دوطرف حلقه (داخلی خارجی) خنثی میشودبکمك نیروسنج دقیقی قابل اندازگیری است. کشش سطحی ازفرمول زیربدست میاید .

$$\gamma = \frac{E}{2l}$$

روش های دیگری نیزبرای‌اندازگیری‌کشش سطحی وجود دارد . در جدول شماره ۱۳–۱ ارقام حاصل ازاین اندازه گیری‌ها ثبت شده است .

جدول ۱۳–۱ مقادیرتجربی کشش سطحی

کشش سطحی برحسب dynes/cm	t و °C	مایع در مجاورت هوا
۲۸/۹	۲۰	بنزن
۲۶/۸	۲۰	تترا کلرور کربن
۲۲/۳	۲۰	الکل اتیلیك
۶۳/۱	۲۰	گلیسیرین
۴۶۵	۲۰	جیوه
۳۲/۰	۲۰	روغن زیتون
۲۵/۰	۲۰	محلول صابون
۷۵/۶	۰	آب
۷۲/۸	۲۰	آب
۶۶/۲	۶۰	آب
۵۸/۹	۱۰۰	آب
۱۵/۷	−۱۹۳	اکسیژن
۵/۱۵	−۲۴۷	نئون
۰/۱۲	−۲۶۹	هلیوم

کشش‌سطحی یك‌مایع که درمجاورت‌بخاراشباع خود یادر مجاورت‌هوا قراردارد‌تابع جنس‌مایع‌و نیزتابع دماست . درجدول ۱۳–۱ کشش سطحی‌آب را در چهاردمای‌مختلف ثبت کرده‌اند و چنانکه دیده میشود ، هرچه دمابیشترشود این ضریب‌کاهش مییابد . اندازه گیری ضریب‌کشش سطحی لایه نازکی ازروغن‌که برروی سطح‌آب قراردارد نشان میدهدکه‌ضریب مذکور دراینحالت بخصوص علاوه بردما تابع ضخامت لایه نیزمیباشد .

۱۳–۳ کشش سطحی وانرژی سطحی .

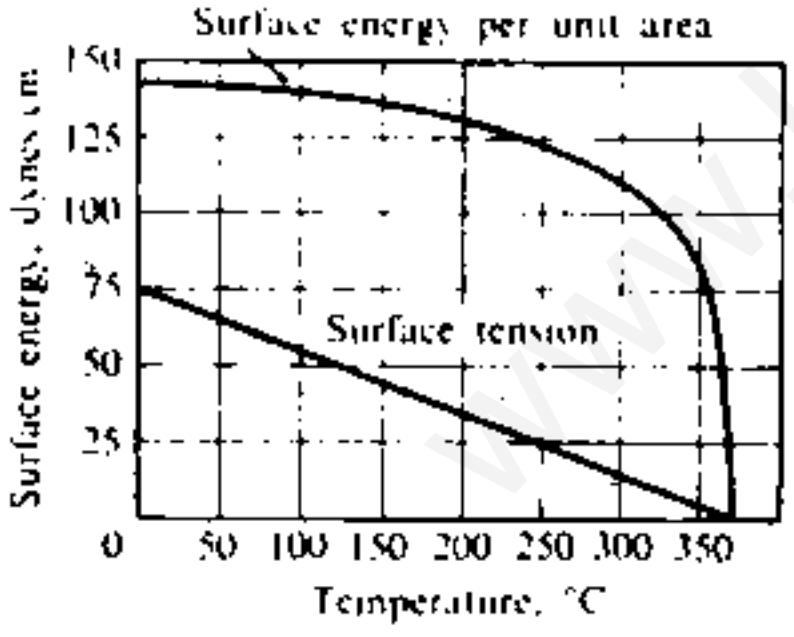
ذیلاًموضوع جالب دیگری‌را که ناشی ازاثرسطوح مرزی‌استمورد بحث قرارمیدهیم.

فرض کنیم سیم‌افقی‌شکل۱۳ـ۲را بانیروی $F = w_1 + w_2$ روبپائین بکشیم، بطوریکه باندازه y جابجاشود . در اینصورت کار انجام شده برابر $F.y$ است . افزایش سطح کل لایه‌برابر $2ly$ است . بنابراین کار واحد سطح برابر خواهد بود با :

$$\frac{\text{کار}}{\text{ازدیاد سطح}} = \frac{F.y}{2ly} = \frac{F}{2l} \qquad (۲-۱۳)$$

اما برطبق فرمول ۱۳ـ۱ این مقدار برابراست با γ یعنی میتوان γ رانیروی مؤثر برواحد طول یاکارانجام شده برروی واحد سطح دانست . هرگاه از تعریف دوم استفاده کنیم واحد γ برابر $1\,erg/cm^2$ میشودکه با $1\,dyne/cm$ برابراست .

باید درنظرداشت که کار انجام شده برای افزایش سطح لایه در دمای ثابت برابر ازیاد انرژی لایه نیست چه برای ثابت ماندن دما باید به‌لایه مقداری گرما داده شود (اگر به لایه گرما داده نشود دمای آن کاهش مییابد . این پدیده شبیه‌کاهش دمای مایع در حین تبخیرسطحی است) . افزایش انرژی سطحی لایه برابرمجموع گرمای جذب شده توسط لایه وکار انجام شده برروی‌آن است . برای بحث بیشتربیکی ازکتابهای ترمودینامیك مراجعه شود .



شکل۱۲ـ۴ انرژی سطحی و کشش‌سطحی‌آب بصورت تابعی از دما نشانداده شده است .

هرگاه انرژی لایه‌ای بسطح A برابر U باشد انرژی هرواحدسطح برابر $\frac{U}{A}$ است، رابطه زیر بین انرژی واحد سطح و کشش سطحی وجود دارد :

$$\frac{U}{A} = \gamma - T\frac{d\gamma}{dT}$$

که درآن T دمای مطلق لایه است . چون باافزایش دما ، کشش‌سطحی افزایش پیدا میکند لذا $d\gamma/dT$ منفی وانرژی سطحی هرواحد سطح بیشتر ازکشش سطحی‌آن است . تغییرات انرژی سطحی‌واحد سطح وکشش سطحی‌آب برحسب دمادرشکل ۱۲ـ۴ نشانداده شده‌است.

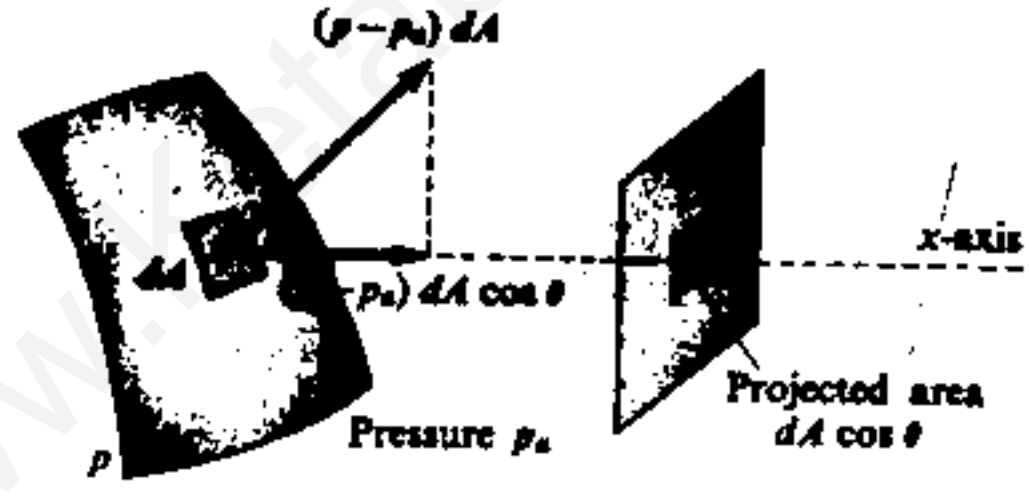
در دمای $T = ۳۷۴^{\circ}k$ که دمای بحرانی آب است هردومقدار مذکور بصفرمیرسد .

۱۳ـ۳، اختلاف فشار بین دوسطح یك لایه

حباب صابون از دوسطح کروی که اختلاف شعاع آنها ناچیز است تشکیل شده و بین این دوسطح را محلول صابون پر کرده است . هرگاه نیمی از کره حباب را بطور مجزا درنظر گرفته تعادل نیروهای وارد برآنرا درنظر گیریم رابطه‌ای بین کشش سطحی و اختلاف فشار داخل وخارج حباب پیدا میکنیم . جزء سطح dA را که درشکل ۱۳ـ۵ نشانداده شده درنظر گیرید وفرض کنید که فشار درسمت چپ آن p ودرسمت راست آن p_a باشد . بنابراین نیروی قائم مؤثر بر dA برابراست با : $(p - p_a)dA$ و مؤلفه این نیرو بر امتداد x ها برابر :

$$(p - p_a)dA\cos\theta$$

میباشد اما $dA\cos\theta$ تصویر dA برصفحه عمود برمحور x هاست، لذامؤلفه نیروها درامتدادمحور x هابرابرحاصلضرب اختلاف فشارداخل و خارج حباب، درتصویرسطح روی صفحه‌عمود بر x است .



شکل ۱۳ـ۵ نیرو درامتداد محور x ها برابرحاصل ضرب اختلاف فشار درتصویرسطح روی صفحه‌عمود برمحور x هاست .

اکنون به شکل ۱۳ـ۶ که درآن نیمی‌ازحباب نشانداده شده توجه کنید . نیمه دیگر حباب نیروئی برابربرحاصلضرب کشش سطحی در دوبرابر محیط برنیمه اول وارد میکنید که بطرف چپ ممتد است . یعنی :

$$F = ۲\gamma \times ۲\pi R \quad (\text{مؤثر بطرف چپ})$$

و نیروی ممتد بطرف راست برابـر حاصلضرب $p - p_a$ درتصویر سطح نیم حباب برصفحه عمود برمحور x هاست . اندازه این تصویر $\pi R^{۲}$ است :

$$F = (p - p_a)\pi R^{۲} \quad (\text{مؤثر بطرف راست})$$

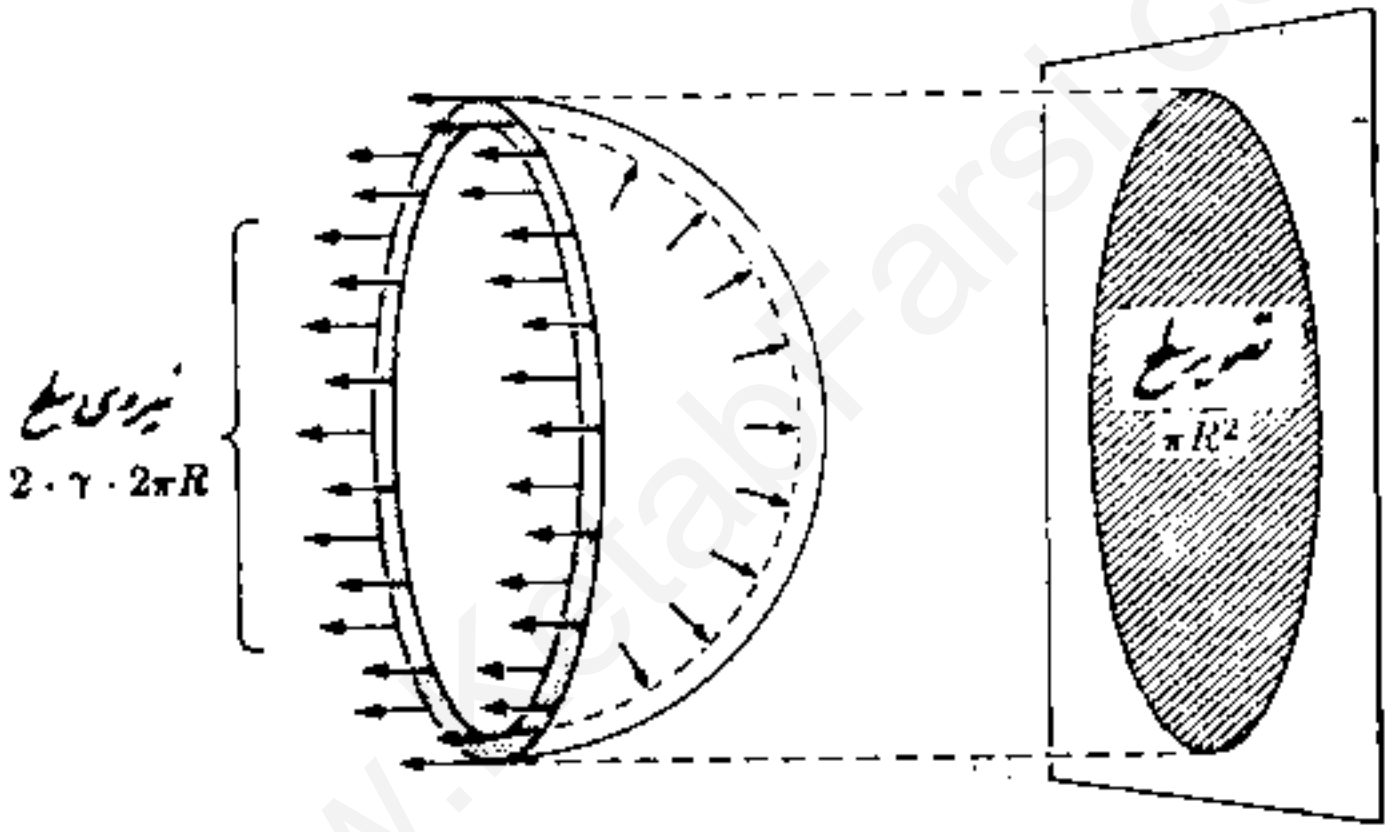
چون نیم حباب بحال تعادل است پس داریم :

$$(\mathbf{p}-\mathbf{p}_a)\pi\mathbf{R}^2=4\pi\mathbf{R}\gamma$$

و یا :

$$(\mathbf{p}-\mathbf{p}_a)=\frac{4\gamma}{\mathbf{R}} \qquad \text{(حباب صابون)} \qquad (۱۳-۳)$$

ازاین فرمول نتیجه میشودکه هرگاه کشش سطحی (و الزاماً دما) ثابت بماندا ختلاف فشار داخل وخارج حبـاب با $\mathbf{R}$ شعاع آن نسبت معکوس دارد . بنابراین اگر دو حباب کوچك وبزرگ را با لوله‌ای بهم مربوط کنیم؛ هوا از حباب کوچکتر وارد حباب بزرگتر میشود وبعبارت دیگر، حبـاب بزرگ بزرگتر و حباب کوچك کوچکتر میشود .



