را برحسب h_1 بدست‌آورید . تغییرفشارجو نسبت بارتفاع ناچیز است .

۱۴ـ۱۷ در دونقطه ازیك لوله افقی فشارمانومتری بترتیب ۴/۵ × ۱۰^{4}dynes/cm^2 و ۳ × ۱۰^{4}dynes/cm^2 است . هرگاه سطح مقطع دراین دو نقطه بترتیب ۱۸cm^2 و ۹cm^2 باشد درهر دقیقه چند لیتر آب ازلوله عبورمیکند .

۱۴ـ۱۸ آب ازلوله افقی باسرعت حجمی ۰/۱۲ft^3/sec عبورمیکند . در نقطه‌ای که اندازه سطح مقطع‌آن ۰/۰۱ft^2 است فشارمطلق ۱۸lb/in^2 میباشد. در نقطه دیگر سطح مقطع چه‌اندازه باشد تا فشار ۱۵lb/in^2 شود .

۱۴ـ۱۹ اختلاف فشاربین قسمت ضخیم و نسازك لوله ونچوری برابر ۱۵lb/in^2 است . سطح مقطع لوله در دومحل مذکور ۹۰۰cm^2 و ۴۵۰cm^2 میباشد . در هرثانیه چندلیترآب ازلوله عبورمیکند ؟



شکل ۱۴ـ۲۴

۱۴ـ۲۰ درشکل ۱۴ـ۲۴ دو مقطع لوله بترتیب $36cm^2$ و $9cm^2$ است . درهر ۵ثانیه ۲۷ لیتر آب از لوله عبور میکند . (a) سرعت عبورآب را دومقطع مذکور بدست‌آورید . (b) اختلاف فشار بین ایـن دونقطه چقدراست . (c) اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه لوله U شکل چیست ؟

۱۴ـ۲۱ ازآب بعنوان مـایع مـانومتری درلوله پرانت برای اندازه‌گیری سرعت هواپیما استفاده میشود . هرگاه حداکثر اختلاف ارتفاع در دولوله بتواند $10cm$ باشد حداکثرچه‌سرعتی با آن قـابل اندازگیری است ؟ توده ویژه هوا $1/3 \times 10^{-3}$ گرم برسانتیمترمکعب است .

۱۴ـ۲۲ قطراستوانه دوار داخلی ویسکوزومتر شکل ۱۴ـ۱۱ برابر $5cm$ ، قطر داخلی سیلندر ساکن $5/4cm$ و قطرقرقره $4cm$ است . مایعی‌که ویسکوزیته‌آن ۶ پواز است فضای بین دو استوانه را پرمیکند . ارتفاع مـایع $8cm$ است . وزن وزنه‌آویزان را $30gm$ فرض‌کنید وسرعت حدسقوط وزنه را حساب‌کنید .

۱۴ـ۲۳ مایعی ویسکوز درون لوله‌ای مطابق شکل ۱۴ـ۱۳ (b) جریان‌آرام‌دارد. ثابت‌کنیدکه سرعت حجمی عبورسیال دراین لوله برابرسرعت حجمی دروضعی است‌که سیال درهمه نقاط لوله با نصف سرعت مایع درمحور حرکت‌کند .

۱۴ـ۲۴ (a) سرعت حدحباب هوائی بقطریك میلی‌متر که درمایعی بضریب‌ویسکوزیته $150cp$ وبتوده ویژه $0/90gm/cm^3$ صعود میکند بدست‌آورد . (b) سرعت حد این حباب درآب چقدراست ؟

۱۴ـ۲۵ (a) اندازه سرعت‌گلوله‌آهنی بشعاع یك میلی‌متر را در لحظه‌ای‌که شتاب آن نصف شتاب سقوط‌آزاد است ودرون ظرفی ازگلیسیرن درحال سقوط است بدست‌آورید. (b) سرعت حد این‌گلوله درگلیسیرین چه‌اندازه است ؟ توده ویژه‌آهن وگلیسیرن بترتیب ۸/۵ و ۱/۲۲ گرم برسانتیمترمکعب میباشد .

۱۴ـ۲۶ فرض‌کنید سرعت هوا درسطح بالائی بال هواپیمائی برابر $30m/sec$ و درپائین سطح بال $24m/sec$ است . هرگاه جرم بال $300kgm$ وسطح‌آن $3/6m^2$ باشد نیروی‌کل مؤثربربال چه اندازه است . توده ویژه هوا $0/0013 \frac{gm}{cm^2}$ است .

۱۴ـ۲۷ هواپیماهای‌جدید باید بتوانند نیروی بالابرنده‌ای معادل $1000n$ برای

هرمترمربع از سطح بال ایجادکنند . هرگاه سرعت هوا درسطح زیرین بال $۹۰m/sec$ باشد سرعت هوا را درمجاورت سطح فوقانی بال بدست آورید . توده ویژه هـــــــوا $۰/۰۰۱۲gm/cm^۳$ است .

۱۴ـ۲۸ آب $۲۰^\circ C$را با سرعت $۵۰cm/sec$ ازلوله‌ای بقطر $۳mm$عبورمیکند . (a) عدد رینولد و (b) طبیعت جریان را مشخص کنید .

۱۴ـ۲۹ آب $۲۰^\circ C$ ازلوله افقی‌بقطر $۱۵cm$ با مکش پمپ‌کشیده شده بهوای‌آزاد وارد میشود . هرگاه در نقطه‌ای‌که $۳۰۰m$ ازانتهای لوله (محل پمپ) فاصله دارد فشار مطلق‌آب $۱/۰۲atm$ باشد . (a) سرعت جریان‌آب چه‌اندازه است ؟ (b) طبیعت‌جریان چیست . (c) سرعت حجمی آب چندلیتر برثانیه است ؟

۱۴ـ۳۰ ظرفی‌که درسمت چپ شکل ۱۴ـ۱۴ (a) نشانداده شده بقدرکافی وسیع و بهوای‌آزاد مربوط است . عمق $y = ۴۰cm$ مقاطع لوله افقی‌که از ظرف خارج می‌شود بترتیب $۱cm^۲$ و $۰/۵cm^۲$ و $۰/۲cm^۲$ است . مایع‌کامل و ویسکوزیته‌آن صفراست . (a) سرعت حجمی خروج‌آب از ظرف چه اندازه است . (b) سرعت جریان درهرسطح مقطع چه اندازه است ؟ (c) ارتفاع مایع درلوله‌های قائم چه اندازه‌اند .

فرض‌کنیدکه مایع درشکل ۱۴ـ۱۴ (b) ویسکوزیته‌ای برابر $۰/۵$ پواز داشته‌باشد. توده ویژه مـایع را $۰/۸gm/cm^۳$ و عمق مایع را طوری فرض‌کنیدکه سرعت حجمی جریان نظیر قسمت (a) که فوقاً بیان شد باشد. فواصل c و d ونیز e و f هریك $۲۰cm$ فرض شود . سطوح مقاطع لوله افقی را درهرشکل یکسان فرض‌کنید (قسمت a و b شکل ۱۴ـ۱۴).(d) اختلاف سطح مـایع درلوله‌های (c) و (d) چه‌اندازه است . (e) اختلاف ارتفاع درلوله‌های e و f رابدست‌آورید . (f) سرعت جریان درمحور لوله افقی چه‌اندازه است ؟

۱۴ـ۳۱ (a) آیا معقول است‌که جریـان را درقسمت دوم مسئله ۱۴ـ۳۰ لایـه‌ای (آرام) فرض‌کنیم ؟ (b) آیا اگرمایع‌آب باشد جریان لایه‌ای است ؟