شکل ۱۳-۶ تعادل نیم‌حباب نیروی وارد از نیمه دیگر براین نیمه برابر $2\gamma.2\pi\mathbf{R}$ ونیروی حاصله ازاختلاف فشار برابر $(\mathbf{p}-\mathbf{p}_a)\pi\mathbf{R}^2$ است .

بآسانی معلوم میشود که اختلاف فشار داخل و خارج یك قطره چون فقط یـك لایه مرزی با محیط دارد ازفرمول زیربدست میاید :

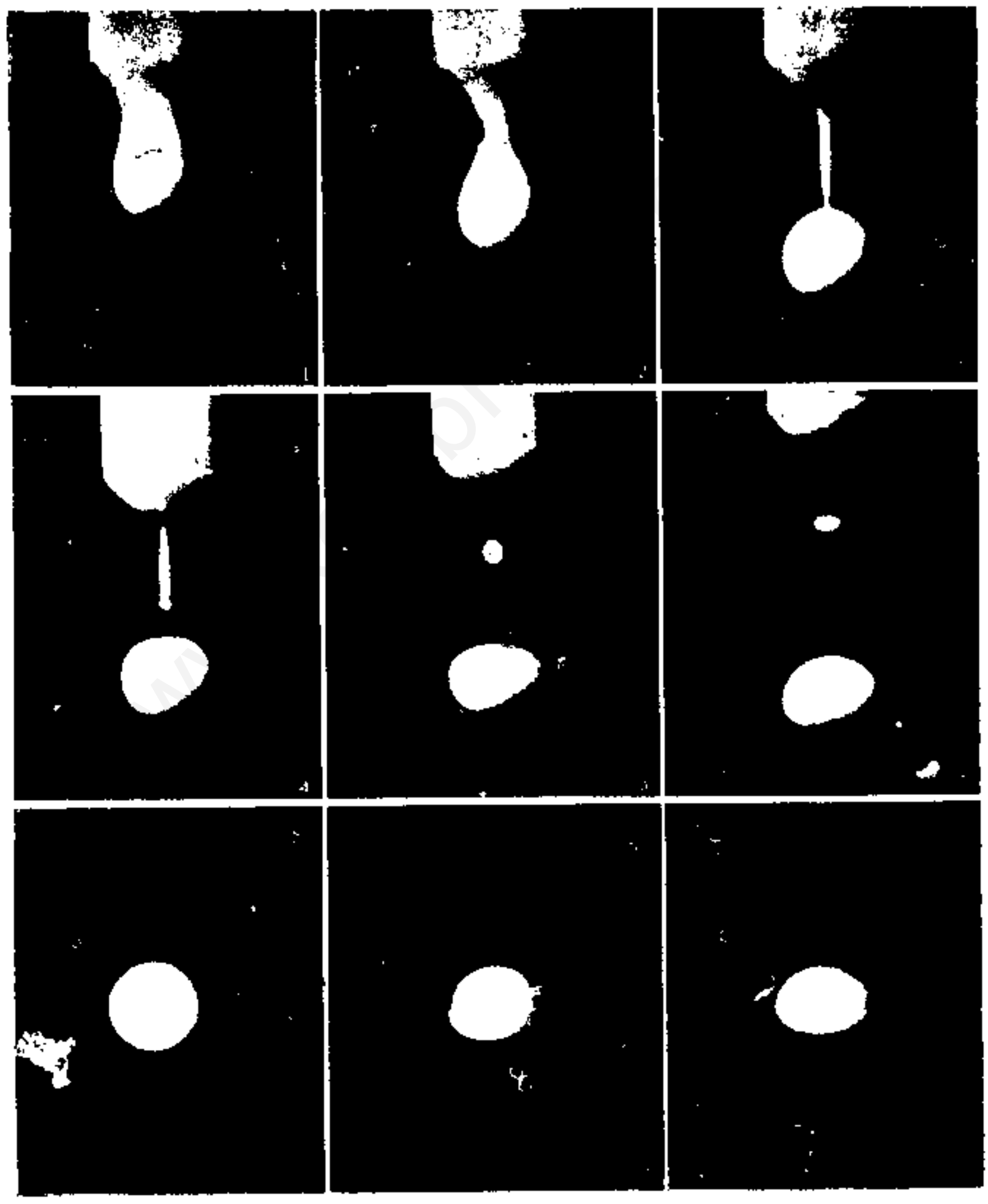
$$\mathbf{P}-\mathbf{P}_a=\frac{2\gamma}{\mathbf{R}} \qquad \text{(قطره)} \qquad (۱۳-۴)$$

مثال اختلاف فشار داخل و خارج قطره‌ای از جیوه راکه دمـای $20^\circ C$ و قطر آن $4mm$ است بدست‌آورید .

$$\mathbf{P}-\mathbf{P}_a=\frac{2\gamma}{\mathbf{R}}=\frac{2\times 465 dynes/cm}{0/4cm}=2325\ \frac{dynes}{cm^2}$$

هرجزء بینهایت کوچك از سطح منحنی بـا شکل دلخواه را میتوان دارای دوشعاع انحناء درامتداد متعامد دانست . هرگاه این دوشعاع راکه **شعاعهای انحناء اصلی** هستندبا R_1 و R_2 نمایش دهیم فرمول عمومی اختلاف فشار داخل وخارج این سطح برابراست با:

$$\Delta p = \gamma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (۵-۱۳)$$



شکل ۱۳-۷ مراحل متوالی تشکیل یك قطره

درکره درهردوجهتمتمامـدکه بطور دلخواه انتخابشوند شعاع انحناء یکی است یعنی : $R_1 = R_2 = R$ بنـابراین فرمول ۱۳-۵ بصورت $\Delta p = \frac{2\gamma}{R}$ درمیاید .

در استوانه یکی ازشعاعهای انحناء برابر R ودیگری برابر بینهایت است پس برای سطح استوانهای خواهیم داشت :

$$\Delta p = \frac{\gamma}{R}$$

۱۳-۴ ، سطوح می‌نیموم

اندازه هرسطحی تحت تأثیر کشش کاهش‌یافته به می‌نیموم مقدار خود می‌رسد. هر گاه فشارمؤثر برطرفین لایه تغییر کند شکل واندازه سطح می‌نیموم نیز تغییرخواهد یافت . وقتی قطرهای روغن موتور را درون مخلوط الکل وآب بیندازیم و چگالی‌مخلوط وروغن یکی باشدشکل‌قطره‌بایدطوری تغییر کندکه سطح‌آن می‌نیموم شود . دراین حالت خاص شکل‌قطره کروی خواهد بود .

درشکل ۱۳-۷ از مـراحل مختلف تشکیل قطره عکس برداری سریع انجام یافته و نکات جالبی دراین‌عکس‌ها بنظرمیرسد . این عکس‌ها توسط Dr. Edgerton از قطره شیرهنگام خـروج از لوله استوانه‌ای برداشته است . چنانکه ازشکل پیداست تشکیل قطره مراحل بسیار متعدد پیچیده‌ای دارد . یکی ازنکات جالب تشکیل قطره کوچك پس ازتشکیل قطره بزرگ‌است. هردوقطره پس‌ازتشکیل (عکس‌های ۴ و ۵ و ۶) نوسانهائی‌درساختمان‌خود دارند تا بالاخره درعکس (۷) کره‌کامل میشوند و سپس دراثرمقاومت هوا بشکل‌هائی‌که در عکس‌های ۸ و ۹ نشانداده شده‌اند درمیاید . دروضع ۹ قطره ۱۲ft سقوط کرده است .

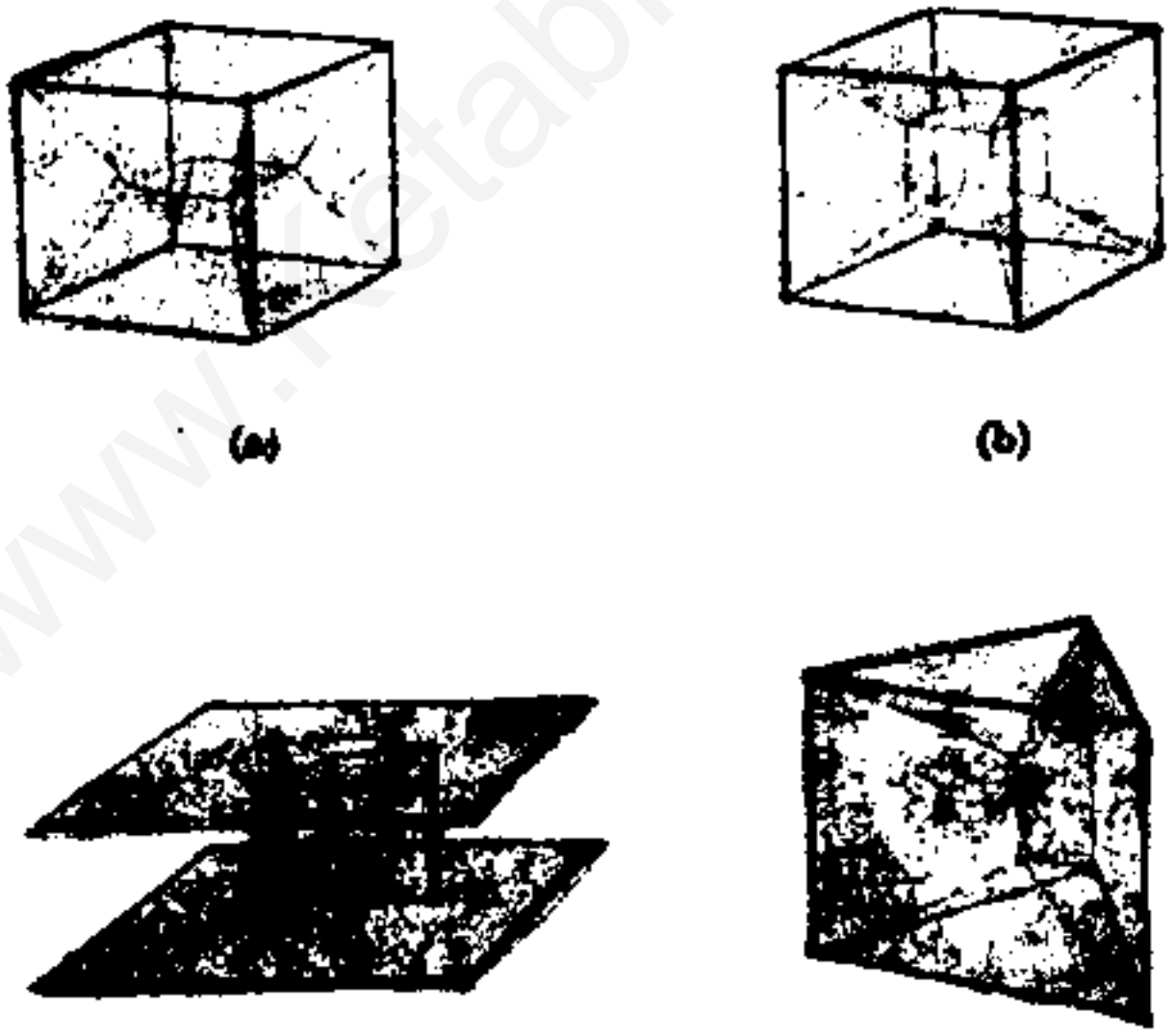
بنظرمیایدکه رابطه تقریبی‌بین وزن قطره w و شعاع لوله r که قطره ازآن میافتدبر اساس این فرض‌که وزن قطره درحین افتادن، کمی ازکشش سطحی بیشتراست (یعنی تقریباً مساوی‌آن است) چنین خواهد بود .

$$w = 2\pi r\gamma$$

آزمایشی‌که بـراساس شکل ۱۳-۷ انجام شده نشان میدهد که $w = 2\pi r\gamma$ قطعاً نادرست است زیرا جدارقطره درموقع جدا شدن ازلوله قائم نیست و ازطرفی فقط قسمتی‌از قطره سقوط میکند نه همه آن . دراین زمینه مطالعات مفصلی انجام و همه عوامل در نظر گرفته شده و درفرمول بالا تصحیح لازم بعمل‌آمده است وفرمول‌تصحیح شده، رامناسبی‌را برای اندازه‌گیری ضریب‌کشش سطحی نشان میدهد .

عکس جالب دیگری که هنگام افتادن قطره‌ای شیر بر صفحه سختی توسط Dr.Edgerten برداشته شده است درشکل ۱۳ـ۸ نشانداده شده است .

شکل ۱۳ـ۸ قطره‌ای از شیر که روی صفحه سختی پخش شده است .



(a) (b)

(c) (d)

شکل ۱۳ـ۹ ، حل مسائل ریاضی شامل سطوح می‌نیمم بکمک لایه . (a) قاب مکعبی شکلی که یکبار درون آب صابون فرو برده شده است . (b) همان قاب دومرتبه فرو برده شده تاحبابی دروسط تشکیل شود . (c) سه سیم موازی بین دوصفحه موازی پلاستیکی تصبیشده زاویه اثر سیم بر صفحه نسبت بمرکز 120° است . (d) منشوری باسیم ساخته شده . دیده میشود که درقابهای منشوری سطوح درروی یک خط بهم میرسند و درقابهای مکعبی برروی یک نقطه.

باتشکیل لایه های نازك مسائل ریاضی مشکلی‌راکه‌حل‌ریاضی آنها دشوار وگاهگاهی غیرممکن است عملا حل می کنند . فرض کنیم بخواهیم سطوح می‌نیموم راکه در قابهائی با اشکال‌مختلف ودلخواه‌تشکیل‌میشوند بدست آوریم. کافی‌است‌باسیم‌قابهای مذکور راساخته آنها رادر آب‌صابون‌فرو بریم. پس‌ازچندثانیه حبابهای صابون‌سطوح‌می‌نیموم رامیسازند . درشکل ۱۳–۹ چند نمونه از سطوح می‌نیموم نشانداده شده‌اند . آنچه را اباین روش ساده میتوان بدست‌آورد از طریق محاسبات ریاضی‌مشکل وگاهی اوقات ممتنع است برای بهترفهمیدن مطلب به‌کتب ریاضی رجوع شود .

۱۳–۵ زاویه اتصال

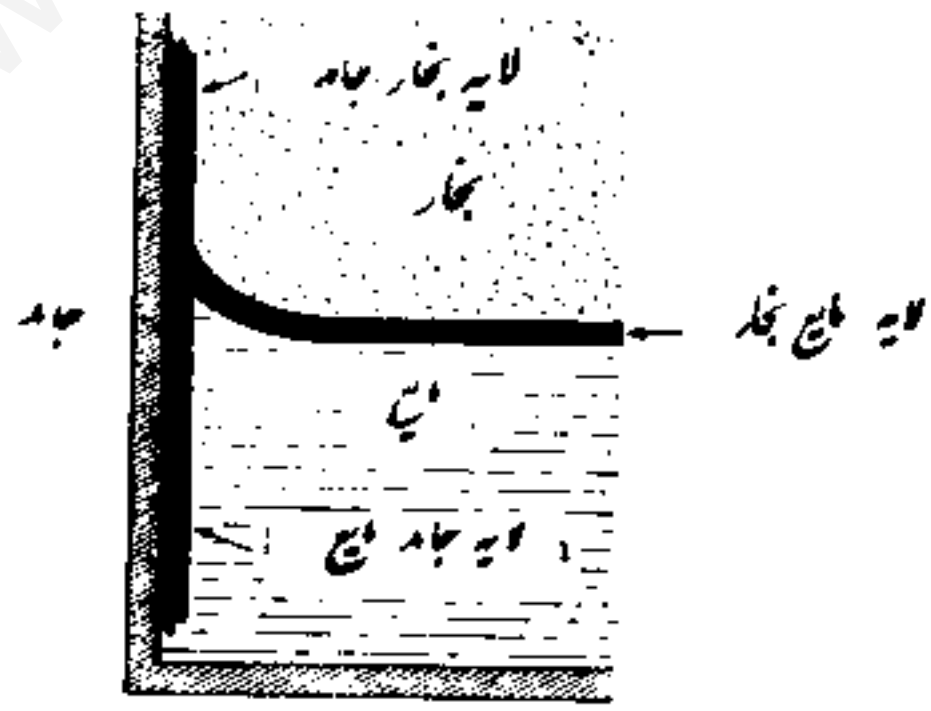
در قسمت‌های قبل، بحث ما به نیروهای کشش‌سطحی موجود درلایه‌های مایع که در حواریك گاز قراردارند محدود بود . کشش سطحی همچنین در مایعی که درجوارجامدات و یادر گازی که درجوارجامداست، وجود دارد . درشکل ۱۳–۱۰ هرسه نوع لایه نشانداده‌شده است . ضخامت لایه‌ها در حدود ابعاد چند ملکول است . با هر یك ازلایه‌ها کشش سطحی همراه است پس میتوان گفت :

کشش سطحی درلایه‌جامد — مایع = γ_{SL}

کشش سطحی درلایه‌جامد — بخار = γ_{SV}

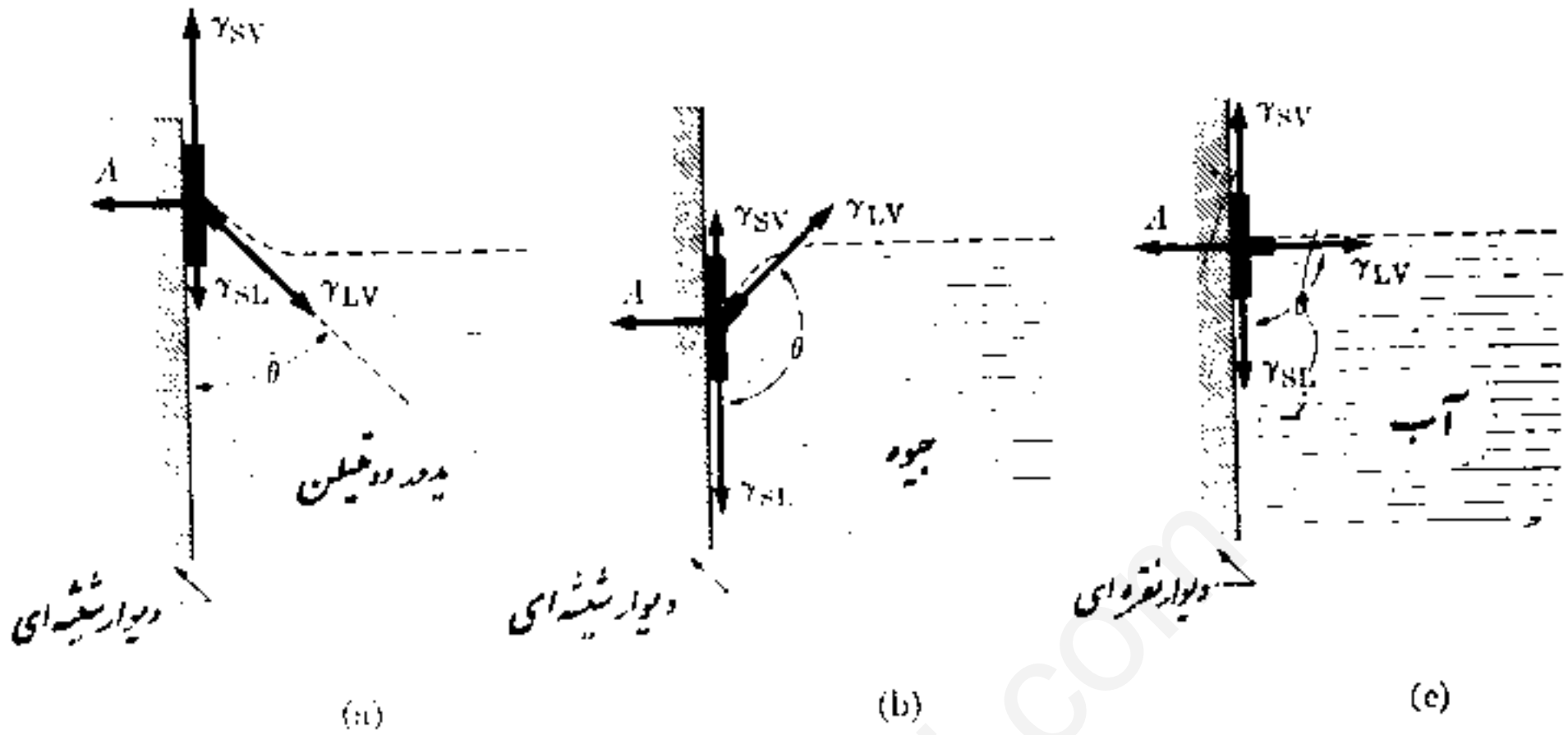
کشش سطحی درلایه مایع–بخار = γ_{LV}

γ بدون اندیس‌که قبلا درفرمولها بآن برخوردیم فعلا با γ_{LV} نشانداده میشود .



شکل ۱۳–۱۰ کشش سطحی درسطوح فاصل بین مایع – جامد – مایع وبخاروبخار – جامد وجوددارد .

انحناء سطح مایع در نزدیکی دیواره جامد بستگی به اختلاف γ_{SL} و γ_{SV} دارد . قسمتی ازسطح دیواره شیشه‌ای راکه درجوار بدور متیلن است (شکل ۱۳–۱۱ a) درنظر



شکل ۱۳–۱۱ سطح مایع درمحل اتصال به جدار برحسب اندازه کشش سطحی γ_{SV} و γ_{SL} شکل‌های مختلفی بخود می‌گیرد .

گیرید . سه لایه درروی این دیواره درنقطه‌ای یکدیگر راقطع میکنند . قسمتی از سه‌لایه را درمحل‌اتصال درنظر گرفته طول لایه رادرامتداد عمود برصفحه تصویر، یکسانتیمبرفرض کنید . قسمت درنظر گرفته شده تحت اثر چهار نیرو بحال تعادل است . سه‌تای‌آنها کشش‌های سطحی سه لایه و چهارمی نیروی‌آدهزیون موجود بین دیواره و مایع است . بنابر شرائط تعادل داریم :

$$\Sigma F_x = -\gamma_{LV}\sin\theta - A = 0$$

$$\Sigma F_y = \gamma_{SV} - \gamma_{SL} - \gamma_{LV}\cos\theta = 0$$

که ازآنجا نتیجه میشود :

$$A = -\gamma_{LV}\sin\theta \qquad (۶-۱۳)$$

$$\gamma_{SV} - \gamma_{SL} = -\gamma_{LV}\cos\theta \qquad (۷-۱۳)$$

ازفرمول اول‌میتوان‌باا ندازه گیری θ که زاویه اتصال نامیده‌میشود و γ_{LV} ، نیروی‌آدهزیون A را محاسبه نمود . فرمول دوم نشان میدهدکه زاویه اتصال که معیاری برای انحناءسطح مایع–بخار درجوارجسم‌جامد است‌تابع اختلاف γ_{SV} و γ_{SL} است لذا درشکل ۱۳–۱۱(a) که γ_{SV} بزرگتر از γ_{SL} است $\cos\theta$ مثبت و θ بین صفر و ۹۰° است دراینحال گوینده‌مایع جدار را ترمیکند .

در شکل ۱۳–۱۲ (b) دیواره شیشه‌ای درجوارجیوه نشانداده شده است زاویه θ در

حدود ۱۴۰° است و $cos\theta$ منفی و γ_{SV} کمتر از γ_{SL} است . وقتی θ بین ۹۰° و ۱۸۰° است (مانند همین حالت) گویند مایع جدار را تر نمی‌کند .

درشکل ۱۳–۱۱(c) دیوار نقره‌ای و مایع آب‌است و تقریباً γ_{SV} و γ_{SL} مساوی و $cos\theta$ در حدود صفر یعنی $\theta = 90°$ است . چند مایع وجود دارنـد که‌زاویه اتصال آنها با شیشه آهك سده Soda lime glass وپیرکس‌وشیشه سربدار وکوارتز برابرصفراست . این مایعات، الکل ـ آب ـ اتر ـ تتراکلرورکربن ـ گلیسیرین واسید استیك‌اند . بعضی از مایعات مانند دو مایعی که دربالای جدول ۱۳–۲ نشاندانده شده‌اند زوایـای اتصالی دارند که تـابع طبیعت دیواره است .