فصل پانزدهم

دما و انبساط

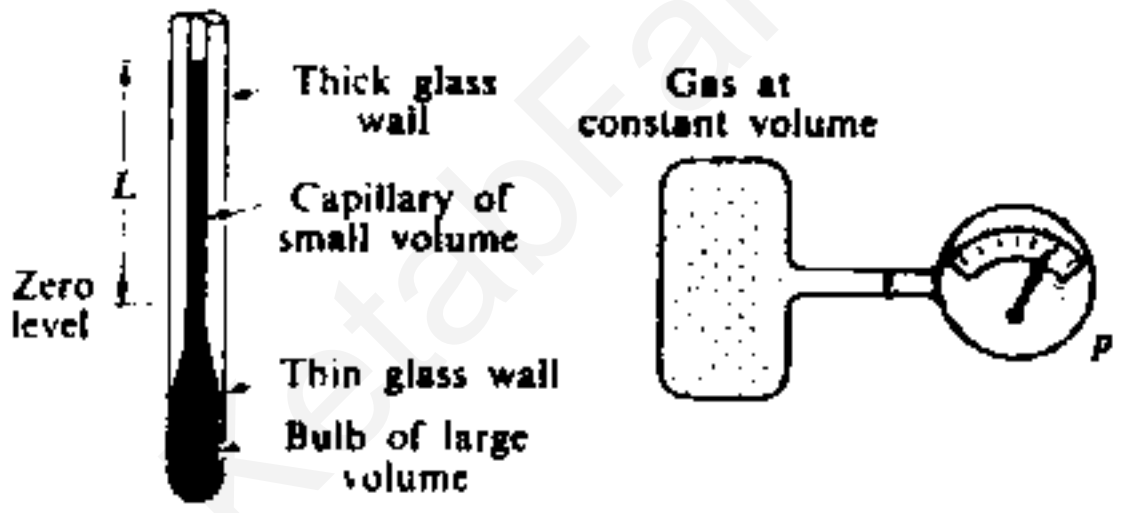
۱۵ـ۱ ، دمـا

برای بیان حالت تعادل یك سیستم مکانیکی وپیش بینی نحوه حرکت اجسام صلب یا سیالات سه «بی تعریف» اساسی طول وجرم و زمان میبایست شناخته شود . تمام کمیات مهم دیگر را درمکانیك برحسب این سه کمیت بیان میکنند حال میخواهیم در بـاره پدیده‌های دیگری از فیزیك که به پدیـده های گرمائی مشهورند بحث کنیم . این پدیده‌ها در فیزیك کلاسیك غیرمکانیکی شناخته شده‌اند و برای بحث دربـاره آنها به «بی تعریف» دیگری بنام **دما** نیازمندیم :

همه ما ازکودکی بامفهوم گرمی و سردی آشنا هستیم ومعنی اصطلاحات گرم ، سرد ، داغ وغیره را بخوبی میدانیم وقتی بالمس کردن جسمی گرم یاسرد بودن آنرا امتحان میکنیم حس تشخیص دمای خود را بکارانداخته‌ایم تـا به بینیم جسم موردنظر گرم است یا سرد . وقتی جسمی گرم است دمای آن بالاست وبالعکس . این درست مثل این است که ما وزنه‌ای اززمین بلند میکنیم یا بآن ضربه‌ای میزنیم تا اینکه جرم آن را از نظر کمی تشخیص دهیم باید ابتدا رابطه‌ای نظیر آنچه بین جرم و شتاب است بشناسیم ، نیروی مؤثر برجسم و شتاب حاصله را اندازه گرفته جرم جسم را بکمك عملیات جبری بدست آوریم . امـا اندازه گیری دقیق این کمیات بکمك ماهیچه‌های بدن ممکن نیست. برای تعیین دمای یك جسم نیز نمیتوان براساس احساس ما ازدما، آنرا دقیقاً تعیین کرد و بیك رشته عملیاتی نیازمندیم که رابطه‌ای با درك ذهنی ما از دما ندارند ، بلکه بـاید جنبه سنجش داشته باشند . دراین بـاره ذیلا صحبت میکنیم .

سیستم‌های معینی هستند که وضع هریك از آنها ممکن است بیکی از کمیات فیزیکی

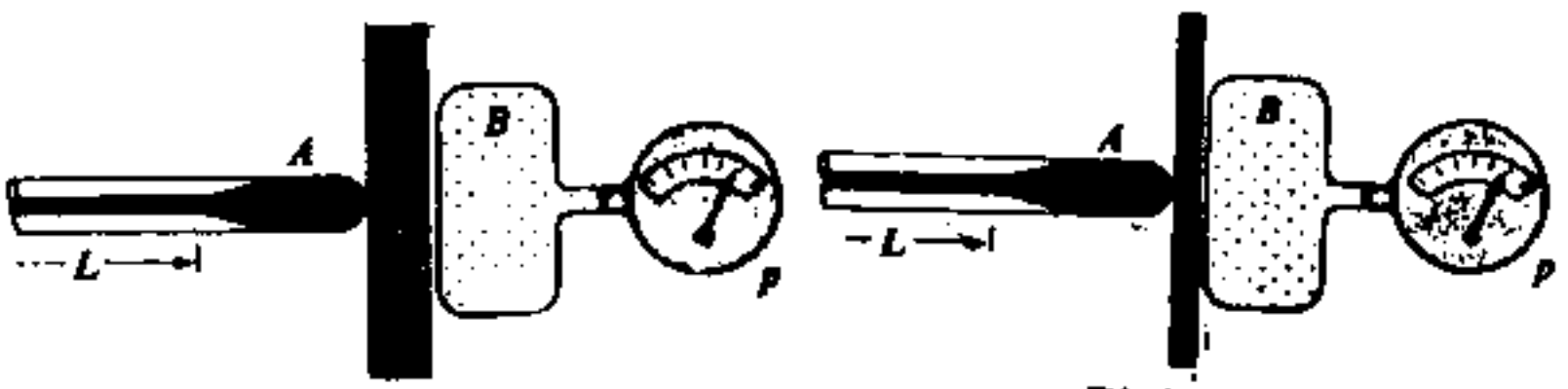
وابستگی داشته جهت اندازه گیری آن کمیت بکار روند . مثلا مایعی نظیر جیوه یا الکل که در مخزنی با دیواره نازك شیشه‌ای قرار دارند و مخزن مذکور لوله‌ای شیشه‌ای باجدار ضخیم‌تر وصل است [شکل ۱۵-۱(a)] میتواند چنین سیستمی باشد . L طول ستون جیوه ، یکی از مختصات دستگاه است که با تغییر دما تغییر میکند . (مبدء سنجش L یك نقطه اختیاری است .) دستگاه ساده دیگری که درشکل ۱۵-۱ (b) نشانداده شده است . ظرفی است بادیواره نازك وحجم ثابت که درون آن از گازی پرشده است وفشارسنجی بآن وصل است و فشار گاز را در هروضع نشان میدهد. مختصات مورد نظر ما دراین دستگاه فشاراست . درقسمت بعد خواهیم دید که هر گاه سیمی نازك (که کشش مؤثر بر آن ثابت باشد) داشته باشیم مقاومت الکتریکی سیم، مختصات مورد استفاده درسنجش دماست . همچنین دو فلز غیرهم جنس که در نقطه‌ای بهم جوش داده شده‌اند نوع دیگر ازاین دستگاه‌هاست و مختصات مفید درسنجش دما نیروی الکتروموتوری محل اتصال است .



شکل ۱۵-۱ (a) دستگاهی که مختصات آن L است. (b) دستگاهی که مختصات آن p است .

فرض کنیم A معرف دستگاه جیوه‌ای که L مختصات آن است و B معرف دستگاه گاز باحجم ثابت که مختصات آن p است، باشد. هر گاه A و B بهم متصل شوند در مختصات L و P آنها عموماً تغییراتی ایجاد میشود (در اثر تغییر دما) . چنانچه میان A و B دیواره‌ای ضخیم قرار گیرد که جنس آن کائوچو است و امثالهم باشد تغییرات L و P تقریباً مستقل از یکدیگر است . فرض کنیم دیواره‌ای ایده‌آلی وجود داشته باشد که وقتی بین دو دستگاه قرار گیرد L و P کاملا مستقل ازهم تغییر کند چنین دیواره آنرا دیواره **آدیاباتیك** مینامند . دیوار آدیاباتیك مطلق وجود ندارد ولی بطور تقریبی میتواند وجود داشته باشد شکل ۱۵-۲ (a) نحوه نمایش دیواره آدیاباتیك را نشان میدهد . (دیواره هاشور خورده و نسبتاً ضخیم، علامت قراردادی دیواره آدیاباتیك است)