جدول ۱۳–۲ ـ زوایای اتصال

زاویه اتصال	دیواره	مایع
5°	شیشه‌آهك سده	$C_{10}H_7Br$
6° 45′	شیشه سربی	نوع α
20°30′	پیرکس	
21°	کوارتز	
29°	شیشه‌آهك شده	یدور متیلن
30°	شیشه سرب‌دار	CH_2I_2
29°	پیرکس	
33°	کوارتز	
107°	پارافین	آب
140°	شیشه‌آهك سده	جیوه

اضافه‌کردن ناخالصی‌ها بمایع، زاویه‌اتصال راتغییرمیدهد . اخیراً ترکیبات شیمیائی متعددی پیـدا کرده‌اندکه نحوه مرطوب‌کردن را تغییرمیدهند و آنهـا را مرطوب‌کننده‌ها مینامند. این مرطوب‌کننده‌هازاویه اتصال بیش از 90° را به‌کمتراز 90° کاهش‌میدهددرشکل ۱۳–۱۲ نحوه اثریکی ازاین موارد نشانداده شده است .

پارافین

شکل ۱۳ـ۱۲ اثر مرطوب شدنها در تعیین زاویه اتصال

۱۳ـ۱۶ ، لوله‌های موئین

مهمترین اثر کشش‌سطحی، بالابردن مایع درلوله‌های باز، که سطح مقطع آنها کم‌است میباشد. بعلت قطر کم، این لوله‌ها را لوله‌های موئین مینامند . وقتی مایع جدار را ترمیکند زوایه اتصال کمتر از ۹۰° است و مایع آنقدر درلوله بالامیرود تادرارتفاع y بحال تعادل در آید . [شکل ۱۳ـ۱۳ـ(a)] سطح منحنی مایع را meniscus مینامند .

هرگاه شعاع لوله r باشد طول خط اتصال مایع‌ولوله $2\pi r$ است. اگر ستون yمایع رابطور منفرد درنظر بگیریم درطول‌لایه‌بخار، مایع مجموع نیروهای‌رو بیالا برابر است با :

$$F = 2\pi r \gamma_{LV} \cos\theta$$

و نیروی رو بپائین فقط نیروی وزن ستون مایع است که اگر وزن مخصوص‌آن ρg و حجم آن $\pi r^2 y$ باشدبرابر است با :

$$w = \rho g \pi r^2 y$$

وچون ستون بحال تعادل است داریم :

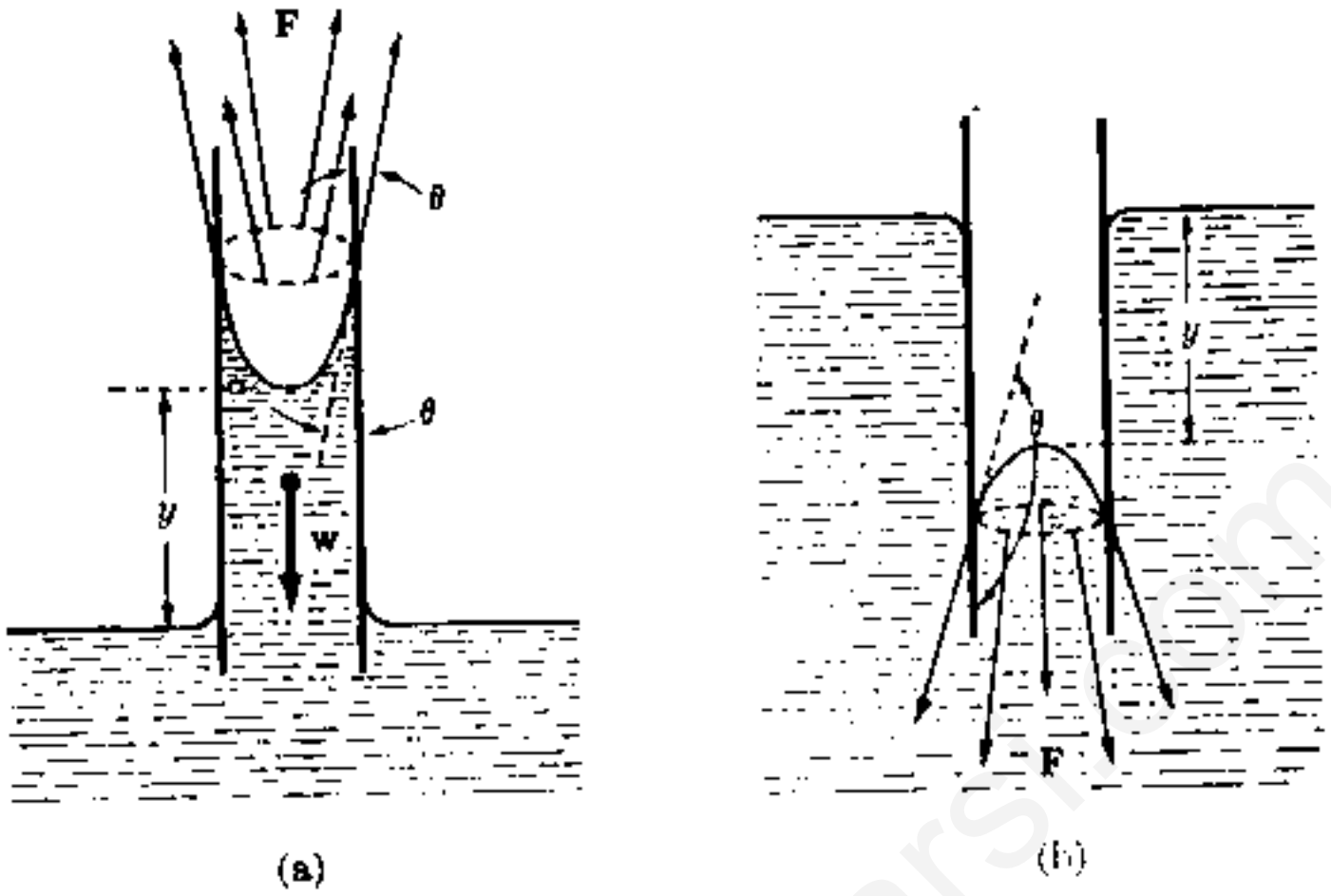
$$\rho g \pi r^2 y = 2\pi \gamma_{LV} \cos\theta$$

و یا :

$$y = \frac{2\gamma_{LV}\cos\theta}{\rho g r} \qquad (۸ـ۱۳)$$

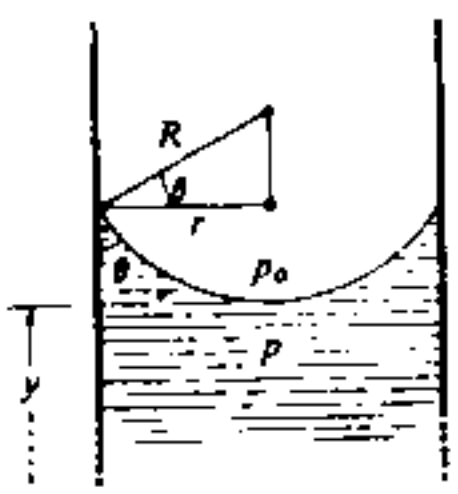
ازهمین فرمول درمواردیکه مایع درون لوله پائین میرود مانند شکل ۱۳ـ۱۳ (b) نیزمیتوان استفاده نمود . خاصیت لوله‌های موئین درمکیدن مرکب در قلم‌خودنویس و بسیاری ازموارد دیگرمورد استفاده است .

فرمول ارتفاع مایع در لوله موئین راازطریق اختلاف فشار نیزمیتوان بدست‌آورد . شکل ۱۳ـ۱۴ درحقیقت همان شکل ۱۳ـ۱۳(a) است فرض کنیم meniscus قسمتی از سطح‌کره باشد . شعاع R این سطح‌کروی برابر $R = \frac{r}{\cos\theta}$ است‌که درآن r شعاع لوله



شکل ۱۳–۱۳ اپروی کشش سطحی مؤثر برمایع درواقع دراوله موئین ـ اگر $\theta<90^\circ$ باشد مایع بالامیرود اگر $\theta>90^\circ$ باشد مایع پائین میآید .

است . اختلاف فشار درطول سطح بنا بر فرمول ۱۳–۴ برابر $2\gamma_{LV}/R$ است . بنابراین اگرفشار دربـالای سطح مایع p_0 یعنی فشارآتمسفرفرض شود، فشار **p** درون مایع (بفاصله کمی درزیرسطح) برابراست با :



شکل ۱۳–۱۴ اختلاف فشار

$$p = p_0 - \frac{2\gamma_{LV}\cos\theta}{r}$$

دراتفاع y ازسطح آزادمایع ودرون لوله موئین درشکل ۱۳–۱۳(a) نیزفشار برابرفشار جواست. بنابراین درعمق y فشاربرابراست با :

$$p = p_0 - \rho g y$$

از تساوی ایندو نتیجه میشود :

$$\rho g y = \frac{2\gamma_{LV}\cos\theta}{r}$$

که همان فرمول ۱۳ـ۸ است .

مسائل

۱۳ـ۱ کشش یك حباب صابون را باکشش یك بالن لاستیکی از جهات زیرمقایسه کنید. (a) هردوکشش‌سطحی هستند ؛ (b) کشش سطحی تابع سطح است ؛ (c) قانون هوك را درکدام یك ازآندو میتوان مورد استفاده قرارداد ؟

۱۳ـ۲ آب میتواند تا ارتفاع y در لوله مویینی بالا رود . هرگاه فقط $\frac{y}{2}$ از لوله موئینی ازآب بیرون باشدآب به بیرون فواره میزند یا نه ؟ بحث کند .

۱۳ـ۳ لوله موئینی تا ۱۰ سانتیمتر درون‌آب فرورفته و سطح‌آب‌درآن، ۴ سانتیمتر بالای سطح‌آزادآب درظرف است . زاویه اتصال صفراست . باچه فشار مانومتری درلوله بدمند تا سطح‌آب به پائین‌ترین نقطه لوله برسد .

۱۳ـ۴ لوله‌ای شیشه‌ای بقطریك میلی‌متر را تایك سانتیمتر درون ظرف جیوه‌ای فرو برده‌ایم . (a) باچه فشار مانومتری درلوله بدمیم تا جیوه به ته لوله برسد ؟ (b) هرگاه فشارهوای درون لوله 3×10^4 دین برسانتیمترمربع ازفشار جوکمترشود . جیوه تا چه ارتفاعی درلوله بالامیرود؟ زاویه اتصال ۱۴۰° است .

۱۳ـ۵ فشارهوا دریکی ازروزها ۹۵۰ میلی‌بار است . (a) هرگاه قطرلوله بارومتر دومیلی‌متر باشد ارتفاع ستون جیوه درآن چه اندازه است ؛ (b) هرگاه کشش سطحی وجود نداشت ارتفاع چه اندازه میشد ؛ (c) قطرلوله چقدرباشد تا خطای اندازه‌گیری حاصل از فشارکمتر از ۰/۰۱ میلی‌مترجیوه شود .

۱۳ـ۶ (a) فرمولی برای ارتفاع صعود مـایع بین دوصفحه موازی شیشه‌ای‌که در مایعی فرورفته‌اندپیداکنید. (b) دوصفحه موازی شیشه‌ای بفاصله نیم‌میلی‌متر را درآب فرو میبرند .ارتفاع‌صعودمایع را درآن بدست‌آورید . زاویه اتصال را صفرفرض‌کنید .

۱۳ـ۷ شعاع خارجی لوله‌ای ۰/۱۴cm و یکطرف‌آن بسته است . درهمین طرف

بسته، جسم سنگینی درون‌لوله قرارداده وآنرا ازهمین طرف درآب قرار داده‌اند . جرم کل لوله ۰/۲۰ gm است . هرگاه زاویه اتصال صفر باشد، لوله‌تاچه عمقی درآب فرومیرود .

۸ـ۱۴ فشارمانومتری یك حباب صابون بشعاع ۲/۵ سانتیمتر را برحسب $\frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2}$ بدست‌آورید . کشش سطحی $۲۵\frac{\text{dynes}}{\text{cm}}$ است .

۹ـ۱۴ دوطرف دوصفحه شیشه‌ای بهم چسبیده و دوطرف دیگرآنها چند میلی‌متر از هم فاصله دارند وفضای بین‌آنها بشکل گوه است . هرگاه این دوصفحه‌را بهمین‌وضع، بطور قائم‌درآب رنگین‌فرو برند، نشان‌دهید که سطح بالائی‌آب بین دوصفحه، منحنی هذلولی را تشکیل میدهد .

۱۰ـ۱۴ وقتی جیوه را روی صفحه شیشه‌ای بریزند (که آنرا مرطوب نمی‌کند) بشکل‌یك‌لایه کم‌ضخامت‌مقدارآن‌معینی‌است روی‌سطح شیشه‌پایستد . ضخامت‌آنرا تعیین کنید.

www.KetabFarsi.com

فصل چهاردهم

هیدرودینامیك ر ویسکوزیته

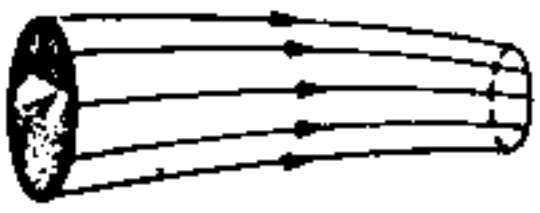
۱۴-۱ ؛ مقدمه

هیدرودینامیك درباره حرکت سیالات بحث میکند. ابتدا باید سیالات ایده آلی را تعریف کنیم . منظور از سیالات کامل یا ایده‌آلی سیالاتی هستندکه قابلیت تراکم‌آنها صفر است و اصطکاك داخلی بین لایه‌های‌آنها وجود ندارد. میتوان‌ازقوانین‌سیال ایده‌آل‌درگازها استفاده نمود، بشرط‌آنکه‌اختلاف فشار بین نقاط مختلف آنها چندان زیاد نباشد . مایعات تقریباً غیرقابل تراکم هستند وازاین‌جهت به سیال‌کامل بیشترشباهت دارند . وجوداصطکاك داخلی بین لایه‌های مجوارسیال باعث پیدایش تنش برشی shearing stress در این لایه‌ها میشود . این‌تنش، همچنین بین لایه سیال ودیواره و نیز بین سیال وهرمانع موجود در راه عبورآن پیدا میشود . دربسیاری ازجریانها میتوان ازنیروی اصطکاك داخلی در برابر نیروی وزن‌ونیروی حاصل از اختلاف فشار،صرفنظر نمود .

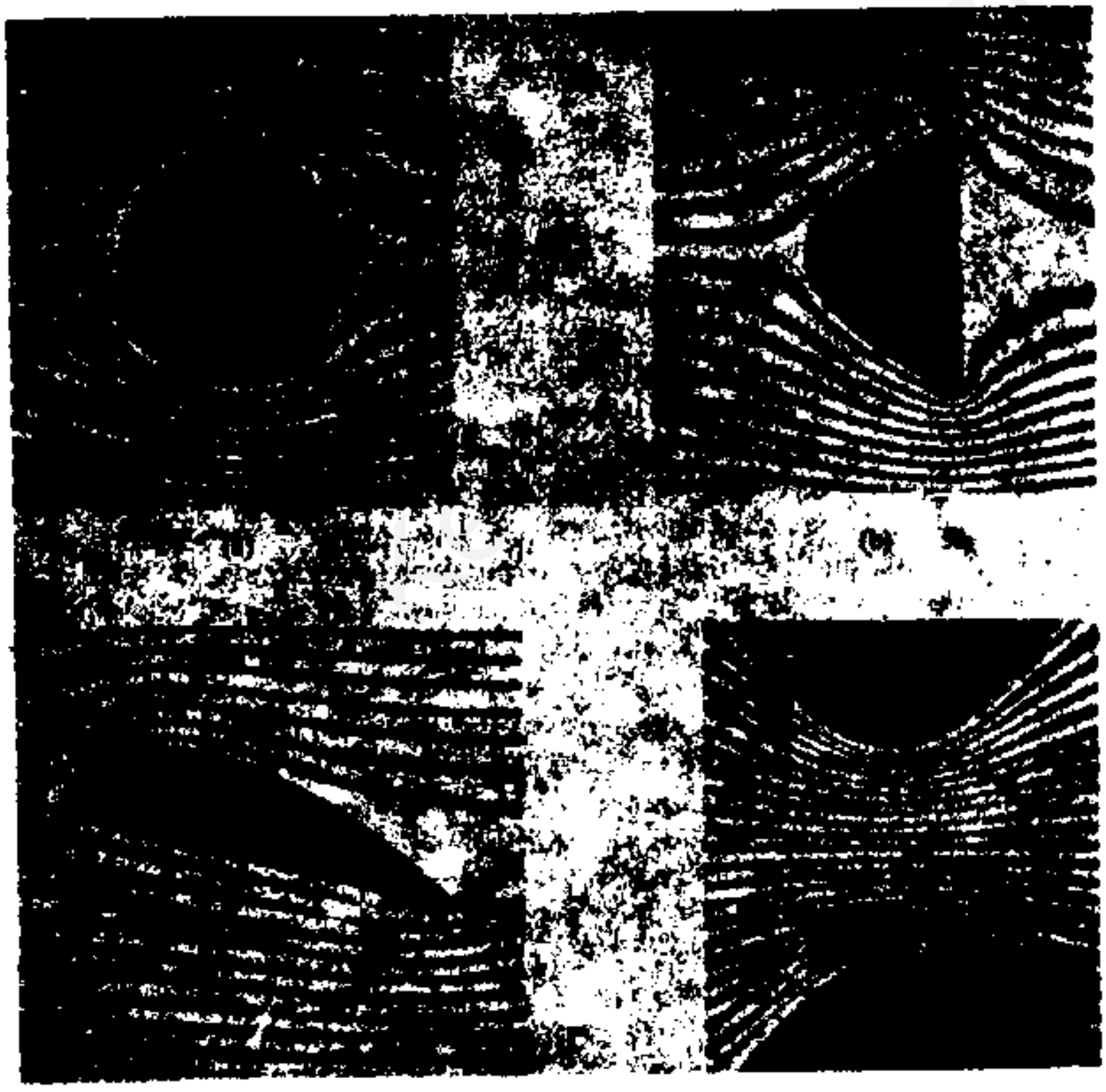
مسیرهرذره سیال‌را خط حرکت مینامند . درحالت‌کلی درطول خط حرکت، اندازه وجهت سرعت جسم تغییر می‌کند . هرگاه ذرات برروی یك خط حرکت ، حرکت ذرات قبلی‌را تکرارکنند، جریان را جریان دائمی یا جریان ثابت مینامند . هرجریان وقتی‌شروع میشود ثابت نیست ولی اکثراً پس ازچند ثانیه به جریان ثابت تبدیل میشود . در جریان دائمی دریك نقطه معین سرعت حرکت سیال ثابت است درحالیکه ممکن است سرعت یك‌ذره در طول مسیرثابت نباشد . بطورکلی در جریان ثابت، سرعت‌کلیه ذرات درهرنقطه ثابت و فقط ازنقطه‌ای بنقطه دیگرتغییرمیکند .

خط جریان streamline عبارت‌ازیك منحنی است‌که مماس‌بر آن درهرنقطه هم جهت بـا سرعت ذره سیال درآن نقطه بـاشد . در جریان دائم خط جریان و خط حرکت یکی هستند .

هـر گاه مطابق شکل ۱۴ـ۱ تمام خطوط جریان‌راکه‌ازمحیط‌سطح A عبور میکند رسم کنیم لوله جریان یا flow tube بدست میاید . از تعریف خط جریان نتیجه میشود که هیچ ذره سیالی از جـدار لوله جریان نمی‌تواند عبور کند و در جریـان دائمی ، سیالهای درون لوله‌های مختلف جریان باهم مخلوط نمیشوند .



شکل ۱۴-۱ لوله جریان به خطوط جریان محدود میشود .



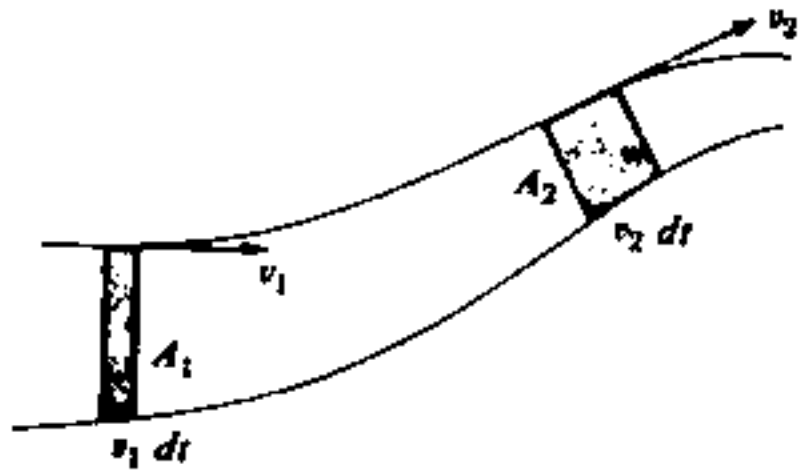
شکل ۱۴ـ۲ (a) ، و (b) و (c) خطوط جریان در اطراف اجسامی باشکال مختلف. (d) جریان درمجرائی بامقاطع متغیر .

ساده‌ترین نوع جریان ، جریان همگن است که در آن تمام لوله‌های جریان مستقیم‌الخط و موازی هستند و سرعت، درتمام‌آنها یکسان است . درشکل ۱۴ـ۲ چندنوع جریان در اطراف چند مایع ونیز جریان دریك‌کانال باسطح مقطع متغیر نشانداده شده است .

عکس‌ها از جریانهائی برداشته شده است که با دستگاهی بنام Pohl بوجود آمده است . در این دستگاه جریانهائی از لایه‌های مایع بیرنگ و رنگین که یکدر میان قرار گرفته‌اند ابتدا ازمیان شکافهائی که ازهم مجزاهستند عبورکرده بعد باهم‌مخلوط میشوند . موانع و دیواره ها ازاجسام کدر تشکیل شده‌اندوسطح زیرین و بالائی را درصفحه شیشه‌ای تشکیل میدهد تاعبورنور وعکس برداری ازجریان ممکن باشد . چنانکه ازشکل پیداست دو طرف هرمانع را همیشه یك لوله جریان‌احاطه میکند، بدین ترتیب که لوله از وسط شکافته شده نیمی ازآن از یکطرف و نیم دیگر از طرف دیگرمانع عبور میکنند و بعد از عبور از دوطرف‌مانع، بازبهم‌پیوسته تشکیل‌یك‌اوله جریان میدهد. محل انشعاب را **نقطه، ایست‌اول first stagnation point** ومحل پیوستن مجدد را **نقطه، ایست‌دوم** مینامند. سرعت درنقطه ایست صفراست وقتی لوله‌های جریان فشرده‌تر میشوند سرعت حرکت سیال بیشتر میشود وبالعکس .

۴-۲ ، فرمول بقاء

هر گاه دوسطح ثابت واقع‌درمسیر ، که درعین حال‌جریان راقطع میکنند درنظر گیریم. درحجم واقع بین این‌دوسطح، ازیکطرف جریانی وارد و ازطرف دیگر خارج میشود . بیان ریاضی قانون بقاء این است که مقدارجرمی که واردحجم‌مذکور میشود، عیناً برابرجرمی‌است که ازآن خارج میشود .



شکل ۱۴-۳ جریانی‌که به قسمتی ازلوله جریان وارد وازآن خارج میشود .

هر گاه سیال غیرقابل تراکم و جریان دائمی باشد فرمول بقاء چنین بدست میاید . در شکل ۱۴-۳ قسمتی ازیك لوله جریان نشانداده شده است که بین دو سطح بااندازه‌های A_1 و A_2 محصورند . v_1 و v_2 سرعت سیال در این مقطع هستند و ازجدارلوله جریان، جریانی بخارج نمیرود . درفاصله زمانی **dt** حجم سیالی که از **A** وارد قسمت مورد نظر میشود A_1v_1dt است. هر گاه ρ توده ویژه سیال باشد جرم سیال‌وارده برابرخواهدبودبا ρA_1v_1dt . همچنین جرم سیالی‌که خارج میشود برابر است‌با ρA_2v_2dt. حجم واقع

بین A_1 و A_2 ثابت است و چون جریان نیرو ثابت‌است، بنابراین جرم سیالی‌که باین قسمت وارد میشود با جرم سیالی‌که ازهمین قسمت خارج میشود مساوی است :

$$\rho A_1 v_1 dt = \rho A_2 v_2 dt$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (۱-۱۳)$$

یعنی حاصلضرب سرعت سیال درسطح مقطع Av در طول هرلوله جریان مقداریست ثابت لذا هرگاه مطابق شکل ۱۲-۲ (d) سطح مقطع لوله جریان‌کاهش میابد سرعت سیال‌زیاد میشود وبالعکس پس هرجا تغییرسطح مقطع وجود دارد باید نیروئی برسیال وارد شودیعنی فشار در طول لوله جریانی‌که سطح مقطع‌آن متغییر است تغییرمیکند . هرگاه سیال را مجموعه‌ای از ذرات کوچك در نظر گرفته حرکت آنها را در مورد مطالعه قراردهیم این موضوع بخوبی روشن میشود .

۱۴-۳ ، فرمول برنولی

وقتی سیال غیرقابل تراکمی درطول لوله جریانی باسطح مقطع متغییردرحرکت است سرعت‌آن‌درطول مسیرمتغیر است. یعنی‌حرکت‌آن تند شونده‌یاکندشونده میباشد . بنابراین باید برسیال نیروئی اثرکند واین بدین معنی است‌که حتی اگر ارتفاع نقاط مختلف‌لوله جریان ازیك سطح‌افقی تغییرنکند، فشار درطول این لوله تغییرخواهدکرد . بین دونقطه واقع در دو ارتفاع مختلف ، اختلاف فشار نه تنهاتابع اختلاف ارتفاع، بلکه تابع اختلاف سرعت بین این دونقطه خواهد بود . ممکن است بااستفاده ازقانون دوم نیوتون رابطهٔ بین تغییرات سرعت و ارتفاع‌وفشار را بدست‌آورید، ولی اینکار با استفاده از اصل بقاء انرژی آسانتر انجام میشود . این مسئله را اولین بار دانیل برنولی در ۱۷۳۸ حل‌کرد .