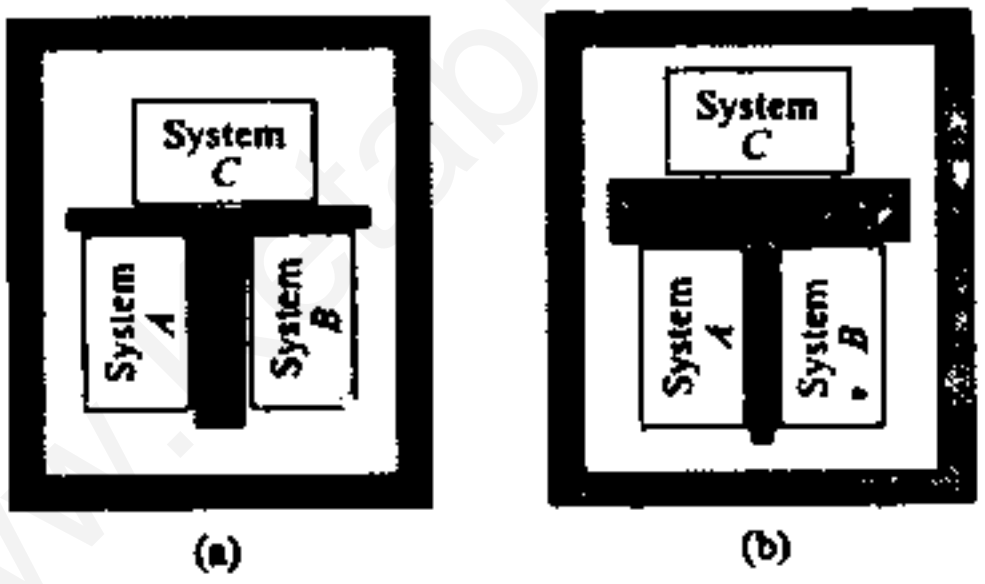
هر گاه A و B بهم متصل باشند یا دیواره نازك فلزی آنها را ازیکدیگر جدا کند و دیواره طوری باشد که حتماً تغییرات P و L برهم اثر متقابل داشته باشند دیواره را **دیاترمیك** مینامند . ورقه نازك مسی دیواره تقریباً دیاترمیك است . [شکل ۱۵-۲ (b)]



Adiabatic wall (a) Diathermic wall (b)

شکل ۱۵–۳ دستگاهی جیوه‌ای A وگازی B با دیواره‌ای ازهم جدا شده‌اند (a) دیواره‌آدیاباتیک (b) دیواره دیاترمیک

معمولا دیواره دیاترمیك را مطابق شکل سیاه میکشند . زمانی فرا خواهد رسید که دیگر تغییراتی در A و B اتفاق نمی‌افتد . نقطه تماس دو جسم را در حالت مذکور یعنی وقتی مختصات A و B تغییر نمی‌کند درحال **تعادل دمائی** مینامند .



(a) (b)

شکل ۱۵–۳ قانون صفرم ترمودینامیك (a) اگر A و B درحال تعادل‌گرمائی با C باشند (b) A و B بایکدیگر بحال تعادل‌گرمائی هستند .

دو سیستم A و B را فرض کنید که با دیواره‌آدیاباتیکی ازهم جدا شده و هریك بطور جداگانه با سیستم C با دیواره دیاترمیك در حال تماس‌اند ومطابق شکل ۱۵–۳ (a) مجموعه را یك دیواره آدیاباتیك از محیط خارج جدا میسازد . تجربه نشان میدهدکه دو دستگاه پس از مدتی بادستگاه سوم بحال تعادل درمی‌آیند و اگر دیواره‌آدیاباتیك را با دیاترمیك عوض‌کنیم نیز تغییری در وضع‌آندو بوجود نمی‌آید ، [شکل ۱۲–۵ (b)] حال اگر بجای اینکه A و B را دریکزمان.به C وصل کرده بگذاریم بحال تعادل درآیندابتدا A را با C بهم وصل‌کنیم تا بحال تعادل درآیند سپس B را به C وصل‌کنیم (وضع دستگاه C درهر دوحال یکی است) وبگذاریم تاآنها نیزبحال تعادل درآیند سپس دیواره‌آدیاباتیك بین A و B رابرداشته دیواره دیاترمیك بجای‌آن قراردهیم‌می‌بینیم که A و B بحال تعادل

هستند. بنابراین وقتی‌میگوئیم « دو دستگاه بحال‌تعادل‌دمائی» هستندبدین معنی‌است که اگر بین آنها دیواره دیاترمیك قرارگیرد باز هم مجموعه دودستگاه بحال **تعادل دمائی** باقی خواهند ماند .

این واقعیت تجربی را چنین بیان میکنند : **دو دستگاه‌که هریك با دستگاه ثالثی بحال تعادل دمائی هستند با یکدیگر نیز تعادل گرمائی دارند** . R . H Fowler این بیان را **اصل صفرم ترمودینامیك** نامیده است . دراول چنین بنظرمیاید که اصل‌صفرم ازبدیهیات است وبیان‌آن موردی ندارد ولی چنین نیست زیرا همیشه نمیتوان چنین نتیجه‌ای را ازبیان مشابه‌آن‌بدست‌آورد . مثلا میله A و B که هریك‌دارای بارالکتریکی‌هستند میله باردار C راجذب‌میکنند ولی میدانیم A و B یکدیگر را جذب نخواهندکرد . (دو خانم A و B آقای C را دوست دارند . نمیشود نتیجه‌گرفت‌که حتماً دوخانم A و B یکدیگر را دوست دارند !!)

فرض‌کنیم دوجسم A و B مدتی با دیواره دیاترمیك بهم متصل باشند ممکن است بحال تعادل دمائی‌برسند یا نرسند. سئوال ما این است‌که‌کدام‌کمیت فیزیکی متعلق به A با همین‌کمیت مربوط به B باهم‌مساوی میشوند تا تعادل دمائی حاصل‌شود ؟ مسلم این‌است که این‌کمیت جرم ، وزن ، توده ویژه ، مدول الاستیسیته ، بارالکتریکی یاحالت مغناطیسی دوجسم نیست‌که با هم مساوی شده‌اند . **پس کمیت جدیدی متعلق به دو جسم وجود دارد که باهم مساوی هستند این‌کمیت را دما مینامیم** دماکمیت منسوب به جسمی است‌که معلوم میدارد آیا این جسم با جسم دیگر تعادل دمائی دارند یا نه .

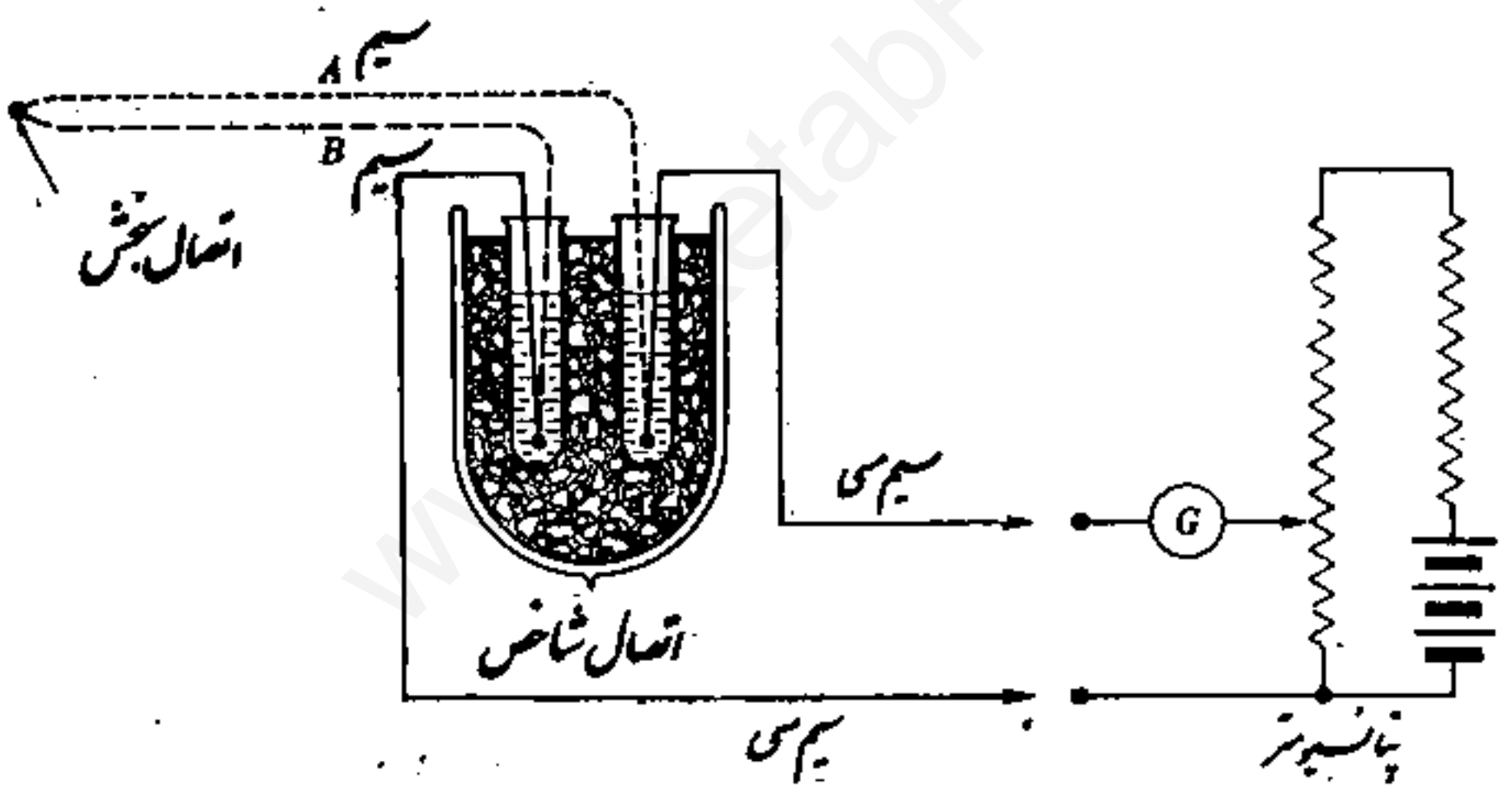
دمای چند جسم راکه بحال تعادل دمائی هستند بایك عدد میتوان نشان داد .تعریف اشل دمائی مجموعه قواعدی است‌که بکمك‌آنها میتوان اعداد را بدماهای مختلف نسبت‌داد. پس ازانجام این عمل یعنی نسبت دادن اعداد به دماهای اجسام : میتوان گفت شرط تعادل دمائی بین دوجسم این است‌که دمای‌آنها باهم مساوی باشد و هرگاه دمای دوجسم مساوی نباشند مطمئناً این دوجسم بحال تعادل دمائی نیستند .