درشکل ۱۴-۲ قسمتی ازیك لوله جریان نشانداده شده است . ماقسمتی از سیال را که‌درشکل هاشورخورده استوازنقطه‌ای بنقطه دیگرمنتقل شده، درنظرمی‌گیریم. فرض‌کنیم ارتفاع ، سرعت ، سطح مقطع وفشار این جزء سیال درنقطه (۱) بترتیب y_1 و v_1 و A_1 و p_1 و درنقطه (۲) برابر y_2 و v_2 و A_2 و p_2 باشند .

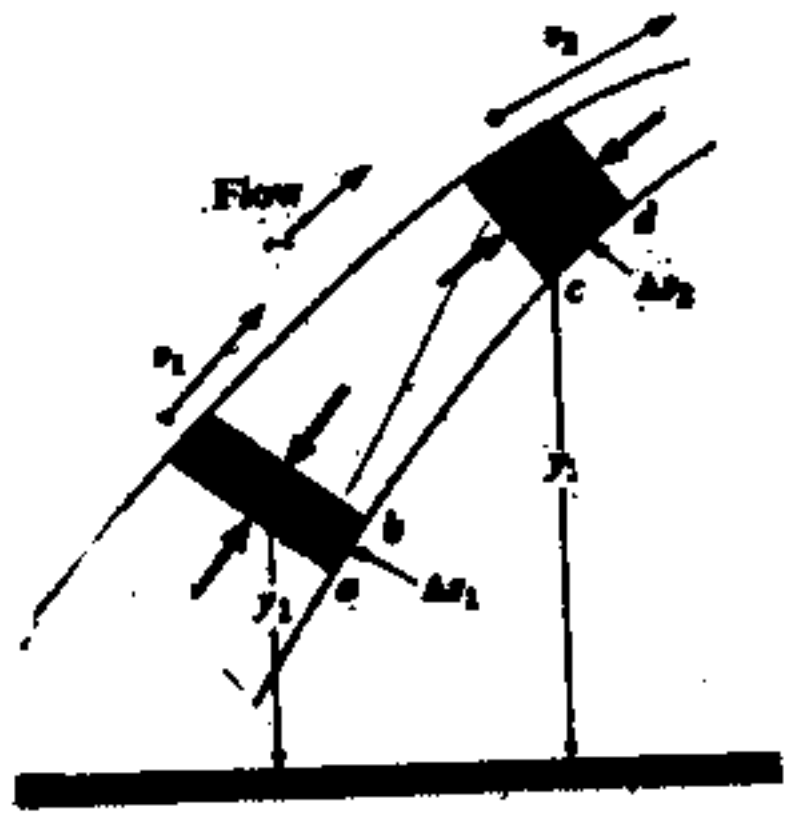
چون‌فشار درتمام نقاط سیال وجود دارد، بنابراین فشار وارد برجزء سیال همانطور در شکل با سهم‌های پر نشانداده شده، ازدوطرف بر دو وجه‌آن‌وارد میشود . وقتی این‌جزء سیال ازنقطه (۱) به‌نقطه (۲) میرود . نیروهای واردبرسمت‌چپ‌آن‌کار مثبت ونیروهای وارد برسمت راست کار منفی انجام میدهند . قدر مطلق‌کار انجام شده یا اختلاف دو مقدارکار مذکور ، برابراست باتغییرانرژی جنبشی جزء سیال باضافه تغییرانرژی پتانسیل‌آن .

هرگاه A و p سطح مقطع وفشار سیال دریك نقطه دلخواه‌باشند نیروی مؤثردراین

نقطه برابر $p \cdot A$ خواهد بود . کار انجام شده توسط نیروهای وارده از سمت چپ مطابق شکل برابراست با:

$$\int_a^c F_s ds = \int_a^c p \cdot A ds$$

که درآن ds فاصله کوتاهی است که سیال درطول لوله طی میکند . حدود انتگرال از a تا c است چه این دو نقطه . وضع ابتـدائی وانتهائی سمت چپ جزء سیال را نشان میدهنـد . انتگرال را ممکن است چنین نوشت :



شکل ۱۴ـ۴ کارانجام شده برروی جزء سیال برابر تغییر انرژی جنبشی وپتانسیل آن میباشد.

$$\int_a^c pAds = \int_a^b pAds + \int_b^c p \cdot Ads$$

همچنین کار انجام شده توسط نیروهای وارده برسمت راست جزء سیال برابراست با :

$$\int_b^d p \cdot Ads = \int_b^c pAds + \int_c^d pAds$$

وتفاوت دومقدار کارمذکور یعنی کار کل انجام شده برابر است با :

$$\text{کار کل} = \int_a^b pAds + \int_b^c pAds - \int_b^c pAds - \int_c^d pAdr =$$

$$= \int_a^b pAds - \int_c^d pAds$$

فواصل a تا b ونیز c تا d بینهایت کوچکند و میتوان، درطول آنها فشار و سطح مقطع را ثابت فرض کرد . لذا داریم :

$$\int_a^b pAds = p_1 A_1 \Delta s_1 \qquad \int_c^d pAds = p_2 A_2 \Delta s_2$$

اما $A_2\Delta s_2 = A_1\Delta s_1$ برابر V حجم جزء سیال است پس خواهیم داشت :

$$\text{کار کل} = (p_1 - p_2)V \qquad (۲-۱۴)$$

هر گاه ρ توده ویژه سیال و m جرم آن باشد داریم $V = \frac{m}{\rho}$ و فرمول ۱۴-۲ بصورت زیر درمیاید :

$$\text{کار کل} = (p_1 - p_2)\frac{m}{\rho} \qquad (۳-۱۴)$$

حال گوئیم کار کل نیروهای وارده برابر تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل است . پس میتوان نوشت :

$$(p_1 - p_2)\frac{m}{\rho} = (mgy_2 - mgy_1) + (\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2)$$

m را ازطرفین حذف کرده طرفین تساوی را بر ρ بخش میکنیم نتیجه میشود :

$$p_1 - p_2 = \rho g(y_2 - y_1) + \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) \qquad (۴-۱۴)$$

عبارت اول سمت راست ، اختلاف فشار ناشی از وزن مایع و تغییر ارتفاع آن بین نقاط (۱) و (۲) میباشد و عبارت دوم تغییر فشار ناشی از تغییر سرعت سیال یعنی تغییر فشار ناشی از شتاب آن است .

فرمول ۱۴-۴ را بصورت زیر میتوان نوشت :

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (۵-۱۴)$$

و چون اندیس‌های (۱) و (۲) مشخص کننده هر نقطه دلخواه درون لوله جریان است پس خواهیم داشت :

$$\boxed{p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{ثابت}} \qquad (۶-۱۴)$$

این فرمول بفرمول برنولی مشهوراست . باید توجه داشت که p فشار مطلق است و برحسب lbf/ft^2 یا n/m^2 یا $dynes/cm^2$ و توده ویژه برحسب $slugs/ft^3$ یا kgm/m^3 و یا gm/cm^3 سنجیده میشود .

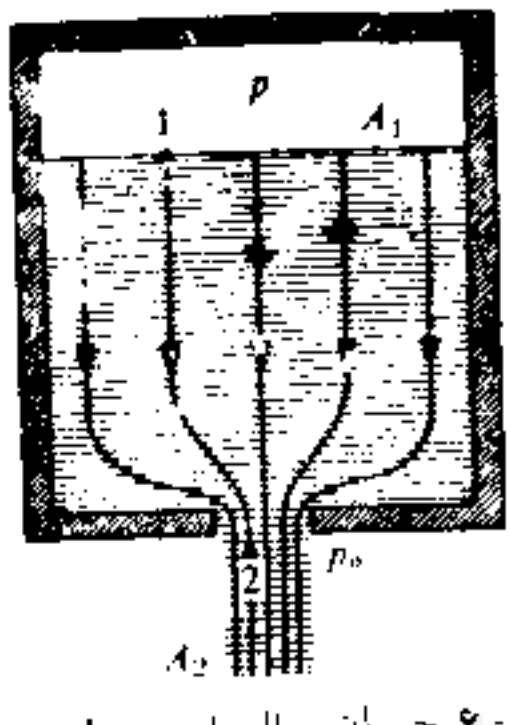
۴-۱۴ ، موارد استفاده ازفرمول برنولی

(۱) فرمول هیدروستاتیك حالت خاصی از فرمول برنولی است که درآن درهر حال $v = 0$ است . لذا باید v_1 و v_2 مساوی صفرقرارگیرند یعنی فرمول ۴-۱۴ بصورت زیر در می‌آید :

$$p_1 - p_2 = \rho g(y_2 - y_1)$$

که عیناً فرمول ۴-۱۲ است .

(۲) سرعت جریان ـ قضیه تریچلی . شکل ۴-۱۴-۵ ظرفی را بسطح مقطع A_1 و عمق h نشان میدهد که از سیالی بتوده ویژه ρ پر شده است . بالای ظرف ازهوا با فشار p پراست و مایع از مجرای خروجی بسطح مقطع A_2 خارج میشود . فرض کنیم همه سیال جاری، یك لوله جریان راتشکیل دهد و v_1 و v_2 بترتیب سرعت جریان درنقاط (۱) و (۲) باشند . v_2 را سرعت جریان مینامند . فشار درنقطه (۲) p_a فشارجواست . فرمول برنولی



شکل ۴-۱۴-۶ جریان سیال از مجرای خروجی

را برای نقاط (۱) و (۲) مینویسیم و ته ظرف را سطح مبدء اختیارمیکنیم خواهیم داشت :

$$p + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = p_a + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

و یا :

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\frac{p - p_a}{\rho} + 2gh$$

برطبق فرمول بقاء داریم :

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \qquad (۸-۱۴)$$

همانطورکه درشکل ملاحظه میشود خطوط هرچه بدهانه خروجی میرسند بهم نزدیکتر میشوند و درنتیجه سطح لوله جریان درمحل خروج ازسطح مقطع مجرا کمتر وحدود ۶۵٪ آن است . این مقطع را **مقطع تراکم** یا **vena contracta** مینامند .

حال فرض کنیم درحالت خاص ، ظرف بهوای آزاد وصل باشد دراینصورت :

$$p = p_a \quad و \quad p_2 - p_a = 0$$

همچنین فرض کنیم A_1 خیلی بزرگتر از A_2 باشد ($A_1 \gg A_2$) در اینصورت v_1^2 بمراتب از v_2^2 کوچکتر وقابل اغماض است بنابرفرمول ۱۴-۷ میتوان نوشت :

$$v_2 = \sqrt{2gh} \qquad (۹-۱۴)$$

یعنی سرعت خروج آب ازمجرا باندازه سرعتی است که جسمی هنگام سقوط ازارتفاع h بدست میاورد . این قضیه راقضیه تریچلی مینامند لازم نیست حتماً سوراخ درته ظرف باشد کافی است سوراخ دربدنه وبعمق h زیرسطح آزاد آب تعبیه شده باشد .

اکنون حالتی رافرض کنید که نسبت دوسطح مقطع طوری باشد که v_1^2 قابل اغماض و فشار p (درظرف سربسته) آنقدر زیاد باشد $2gh$ درفرمول ۱۴-۷ دربرابر $\frac{2(p-p_a)}{\rho}$ قابل اغماض باشد . دراینصورت سرعت خروج آب ازمجرا برابراست با :

$$v_2 = \sqrt{2(p-p_a)/\rho} \qquad (۱۰-۱۴)$$

ρ توده ویژه سیالی است که ازمجرا خارج میشود . هرگاه مطابق شکل ۱۴-۵ ظرف تا قسمتی ازطول خود (درقسمت پائین) ازمایعی پرباشد ρ توده ویژه مایع است . هرگاه ظرف فقط ازگاز پرباشد ρ توده ویژه گازاست . سرعت جریان گازهاحتی در فشارهای کم نیزخیلی زیاد است زیرا توده ویژه آنها کم است . هرگاه فشارگازخیلی زیاد باشد نباید آنرا غیرقابل تراکم فرض نمود وهرگاه سرعت خیلی زیاد باشد جریان آشفته است [قسمت (۱۴-۱۰)] ودراین حال ازفرمول برنولی نباید استفاده شود .

خروج سیال از مجرا باعث میشود که نیروی عکس‌العملی برظرف وارد شود . حل این مسئله نظیر مسئله راکت است که درفصل هشتم درباره آن بحث شده است . هرگاه شرائط طوری باشد که بتوان ازفرمول برنولی استفاده کرد مسئله را چنین حل میکنند . چنانچه A سطح مقطع مجرا ρ توده ویژه سیال درحین خروج و v سرعت جریان باشد جرم سیالی که درزمان dt ازظرف، خارج میشود $\rho Avdt$ و اندازه حرکت (جرم × سرعت) آن برابر ρAv^2dt میباشد . چون از سرعت بسیارکم سیال در ظرف صرفنظر کرده‌ایم گوئیم سیال خارج شده ازظرف، ازسرعت صفرشروع کرده و اندازه حرکت فوق‌الذکر را درزمان dt بدست‌آورده است . لذا تغییراندازه حرکت درواحد زمان برابر ρAv^2 است وبنابرقانون دوم نیوتون برابر نیروئی است که برمایع خروجی وارد شده است . بنابرقانون سوم نیوتون این نیرو نیز برابر نیروئی است که بر ظرف وارد میشود . هرگاه v^2 را ازفرمول ۱۴-۱۰ بدست‌آورده در رابطه مذکورقراردهیم خواهیم داشت :

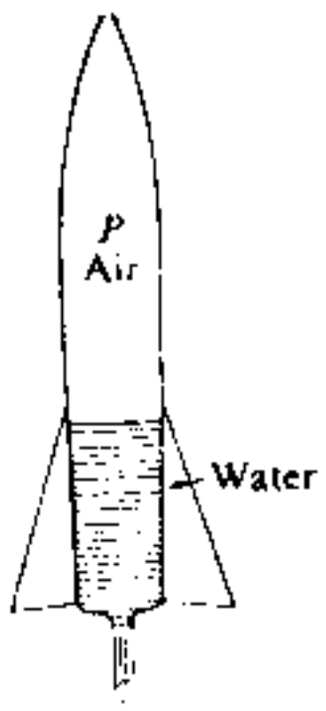
$$F = \rho A v^2 = \rho A \frac{2(p - p_0)}{\rho}$$

و یا :

$$F = 2A(p - p_0)$$

بنابراین سرعت جریان متناسب معکوس باتوده ویژه است درحالیکه نیروی عکس‌العمل مستقل ازتوده ویژه وفقط متناسب با سطح مقطع مجرا و فشار مانومتری $p - p_0$ است .

مثالـ درشکل ۱۴ـ۶ یك راکت آبی نشانداده شده‌است. بردوی سطح آب هوا بافشار دوآتمسفروجود دارد . (a)هرگاه راکت بحال سکون باشد سرعت خروج آب از دهانه چه‌اندازه است ؟ (b) نیروی عکس‌العمل دوببالا را درحالیکه سطح‌مقطع مجرا $0/5 cm^2$ فرض شود بدست‌آورید .



شکل ۱۴ـ۶ راکت‌آبی

(a)فشارمانومتری $p - p_0 = 1 atm = 10^6 \frac{dynes}{cm^2}$ است

پس سرعت جریان برابر است با :

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 10^6 dynes/cm^2}{1 gm/cm^3}} = 1/4 \times 10^3 cm/sec$$

ونیروی عکس‌العمل دوببالا برابراست با :

$$F = 2 \times 0/5 cm^2 \times 10^6 dynes/cm^2 = 10^6 dynes$$

این نیروبمراتب بیشترازوزن راکت است . باین سئوال جواب‌دهید : باوجوداینکه نیروی عکس‌العمل وارد برراکت درهمین فشارمانومتری اعم ازاینکه در راکت‌آب باشد یا نباشد یکی است ؛ چرا قسمتی ازحجم راکت راازآب پرمیکنند ؟

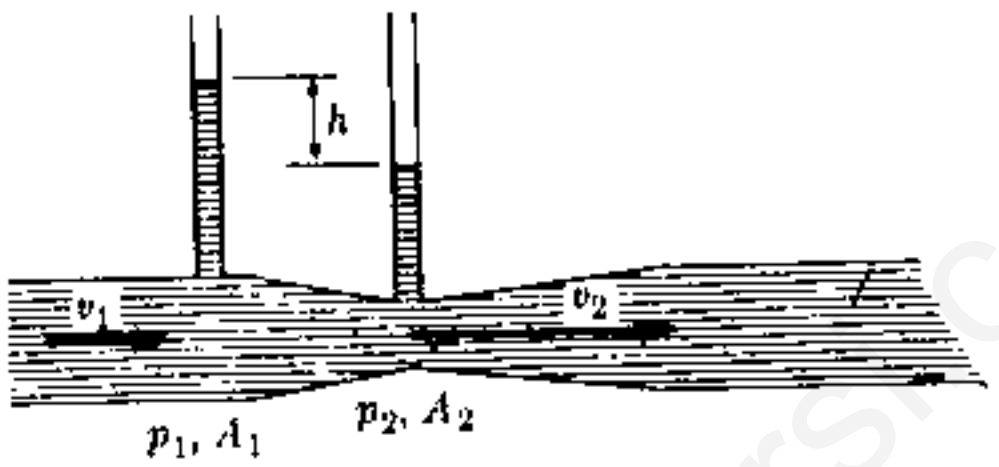
---

(۳) لوله ونچوری که درشکل ۱۴ـ۷ نشانداده شده است عبارت است از لوله‌ای‌که در قسمتی از طول خود باریك‌تر شده است و تغییرقطرطوری است‌که ازآشفتگی جریان جلوگیری بعمل‌آید . فرمول برنولی درمورد این لوله چنین است :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

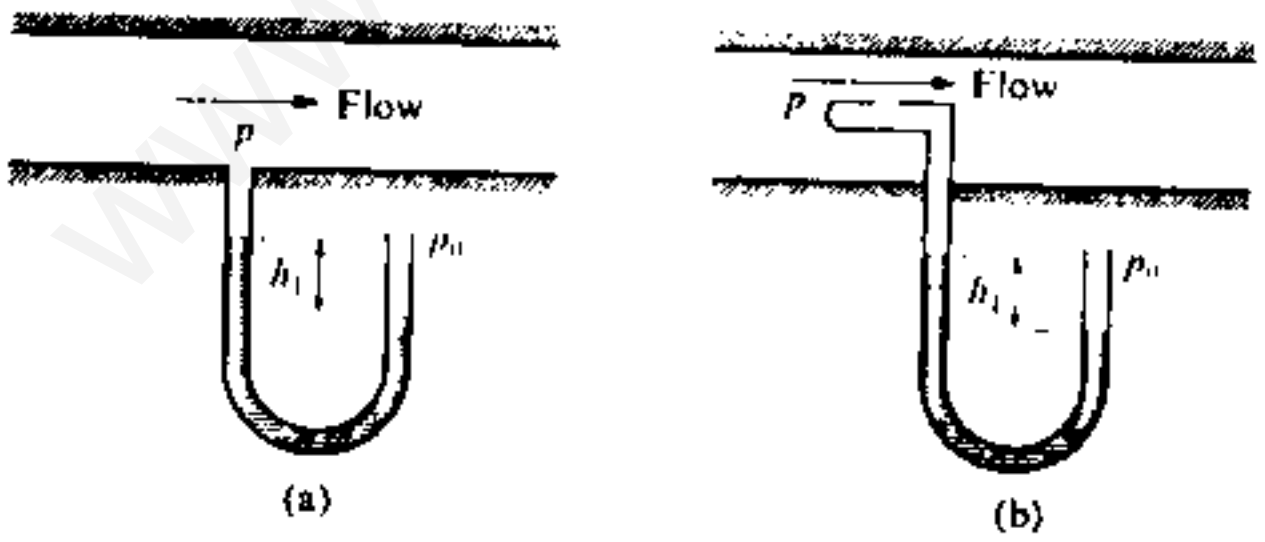
بنابرفرمول بقاء v_2 بیشتر از v_1 و درنتیجه p_2 فشار درمحل نازکترلوله‌کمتر ازفشار p_1

خواهد بود . لذا نیروئی بطرف راست برمایع وارد بلوله باریك‌اثر کرده بآن‌شتاب میدهدو برعکس‌نیروی وارد برمـایع خروجی‌بمایع شتاب منفی میدهد. فشار p_1 و p_2 رامیتوان با ضمیمه‌کردن دولوله قائم بجدار (مطابق‌شکل) اندازه‌گرفت . بادانستن مقادیر فشار p_1 و p_2 ونیز سطوح مقطع A_1 و A_2 سرعت حرکت مایع ونیزجرم مایعی راکه درواحدزمان از لوله عبور میکند و دبی جرمی مایع نامیده میشود میتوان بدست آورد . وقتی دستگاه را بدین‌صورت برای‌تعیین‌دبی جرمی مورد استفاده قرار میدهندآنرا **ونچوری متر** مینامند .



شکل ۲۴–۷ لوله ونچوری

ازکاهش فشار درلوله‌ونچوری درموارد متعددی‌درصنعت استفاده میکنند . مثلا تبخیر بنزین درکاربوراتور اتومبیل بدین ترتیب تسریع میشودکه لوله عبورهوا درمحلی‌که‌بنزین واردکاربوراتور میشود تنگ‌تر و فشارکمترمیشود درنتیجه بنزین سریع‌ترتبخیرمیگردد . درخروطوم‌آبی عبورجریان از قسمت باریك لوله باعث‌کاهش فشار شده هوا واردآب میشود بدین ترتیب عمل تخلیه صورت میگیرد .



شکل ۱۴–۸ نحوه اندازه‌گیری فشارستاتیکی سیالی که درمجرای بسته‌ای جریان دارد .

(۴) سنجش فشار درسیال جاری فشار ستاتیکی سیالی راکه درون لوله یـا مجرای بسته‌ای درجریان است بکمك مانومترلوله بازی اندازه میگیرند : (شکل ۱۴–۸) در (a) یك شاخه مانومتر به منفذی‌که بلوله منتهی میشود وصل است در (b) شاخه مذکور بـالاتر رفته روی محورلوله، یعنی‌محلی‌که سرعت عبور از همه جا بیشتراست وصل است شاخه باید

ازنظرشکل طوری باشدکه‌آشفتگی درجریان ایجاد نکند و مجرای‌آن‌آنقدر تنگ باشدکه جریان نتواند شدیداً واردآن دستگاه را بهم بریزد . h_1 اختلاف ارتفاع مایع در دو شاخه لوله U شکل متناسب با اختلاف فشارسیال جاری با فشارحواست یعنی :

$$p_0 - p = \rho_m g h_1$$

و یا :

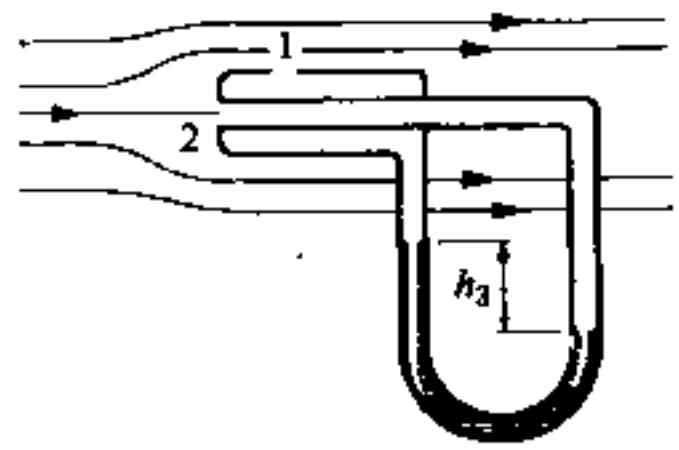
$$p = p_0 - \rho_m g h_1 \qquad (۱۲-۱۴)$$

که درآن ρ_m توده ویژه مایعی است‌که در مانومتر وجود دارد .

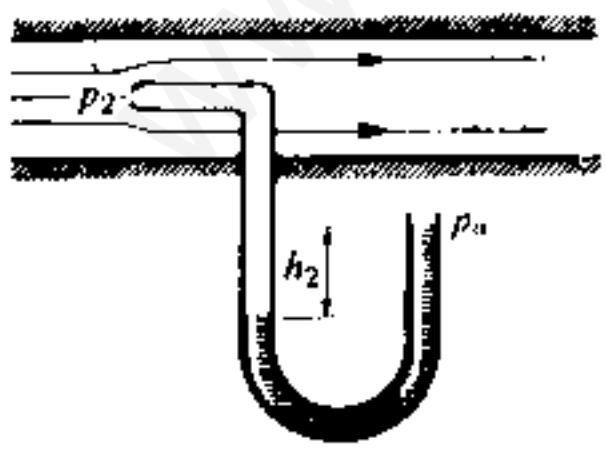
در لوله پی توت Pitot که در شکل ۱۴-۹ نشانداده شده است، منفذشاخه مانومتر درست روبروی جریان قراردارد. در دهانه‌این منفذ، یك‌نقطه‌ایست، تشکیل‌میشودکه‌فشارآن p_2 و سرعت‌آن صفر است . بین این نقطه‌ایست و نقطه دیگری‌که بفاصله نسبتاً دوری از نقطه واقع‌وفشار وسرعت‌آن بترتیب p و v است، بااستفاده ازفرمول برنولی‌مینویسیم :

$$p_2 = p + \frac{1}{2}\rho v^2$$

(ρ توده ویژه سیال جاری‌است) فشار p_2 درنقطه‌ایست برابر مجموع p فشار ستاتیکی و $\frac{1}{2}\rho v^2$ است‌که **فشاردینامیکی** نامیده میشود .