ازبحث اساسی فوق‌که درباره مفهوم دما باختصاربیان شد نتیجه میشودکه دماکمیتی منسوب باجسام است بطوریکه اگرچندجسم باهم درحال تماس باشند پس ازمدتی دمای همه آنها یکسان میشود . (بشرط آنکه مجموعه چندجسم را در محیطی‌که با دیواره‌آدیاباتیك ازخارج جدا شده است قرار دهیم) معلوم میشودکه مفهوم فوق الذکر دما با مفهوم سرد و گرم بودن اجسام قابل تطبیق است چه تا آنجاکه بحواس ما بتوان اطمینان کرد میتوان دریافت‌که وقتی چند جسم سرد وگرم را مدتی پهلوی هم قراردهیم همه‌آنها بوضع متعادلی درمیایند . اما بیان مطلب بصورت فوق ازدوجهت‌لازم بود. نخست‌آنکه بیان مذکور اساس

قواعد اندازه گیری دما را بیان میکند دوم آنکه این بیان پایه محکمی برای فهم این مبحث ازفیزیك درسطح عالیتر است .

۱۵–۲ ، دماسنج

هر گاه بخواهیم دمای چند جسم را تعیین کنیم ساده‌ترین راهها این است که یکی از آنها را بعنوان دستگاهی که میتواند تعادل دمائی خود دستگاه را باهریك ازاجسام دیگر نشان دهد انتخاب کنیم . چنین دستگاهی را ترمومتر یا **دماسنج** مینامند وقتی دماسنجی را میخوانیم مفهوم آن این است که دماسنج باجسمی که دمای آن اندازه گرفته میشود بحادل تعادل دمائی هستند مهمترین خصیصه هردماسنج **حساسیت** آن (تغییر قابل ملاحظه مختصات بازاء تغییر ناچیز دما) ، **دقت** و امکان تجدید (**reproducibility**) آن است . همچنین در مرحله بعد **سرعت اندازه‌گیری** باآن نیزدارای اهمیت است ذیلا چند نمونه دماسنج راکه همه خواص مذکور را دارند شرح میدهیم .



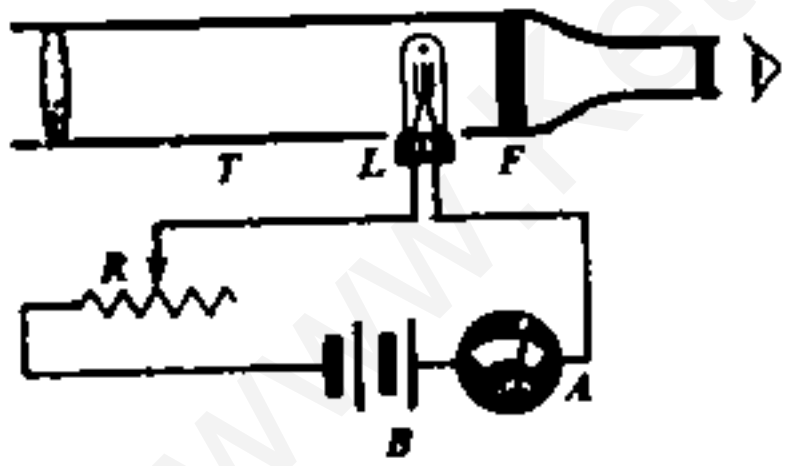
شکل ۱۵–۴ ترموکوپل با اتصال سنجش و اتصال مبدء

مهمترین دماسنجی که در اغلب آزمایشگاه‌های تحقیقاتی و صنعتی مورد استفاده است ترموکوپل میباشد . این دماسنج تشکیل شده است ازدو ورقه فلزی غیرهم جنس که بهم جوش داده شده و اتصال سنجش **test junction** نامیده میشود (شکل ۱۵–۴) این اتصال را درمحلی که باید دمای آن اندازه گرفته شود قرارمیدهند چون جرم اتصال سنجش کم است با دریافت مقدار کمی گرما گرم شده سریعاً با اجسام مختلف بحال تعادل دمائی در میاید . دو اتصال سنجش در دستگاه وجود دارد اولی از اتصال **A** و مس و دومی ازاتصال **B** و مس

بدست‌آمده است . این دو اتصال را در دمای ثابت دلخواهی قرار میدهند . مختصاتی از دستگاه که باتغییردماتغییرمیکند نیروی‌الکتروموتوری است که درکوپل دراثـر اختلاف دما ایجاد میشودکه با دستگاهی بنام پتـانسیومتر اندازه گرفته میشود . ترموکوپل‌هائی با یك اتصال که از پلاتین وآلیاژ ۹۰٪ پلاتین ۱۰٪ رودیوم rhodium تشکیل شده اسـت . از اتصال مس وکنستانتان نیزاستفاده میشود .

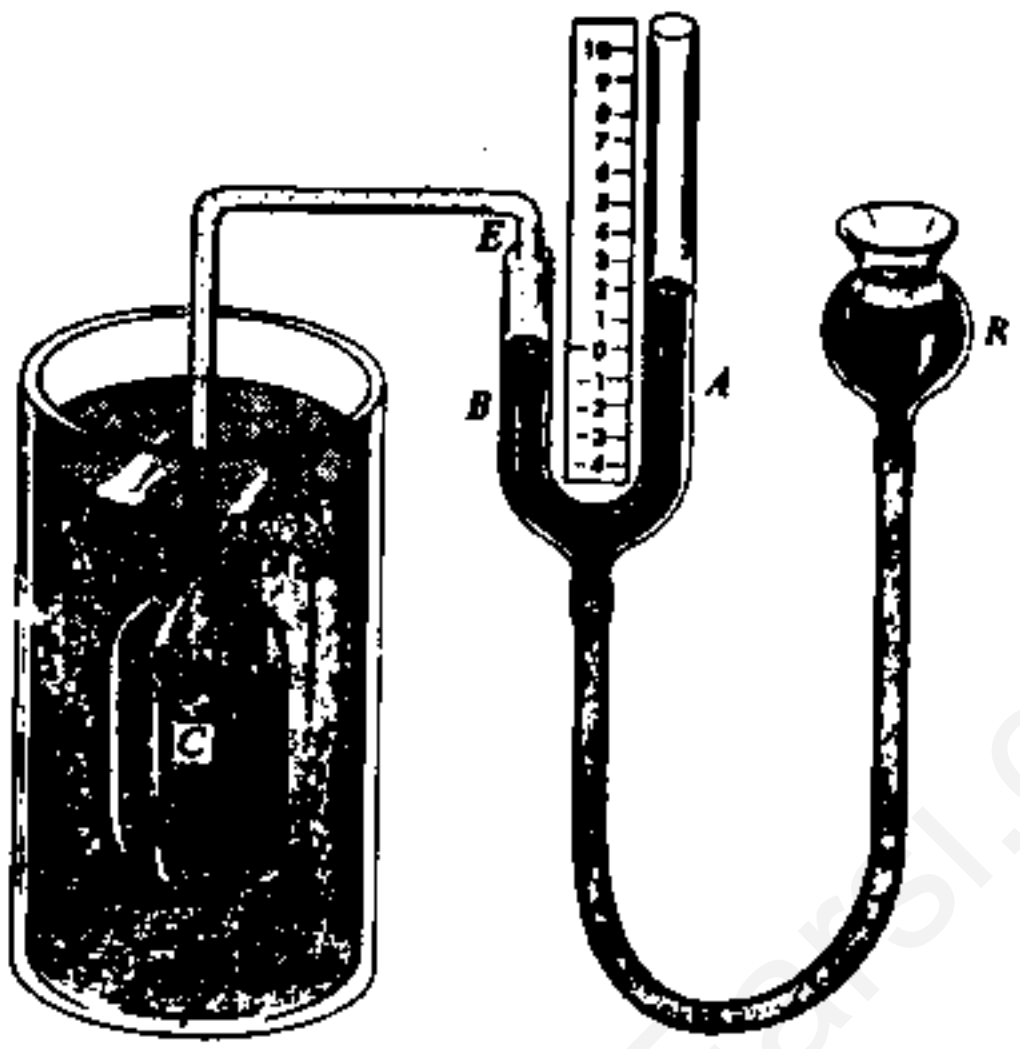
دماسنج مقاومتی ازسیم بسیارنازکی که معمولا برای حفاظت درون لوله نقره‌ای قرار دارد تشکیل شده است . سیم‌های هادی این مقاومت (سیم نازك) را به دستگاه سنجش‌مقاومتی نظیرپل وتستون وصل می‌کنند . مقاومت الکتریکی سیم را بادقت بسیارزیاد میتوان اندازه گرفت. بنابراین تغییرات،مقـاومت مذکور را در اثرتغییردمامیتوان‌بدقت اندازه گرفت. از همین جهت دماسنج مقاومتی دستگاه بسیار دقیقی برای سنجش دماست. برای‌سنجش‌دماهای بسیارپائین‌استوانه‌کوچکی‌ازکربن ویا بلورکوچکی‌ازژرمانیوم رابجای سیم پیچ فوق‌الذکر قرار میدهند .

برای سنجش دمـاهای بسیار بالا از **پیرومتر اپتیکی** استفاده میشود . این دستگاه تشکیل شده است ازدوربینی که درون‌آن لامپی وجود دارد . یك صافی قرمزرنگ که فقط نور قرمز را عبورمیدهد جلولامپ قرار دارد . (شکل ۱۵–۵) وقتی‌لوله دوربین رابطرف کوره‌ای بگیریم درون دوربین رشته لامپ بصورت خط سیاهی در زمینه روشن حاصل از نور کوره دیـده میشود . لامپ به باتری B ورئوستای R وصل است . بـا تغییرمقاومت رئوستا شدت‌جریان رادرلامپ‌طوری تغییر می‌دهیم که رنگ رشته لامپ و رنگ زمینه روشن کوره یکسان شده رشته لامپ «ناپدید» شود جریان ازدستگاه سنجش که برحسب دما مدرج شده است عبور میکند ودمـا را میتوان روی آن خواند . چون هیچیك از قسمتهای دستگاه درون کوره قرار نمی‌گیرد دمـاهائی بالاتر ازنقطه ذوب فلزات را نیزمیتوان بآن اندازه گرفت .



شکل ۱۵–۵ اساس پیرومتراپتیکی

ازمیان‌کلیه عواملی‌که برحسب دما متغییرندگازها از نظرحساسیت دقت اندازه گیری و امکان تجدید ازهمه ممتازاست. درشکل ۱۵–۶ اساس دماسنج گازی باحجم ثابت نشانداده شده است . جنس موادیکه درساختن این نوع دماسنج‌ها بکاررفته ، وابعاد وطرزساختمان آن تابع حدود دمائی‌که باید با این دستگاه سنجیده شود میباشد .



شکل ۱۵–۶ دماسنج گازی با حجم ثابت

معمولا گازهلیوم درحباب C است وتغییرات فشارآنرا میتوان با مانومترجیوه‌ای بـا لوله باز اندازه گرفت . هرچه فشارگاز زیـادترشود سطح جیوه درشاخه B پائین رفته در شاخه A بالا میاید . پائین لوله U شکل بیك لوله لاستیکی مربوط است که از طرف‌دیگر به مخزن‌جیوه‌ای R وصل میباشد. با بالا وپائین بردن‌مخزن همیشه سطح جیوه را درشاخه B درمحل E ثابت نگاه میداریم بنابراین حجم گازثابت میماند .

دماسنج گازی در مراکزستاندارد وآزمایشگاه‌های تحقیقاتی مورد استفاده است ولی چون حجم آنها زیاد است و دیر بتعادل دمائی میرسند درموارد عادی کمتر مورداستفاده‌اند .

۱۵–۳ ، طرزوضع اشل دمائی

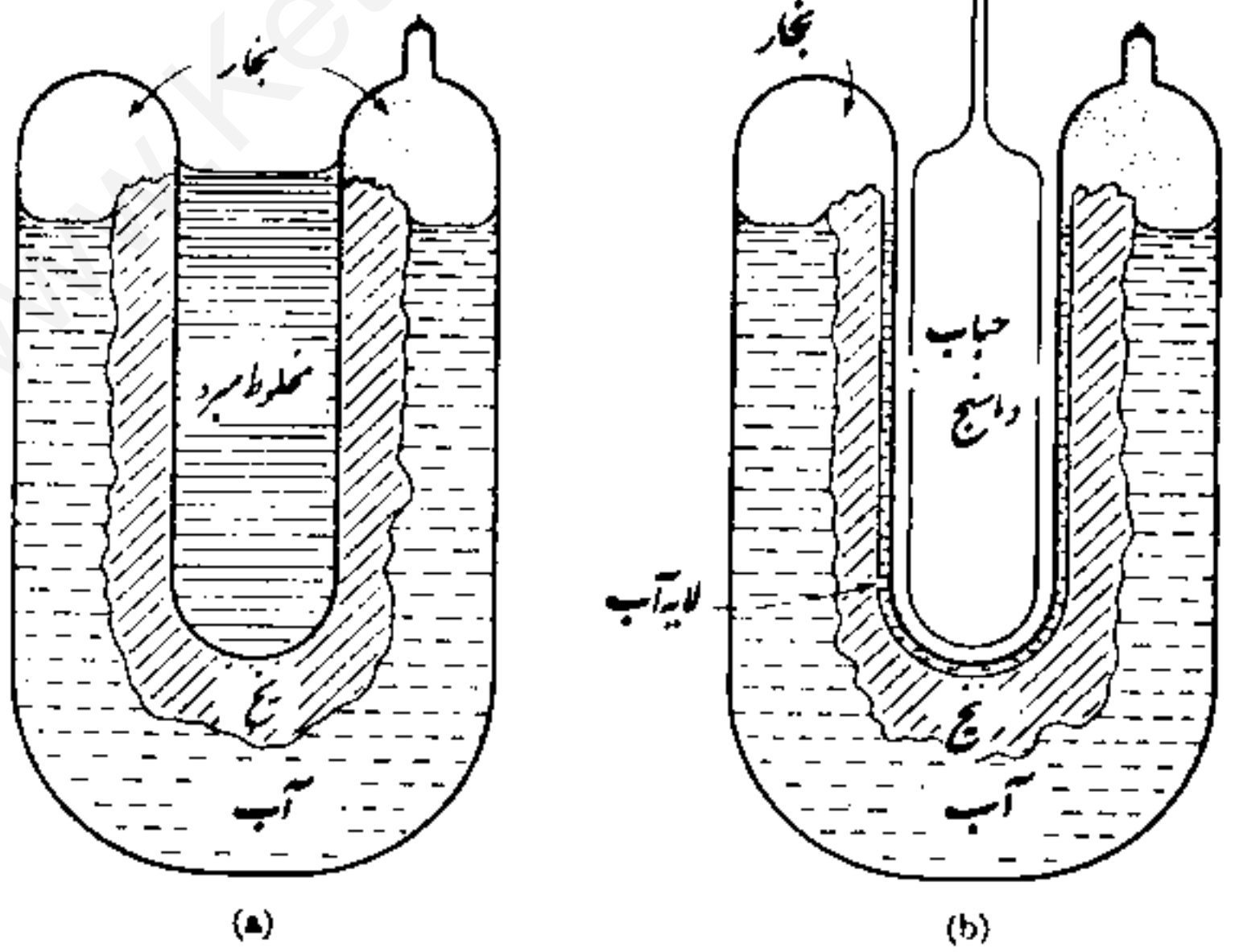
در هریك ازانواع دمـاسنجهای فوق‌الذکروقتی «عامل متغییر با دما» ثابت میماند دلیل براین است که دما ثابت است باین‌ترتیب دریافته‌اندکه هرگاه مایع وجامدی از یك جنس بحال تعادل در مجاور هم باشند (یعنی مایع بجامد ویا جامد بمایع تبدیل نشود .) دمای مخلوط آنها درفشارثابت ، مقداریست ثابت . همچنین وقتی مایعی درفشارثابت بابخار هم‌جنس‌خود بحادل‌تعادل است دمای‌آن ثابت است .

دمائی راکه درآن جسم جامدومایع هم جنس‌آن درفشارجو بحال تعادل است **نقطه ذوب** متعارف یـا NMP (مخفف **normal melting point**) جسم‌مینامند. همچنین

دمای تعادل یك مایع یـا بخارهم جنس‌آن را در فشار جو **نقطه جوش متعارف** یا **NBP** (مخفف **normal boiling point**) مینامند .

ممکن است در دما و نقطه مشخصی جامد ، مایع و بخارهم جنسی بحال تعادل وجود داشته‌باشداین دما وفشاررا **نقطه سه‌گانه** یا **TP** جسم مینامند.(مخفف**tripple point**) فشار نقطه سه‌گانه‌آب ۴/۵۸ میلی‌مترجیوه‌است. دربعضی مواقع تعادل بین جامد و بخار هم جنس در فشارآتموسفریك وجود دارد . دمـائی‌که درآن این تعادل وجود دارد **NSB** (مخفف **normal sublimation point**) نامیده میشود .

NMP و **NSB** و **NBP** و **TP** هرجسم را میتوان مقیاس سنجش دروضع اشل دما قرارداد . هردمائی‌که بدین ترتیب انتخاب شود **نقطه ثابت fixed potnt** نامیده میشود . پیش از ۱۹۵۴ دونقطه ثابت‌وجود داشت . **NBP** آب ونیزدمای تعادل یخ‌خالص وآبی‌که از هوا اشباع شده باشد . هردونقطه‌ثابت‌مذکور امروزه متروك اعلام شده است . **در دمـاسنجی جدید ، تنها یك نقطه ثابت اختیار شده است وآن نقطه سه‌گانه‌آب‌است.** که مقدارآن برابر **K**°۲۷۳/۱۶ (°۲۷۳/۱۶ درجه‌کلوین) انتخاب شده است .



شکل ۱۵–۷ دستگاهی که‌آن یخ و بخارآب بحال تعادل وجود دارد تانقطه سه‌گانه‌آب درآن مشخص شود .

برای اینکه بتوان نقطه سه‌گانه‌آبرا بدقت ایجاد نمود به ظرفی‌نظیرآنچه در شکل

۱۵–۷ نشانداده شده‌است نیازمندیم . هوای درون ظرف‌راازآن خارج کرده و سپس‌مجرای مکش را بسته‌اند . بکمك محلول سردکننده‌ای قسمتی ازآب درون ظرف منجمد میکنیم و چون فضای خالی در قسمت بـالای ظرف وجود دارد بخارآب درآن قسمت ایجاد میشود بنابراین یخ و آب و بخار آب بحال تعادل وجود دارند ونقطه سه‌گانه ایجاد شده است . حباب دماسنج دروسط ظرف قرار میگیرد .

فرض کنیم نیروی الکتروموتوری ε یامقاومت R یافشار p دردماسنج‌های ترموکوپل، مقاومتی و گازی را باکمیت X (که یك کمیت ریاضی است) نشان میدهیم .

بنابرتعریف نسبت دو دمـــا مساوی نسبت دومقدار X نظیرآن است . یعنی اگـــر دماسنجی‌درحال تعادل گرمائی باجسمی، کمیت X و درحال تعادل گرمائی‌باجسم‌دیگر، کمیت $X_۳$ را نشان‌دادنسبت $T(X)$ به $T(X_۳)$ دمای دوجسم‌مساوی‌نسبت X و $X_۳$ خواهد بود یعنی داریم :

$$\frac{T(X)}{T(X_۳)}=\frac{X}{X_۳} \qquad (۱–۱۵)$$

مقادیری راکه دارای اندیس (۳) هستند مربوط به یکی‌ازنقاط ثابت مثلا نقطه سه‌گانه‌آب فرض میکنیم پس $T(X_۳)=۲۷۳/۱۶^\circ K$ و ازآنجا :

$$T(X)=۲۷۳/۱۶^\circ K\frac{X}{X_۳} \qquad (۲–۱۵)$$

نکته اساسی ومهم‌این است‌که رابطه ۱۵–۱ یك رابطه‌کاملااختیاری است‌مثلامیتوانستیم نسبت دو دما را متناسب باتوان دوم مقادیر X یا لگاریتم‌آنها ویا منهای معکوس‌آنهافرض کنیم .

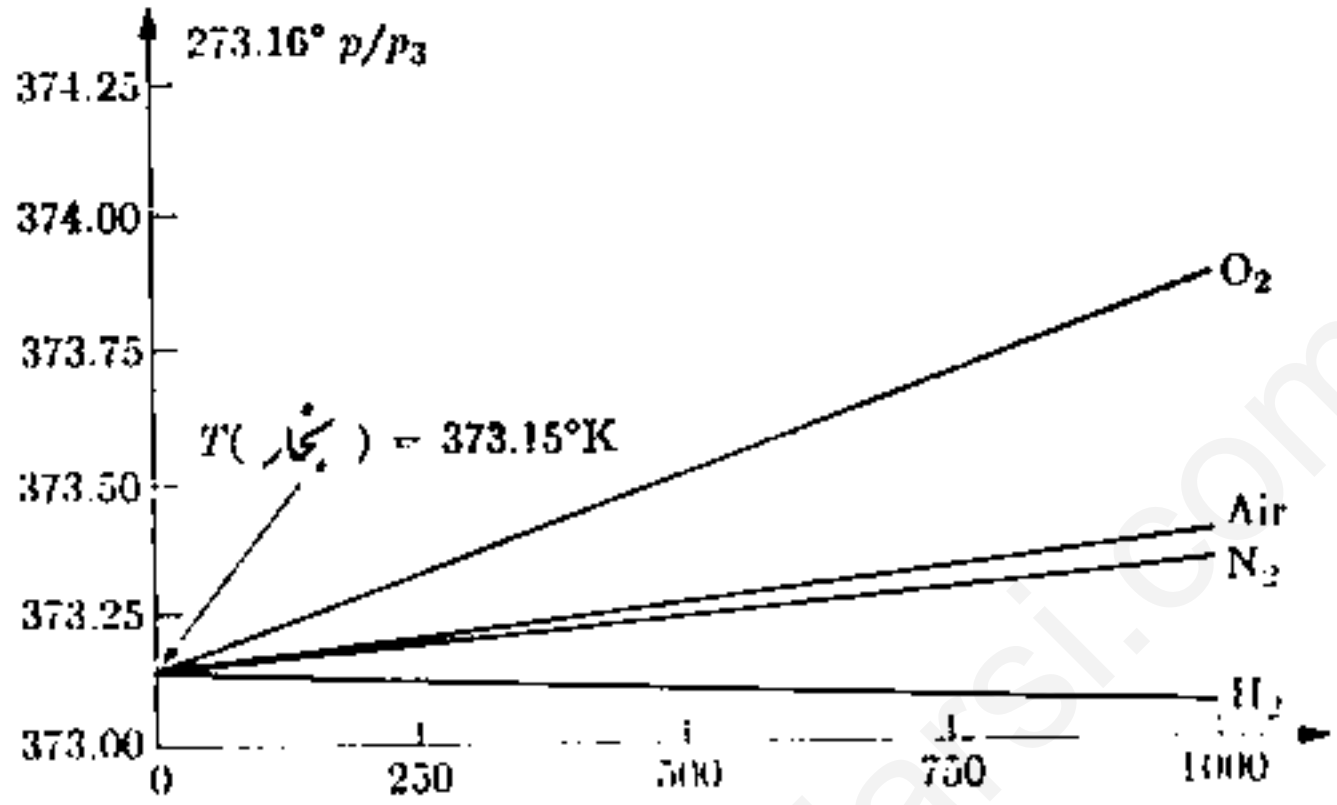
حال باید دید بااستفاده ازفرمول ۱۵–۲ چه نتایجی ازسنجش دمابکمك دماسنجهای مختلف بدست میاید . نتایج چنین‌آزمایشی باچهار دماسنج مختلف (ترموکوپل مس نیکل دماسنج مقاومتی پلاتین و دو نوع دماسنج هیدروژنی با حجم ثابت بافشارهای مختلف) در مورد شش نقطه ثابت انجام داده و نتایج‌آنرا در جدول ۱۵–۱ ثبت‌کرده‌اند : از فرمول ۱۵–۲ معلوم است‌که باید دمای نقطه سه‌گانه‌آب‌را $۲۷۳/۱۶^\circ K$ باشد . نقاط ثابت دیگر را در دماسنج‌گازی یکسان نشان میدهند ولی نتایج حاصله ازاندازه‌گیری‌با دو دماسنج‌است آزمایشهای بعدی نشانداده است‌که **وقتی فشارگاز دماسنج‌گازی بسمت صفرمیل‌کند نتایج حاصل ازاندازه‌گیری باکلیه دماسنج‌های‌گازی یکسان شده به طبیعت‌گازهیچگونه بستگی نخواهد داشت** . نتایج این‌آزمایشها درشکل ۱۵–۸ نشانداده شده است . NBPآب با

جدول ۱۵ـ۱ مقایسه دما سنج‌ها

نقطه ثابت	Cu−Ni ε mV	T(ε)	pt R ohms	T(R)	H_2 دماسنج حجم ثابت p(atm)	T(p)	فشارسنج حجم ثابت H_2 p atm	T(p)
N_2(NBP)	−۰/۱۰	−۹/۲	۱/۹۶	۵۴/۵	۱/۸۲	۷۳	۰/۲۹	۷۹
O_2(NSP)	۰	۰	۲/۵۰	۶۹/۵	۲/۱۳	۸۶	۰/۳۳	۹۰
CO_2(BSP)	۱۰۵۲	۱۳۹	۶/۶۵	۱۸۵	۴/۸۰	۱۹۳	۰/۷۲	۱۹۶
H_2O(TP)	ε_2=۲/۹۸	۲۷۳	R_2=۹/۸۳	۲۷۳	p_2=۶/۸۰	۲۷۳	p_2=۱/۰۰	۲۷۳
H_2O(NBP)	۵/۳۰	۴۸۶	۱۳/۶۵	۳۸۰	۹/۳۰	۳۷۴	۱/۳۷	۳۷۴
Sn(NMP)	۹/۰۲	۸۲۶	۱۸/۵۶	۵۱۰۶	۱۲/۷۰	۵۱۰	۱/۸۵	۵۰۵

www.KetabFarsi.com

چهار دماسنج گازی سنجیده شده و چنانکه دیده میشود وقتی فشار کم شود همه آنها $273/15^{\circ}K$ را نشان میدهند.



شکل ۱۵–۸ مقادیر عددی دمای تفطیر بخار که بکمك دماسنج گازی بدست آمده است . دیده میشود که وقتی گازهای مختلف مورد استفاده قرار گیرد نتایج حاصله متفاوت است .

بنابراین دمای مطلق را بکمك فرمول زیر تعریف میکنند .

$$T=[273/16^{\circ}K]\lim_{p\to 0}\left(\frac{P}{P_3}\right)_{\text{با حجم ثابت}} \qquad (۳-۱۵)$$

باید خاطر نشان ساخت که این فرمول ومجموعه قواعدی که برای اندازه گیری دما بیان شد براساس تناسب گاز درحجم ثابت نسبت به دما بدست نیامده اند چه بیان «فشار گاز در حجم ثابت متناسب با دماست» پیش ازآنکه اساس درجه بندی مشخص شود بی معنی است .

درفصل نوزدهم درجه بندی کلوین که مستقل ازخواص گاز بخصوصی است بیان خواهد شد . میتوان نشان داد که درفاصله دمائی که میتوان از دماسنج گازی استفاده کرد درجه بندی دماسنج گازی برهم منطبق اند . بنابراین ماپهلوی اعداد حاصله ازدماسنج گازی علامت $^{\circ}K$ مینویسم . همچنین درفصل ۱۹ نشان خواهیم داد که چگونه صفرمطلق را براساس درجه بندی کلوین بیان میکنند . پیش از رسیدن به این مبحث «صفرمطلق» معنی و مفهومی ندارد . همچنین اینکه بگوئیم فعالیت های ملکولی در دمای $T=0$ ازبین میرود نیزاشتباه محض است . هرگاه لازم باشد که بااستفاده ازقوانین مکانیك آماری دمای جسم رابارتعاش ملکولی آن نسبت دهیم بهتراست ازقواعد مکانیك کوانتیك نیزاستفاده کنیم . می بینیم که نتایج حاصله

ازکاربرد قواعد مکانیك آماری و مکانیك کوانتیك این واقعیت را مدلل میدارد که ملکولهای اجسام دردمای صفرمطلق نیزدارای جنبش هستند وانرژی مربوط بدما را **انرژی نقطه‌صفر** می‌نامند .

۱۵ـ۴ ، درجه بندی سلزیوس ، رانکین و فارنهایت

هردرجه از درجه‌بندی سلزیوس [که بنام سلزیوس **Anders Clesius** (۱۷۰۱–۱۷۴۴) نامگذاری شده است] که قبلا درجه‌بند سانتیگراد نامیده میشد معادل یکدرجه کلوین است ولی صفر سلزیوس طوری انتخاب شده است که دمای نقطه سه‌گانه آب برابر $0/01^{\circ}C$ میباشد . بنابراین اگر t دمای سلزیوس فرض شود داریم :

$$t = T - 273/15^{\circ}K \qquad (15-4)$$

مثلا دمای t_s سلزیوس که درآن بخار تقطیرمیشود چنین بدست میاید :

$$t_s = T_s - 273/15^{\circ}K$$

هرگاه T_s را ازشکل ۱۵ـ۸ بخوانیم داریم :

$$t_s = 373/15^{\circ} - 273/15^{\circ} = 100/00^{\circ}C$$

دونوع درجه‌بندی درکشورهای متحده آمریکا وکشوری مشترك المنافع معمول ورایج است . درجه‌بندی رانکین [که بنام **William John Mac Quorn Rankine** (۱۷۰۱–۱۷۴۴) نامگذاری شده است] ودرجه‌بندی فارنهایت [که‌بنام **Gabriel Fahreheit** (۱۸۲۰–۱۸۷۲) نامگذاری شده است] دمای رانکین بادمای کلوین رابطه زیر را دارد :

$$T_R = \frac{9}{5}T$$

و هرگاه دمای فارنهایت را به t_F نشان دهیم خواهیم داشت :

$$t_F = T_R - 459/67^{\circ}R \qquad (15-6)$$

هرگاه سه فرمول ۱۵ـ۴ و ۱۵ـ۵ و ۱۵ـ۶ را باهم حل کنیم خواهیم داشت :

$$t_F = \frac{9}{5}t + 32^{\circ}F \qquad (15-7)$$

که ازآن نتیجه میگیریم که دمای انجمادآب($t = 0^{\circ}C$) برابر $32^{\circ}F$ و نقطه‌جوش آب ($t = 100^{\circ}C$) معادل $212^{\circ}F$ است . .

۱۰۰ درجه سلزیوس یا کلوین یعنی فاصله بین نقطه ذوب یخ وجوش آب معادل ۱۸۰°F یا ۱۸۰°R است. درشکل ۱۵ـ۹چهار درجه‌بندی باهم مقایسه شده‌اند .

اندازه‌گیری دقیق‌نقطه ذوب و نقطه جوش اجسام مختلف با دماسنج گازی مستلزم صرف ساعتها وقت وانجام کارهای پرزحمت و محاسبات ریاضی است . خوشبختانه این عمل با دقت فراوان برای اجسام مختلف (که با دقت هرچه تمامتر خالص انتخاب‌شده‌اند)انجام و نتایج بعضی از آنها در جدول ۱۵ـ۲ ثبت شده است . بکمك این نقاط ثابت میتوان دماسنج‌ها را میزان کرد .

جدول ۱۵ـ۲ چند نقطه ثابت

نقاط ثابت‌اصلی	T ، °K	t ، °C	T_R ، °R	t_F ، °F
نقطه سه‌گانه‌آب: مقیاس‌اصلی	۲۷۳/۱۶	۰/۰۱	۴۹۱/۸۸	۳۲/۱۰۸
NBP اکسیژن	۹۰/۱۸	−۱۸۲/۹۲	۱۶۲/۳۰	−۲۹۷/۳۵
نقطه تعادل یخ وآب‌اشباع از هوا	۲۷۳/۱۵	۰/۰۰۰	۴۹۱/۶۷	۳۲/۰۰
NBP آب	۳۷۳/۶۵	۱۰۰/۰۰	۶۷۱/۶۷	۲۱۲/۰۰
NMP روی	۶۹۲/۶۶	۴۱۹/۵۱	۱۲۴۶/۷۸	۷۸۷/۱۱
NMP آنتیموان	۹۰۳/۶۵	۶۳۰/۵۰	۱۲۲۶/۵۷	۱۱۶۶/۹۰
NMP نقره	۱۲۳۳/۹۵	۹۶۰/۸۰	۲۲۲۱/۱۱	۱۷۶۱/۴۴
NMP طلا	۱۳۳۶/۱۵	۱۰۶۳/۰۰	۲۴۰۵/۵۷	۱۹۴۵/۴۰

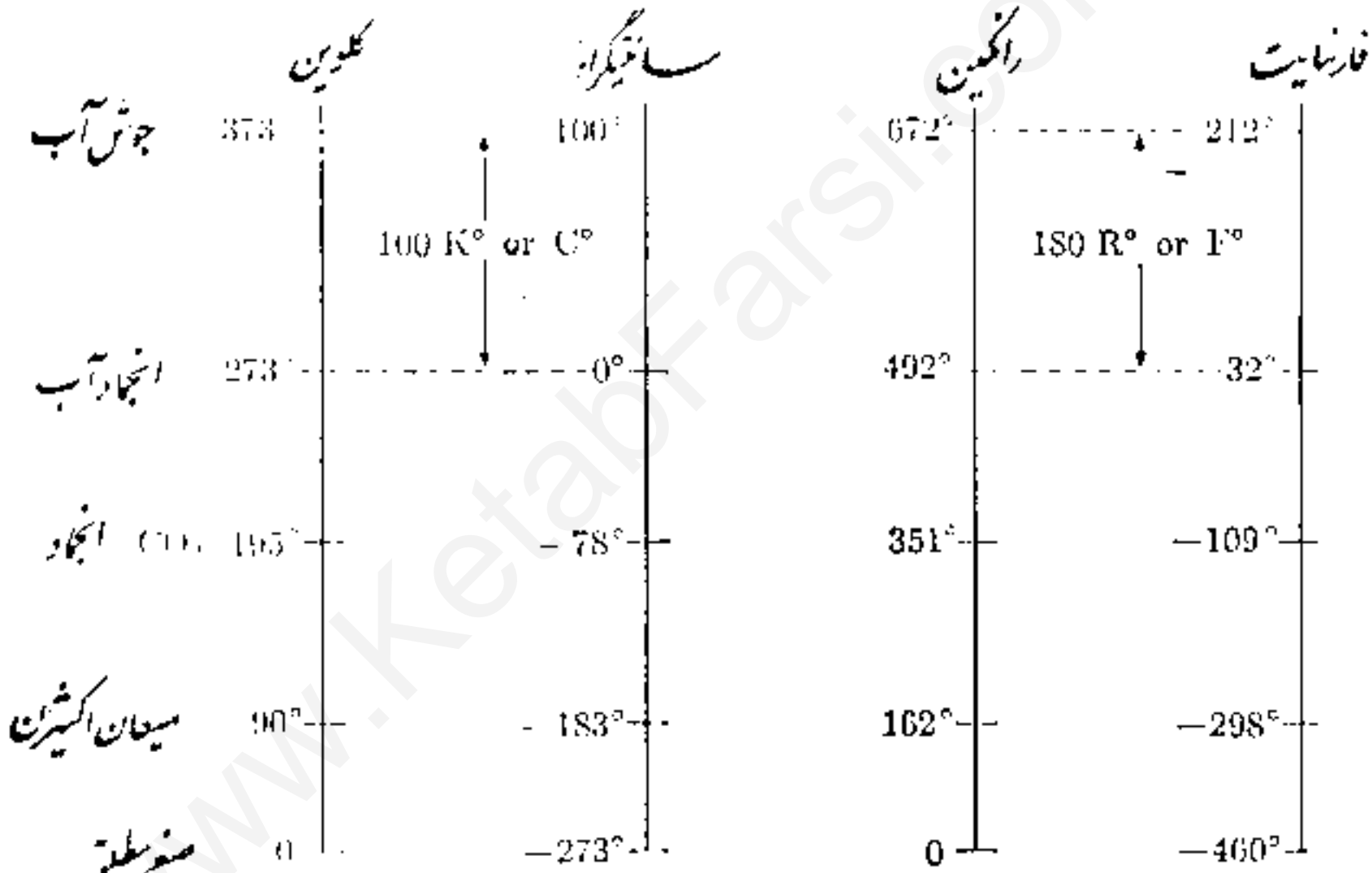
فرض‌کنیم دمای ظرف‌آبی از ۲۰°C به ۳۰°C یعنی باندازه ۱۰ درجه سلزیوس افزایش یابد . میخواهیم درنحوه نمایش فاصله دمائی‌که برابر ۱۰ درجه سلزیوس است و دمای ۱۰ سلزیوس‌که ۱۰ درجه بالاتر ازصفر سلزیوس است وجه‌تمایزی وجود داشته باشد بنابرقرارداد دمای ۱۰ سلزیوس راکه دمای مشخصی است با ۱۰°C وفاصله دمائی برابر ۱۰ درجه سلزیوس را با ۱۰°C نمایش میدهیم. بنابراین فاصله ۲۰°C و ۳۰°C برابر است‌با ۱۰°C .

۱۵ـ۵ ، انبساط جامدات ومایعات

باستثنای چند جسم حجم اکثراجسام با افزایش دما،افزایش‌میابد (بشرط آنکه‌فشار

خارجی وارد برآنها ثابت باشد) فرض کنیم تغییرحجم جسمی dV باشد واین تغییرحجم بازاء تغییر دمای dT (یا dt زیرا فاصله دمائی معین برحسب درجه کلوین و درجه سلزیوس یکی است) بوجودآمده باشد. بنابرتعریف **ضریب انبساط حجمی** β عبارتست از **خارج قسمت تغییر حجم نسبی** $\frac{dV}{V}$ **برتغییردمای** dT یعنی داریم :

$$\beta = \frac{1}{V}\frac{dV}{dt} \quad \text{(درفشارثابت)} \qquad (۸-۱۵)$$



شکل ۱۵–۹ رابطه بین اعداد درجه‌بندی سلزیوس کلوین رانکین وفارنهایت . فقط اعداد صحیح نوشته شده و ازمقادیر کسری صرفنظرشده است .

واحد β معکوس دما یا $\frac{1}{deg}$ است . اندازه عددی β تابع انـدازه دماست و چون یك درجه کلوین یا سلزیوس معادل $\frac{9}{5}$ درجه‌رانکین یا فارنهایت است. بنابراین ضریب انبساط حجمی وقتی واحد دما درجه سلزیوس باشد $\frac{9}{5}$ برابـر وقتی است که دما بر حسب درجه فارنهایت سنجیده شود .

عملاضریب انبساط حجمی را بکمك روابط موجود بین توده ویژه ρ ودمادرفشارثابت بدست میاورند . هر گاه استفاده ازاین روش ممکن یابقدر کافی دقیق نباشد ازتداخل امواج نورانی

استفاده میشود . روش اخیر به روش اپتیکی موسوم است .

ضریب انبساط حجمی نسبت به تغییرفشار تغییری ندارد اما نسبت به تغییردمامحسوساً متغیراست و نحوه این تغییرات در شکل ۱۵ـ۹ نشانداده شده است . دیده میشود که وقتی دما پائین آید β نیز کاهش‌مییابد ووقتی دما به صفر کلوین میرسد این ضریب نیزصفرمیشود همچنین عملا مشاهده شده است که هرچه دمای ذوب فلزی بالاتر باشد ضریب انبساط حجمی آن کمتراست .

هرگاه $\bar{\beta}$ را مقدارمتوسط β درفاصله $\Delta T = \Delta t$ فرض کنیم فرمول ۱۵ـ۸ بصورت زیر درمیاید :

$$\Delta V = \bar{\beta} V_0 \Delta T = \beta V_0 \Delta t \qquad (۹-۱۵)$$

که درآن V_0 حجم اولیه جسم است .

جدول ۱۵ـ۳ ضریب انبساط حجمی

مایعات	$\beta(C^\circ)^{-1}$	جامدات	$\beta(^\circ C)^{-1}$
الکل‌اتیلیک	75×10^{-5}	آلومینیم	$7/2 \times 10^{-5}$
سولفورکربن	۱۱۵	برنج	۶
گلیسیرین	۴۹	مس	۴/۲
جیوه	۱۸	شیشه	۱/۲ — ۲/۷
		فولاد	۳/۶
		انوار	۰/۲۷
		کوارتز	۰/۱۲

درجدول ۱۵ـ۳ چند مقدار $\bar{\beta}$ برای چند جسم ثبت شده است . دقت کنید اندازه‌این ضریب درمایعات بمراتب بیشترازجامدات است .

هرگاه حفره‌ای درون جسم جامدی قرار داشته باشد حجم حفره نیز انبساطی نظیر انبساط‌حجمی‌خود جسم پیدا میکند. حتی‌اگرآنقدرجسم انبساط‌یابدکه حفره درون‌آن‌بسیار بزرگ‌شده جسم به‌لایه نازکی که‌حفره‌را احاطه میکند تبدیل شود باز هم این مطلب صادق است . یعنی در هرحال حفره‌ای که درون شیشه است ضریب انبساط حجمی برابر ضریب انبساط حجمی شیشه خواهد داشت .