شکل ۱۴-۹ لوله پی‌توت



شکل ۱۴-۱۰ لوله پرانت

مانومترلوله باز دراین دستگاه اختلاف فشارآتمسفریك p_a وفشار p_2 رااندازه میگیرد .

$$p_a - p_2 = \rho_m g h_2$$

$$p_2 = p + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_a - \rho_m g h_2 \qquad (۱۳-۱۴)$$

دستگاهی که درشکل ۱۴ـ۱۰ نشانداده شده است لوله پرانت Prandtl (که گاهی اوقات لوله پی‌توت نیز نامیده میشود) میباشد. فشار درمنفذ (۱) فشارستاتیکی p و در منفذ (۲) برابر است با $p+\frac{1}{2}\rho v^2$. ارتفاع مایع مانومتر h_3 متناسب با اختلاف این دو فشار یعنی فشار دینامیکی $\frac{1}{2}\rho v^2$ است. بنابراین داریم :

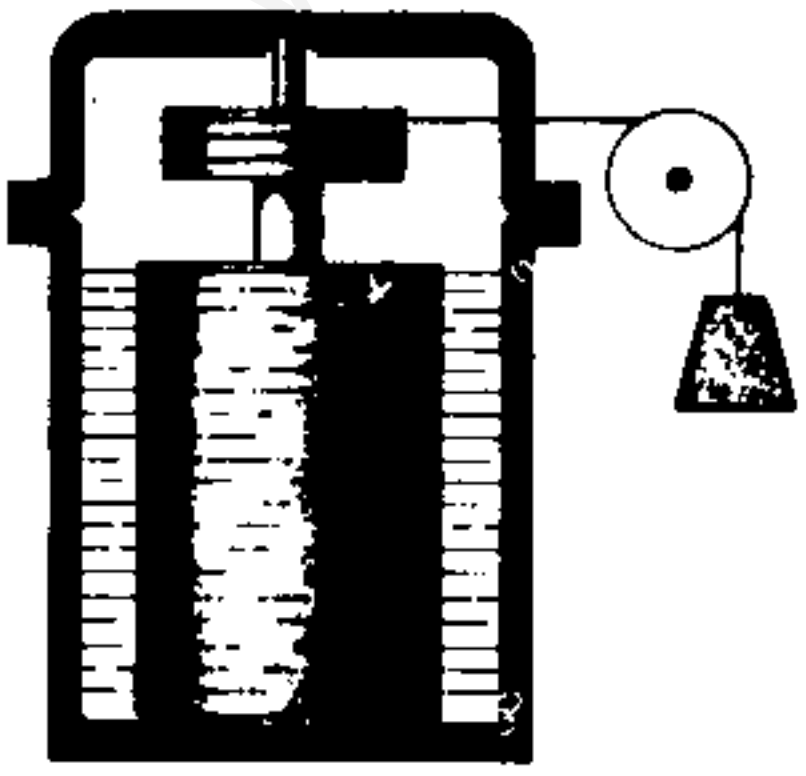
$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho_m g h_3 \qquad (۱۴-۱۳)$$

عددی که این دستگاه نشان‌میدهد به‌فشار خو مربوط نیست . هرگاه خود دستگاه بحال سکون نگاه داشته شود میتوان ازآن در اندازه‌گیری سرعت سیال جاری استفاده نمود . هرگاه همین دستگاه در هواپیمائی قرارگیرد سرعت حرکت هواپیمارانسبت‌بهوا بکمك‌آن اندازه میگیرند و دراین حال‌آنرا سرعت‌سنج هوا airspeed indicator مینامند .

۱۴ـ۵ ، ویسکوزیته

ویسکوزیته‌را میتوان‌اصطکاك داخلی سیالات دانست بعلت وجود ویسکوزیته هرگاه، لایه‌ای از سیال بخواهد روی لایه دیگری بلغزد و یا دو صفحه‌که بین‌آنها لایه‌ای از سیال وجود داشته باشد بخواهند بروی هم بلغزند، نیروئی دربرابر این لغزش، مقاومت‌میکندکه باید با نیروی محرکی خنثی شود . مایعات و گازها هردو دارای ویسکوزیته هستند ولی ویسکوزیته مایعات بیشتراست . برای پیداکردن فرمول اساسی ویسکوزیته ابتدا باید بفهمیم که مسئله با مسئله تنش برشی درجامدات بسیار شبیه است .

در شکل ۱۴ـ۱۱ دستگاهی نشانداده شده است که میتوان ویسکوزیته را بکمك‌آن اندازه گرفت . استوانه‌ای‌که درون ظرف سیلندری بطورقائم قراردارد‌میتواند حول محورخودکه‌اصطکاك‌آن ناچیز است بچرخد . بین ظرف سیلندری واستوانه‌ای را مایعی پرکرده است که‌منظورمااندازه‌گیری ویسکوزیته آن است. میتوان مطابق شکل‌بکمك وزنه وقرقره‌ای یك گشتاوربرمحور

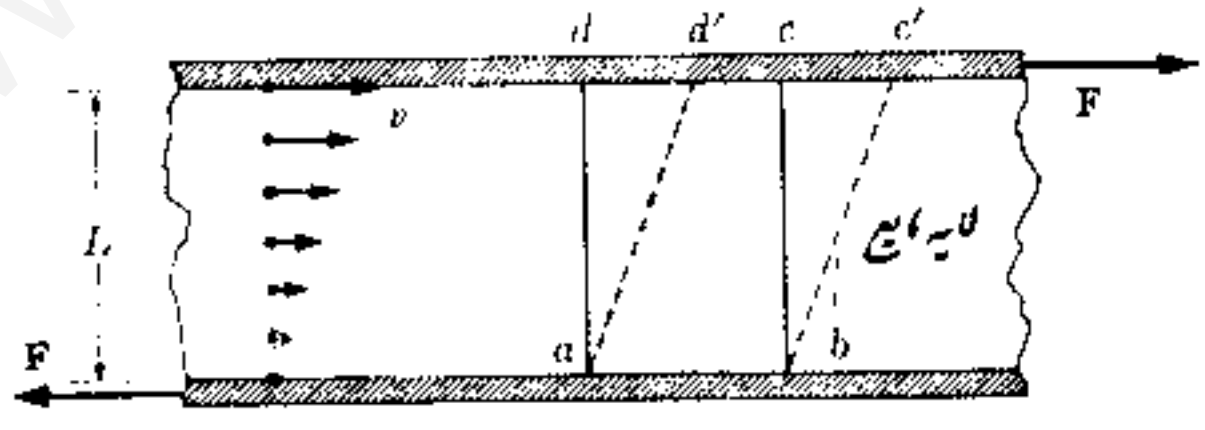


شکل ۱۴ـ۱۱ دستگاهی جهت اندازه‌گیری ویسکوزیته

استوانه وسطی اثرداد . همینکه وزنه رها شوداستوانه وسطی شروع بچرخیدن کرده درابتدا حرکت آن تند شونده است ولی پس از زمان کوتاهی حرکت آن یکنواخت شده تا هروقت گشتاور برمحور آن مؤثر باشد، با همان سرعت زاویه‌ای ثابت میچرخد . مسلم است که هرگاه مایع غلیظی نظیر گلیسیرین فضای بین استوانه درون و ظرف سیلندری را پر کند سرعت حرکت، بمراتب کمتر از وقتی است که آب یا کروزن **kerosene** بجای گلیسیرین باشد . با دردست داشتن اندازه گشتاور، ابعاد استوانه‌ها وسرعت زاویه‌ای میتوان ضریب ویسکوزیته مایع را اندازه گرفت .

برای سهولت ابتدا فرض کنیم فاصله جدارخارجی استوانه درونی وجدار داخلی ظرف خیلی کم باشد در اینصورت میتوان قسمت بینهایت کوچکی از محیط آندو را خطوط مستقیم فرض کرد . درشکل ۱۴–۱۲ این قسمت را نشانداده‌اند . لایه‌ای ازمایع که بمحیط استوانه درونی چسبیده باهمان سرعت درحرکت است ولایه‌ایکه بجدار داخلی ظرف چسبیده، ساکن است. هرچه ازجداراستوانه‌درونی دورتر رویم همانطور که درشکل باسهم نشانداده شده است سرعت کاهش میبابد .

جنین جریانی را لایه‌ای (**Laminar**) مینامند . لایه‌های مایع مانند برگهای کتابی که بـر روی میز قرارگرفته وتیروی افقی بجلد بالائی آن وارد میشود برروی هم میلغزند . دراثر این لغزش، قسمتی ازمـایع که درلحظه‌ای شکل **abcd** دارد لحظه‌ای بعد شکل **abc′d′** بخود می گیرد باگذشت زمان اضلاع **ad′** و **bc′** بیشتر وبیشتر کج میشوند. یعنی مایع تحت اثر تنش برشی قرار دارد که دائما روبازدیاد است .



شکل ۱۴–۱۲ جریان لایه‌ای مایع ویسکوزیته

برای اینکه حرکت ادامه یابد باید نیروئی افقی برلبه سمت راست دیواره بالائی و درنتیجه برلبه بالائی مایع وارد شود . این نیرو میخواهد لایه‌های مایع و درنتیجه‌دیواره ساکن را بطرف راست بحرکت درآورد . بنابراین بردیواره ساکن نیز باید نیروئی مساری ومختلف‌الجهت وارد شود تا بحال سکون باقی بماند . این دونیرو درشکل ۱۴–۱۲ با حرف **F** نشانداده شده‌انـد . هرگاه **A** سطح لایه مایعی باشدکه این نیرو برآن وارد میشود **F/A** تنش برشی مؤثر برمایع است . .

وقتی‌تنش برشی برجسم جامـدی اثر کند اثر تنش‌این‌است که‌در جسم جامد جابجائی (لغزش) باندازه dd' ایجادکند Strain برشی چنانکه قبلا دیدیم عبارتست از: نسبت‌این جابجائی به‌رض جسم وپائین‌تر ازحد ارتجاع Strain متناسب باتنش مؤثراست . اما در مایع چنین نیست و Strain مادام که تنش برمایع‌مؤثراست، ادامه میابد وتجربه نشان میدهدکه دراین‌حال، تنش متناسب بانسبت تغییر Strain بزمان‌است. درشکل۱۴ـ۱۲در لحظه‌ایکه سیال‌شکل abc'd' را دارد، تغییربعد نسبی برابر $\frac{dd'}{ad}$ یا $\frac{dd'}{l}$ است و چون l ثابت‌است نسبت‌تغییرات Strain بزمان، ایراست باحاصلضرب $\frac{1}{l}$ درنسبت‌تغییر dd' بزمان‌اما نسبت‌تغییر dd' بزمان‌درحقیقت همان‌سرعت نقطه d یعنی v سرعت حرکت دیواره‌متحرك‌است بنابراین خواهیم داشت :

$$\text{نسبت‌تغییر Strain بزمان} = \frac{v}{l}$$

بنابرتعریف ضریب ویسکوزیته‌که‌آنرا باختصار ویسکوزیته نیزمینامند وبا η نمایش داده میشود عبارتست ازنسبت $\frac{F}{A}$ به سرعت تغییر Strain برشی یعنی :

$$\eta = \frac{\text{تنش برشی}}{\text{سرعت تغییر Strain برشی}} = \frac{F/A}{v/l}$$

و یا :

$$F = \eta A \frac{v}{l} \qquad (۱۵-۱۴)$$

مایعاتی مانندآب وکروزن‌که زودجاری میشوند. (یعنی باتنش‌کمی Strain آنها زیاد تغییر میکند) ویسکوزیته نسبتاً کمی دارند. درحالیکه درمایعاتی‌نظیر گلیسیرین‌و ملاس ها برای تغییرات‌کم Strain تنش نسبتاً زیادی‌لازم است. پس ویسکوزیته‌آنها زیاد است . ویسکوزیتـه‌گازها چنانکه قبلا گفته شد بمراتب ازویسکوزیته مایعات کمتراست . بطورکلی ویسکوزیته سیالات تـابع دماست . درمایعات، باافزایش دما، ویسکوزیته‌کاهش میابد و در گازها برعکس ، افزایش‌دما ، باعث‌افزایش ویسکوزیته میشود .

فرمول ۱۴ـ۱۵ در حالت خاصی صحیح است‌که سرعت لایه‌ها بتناسب افزایش‌فاصله ازلایه ساکن افزایش یابد . نسبت تغییرات سرعت برحسب فاصله را بنابرتعریف گرادیان

سرعت مینامندکه در این حالت خاص برابر $\frac{v}{l}$ است . درحالت کلی گرادیان سرعت متشابه نیست واندازه آن درهر نقطه عبارتست از $\frac{dv}{dy}$ که در آن dv تغییرات کم سرعت بین دو لایه بفاصله بسیارکم dy است (dy عمود بـرامتداد حرکت سیال است.) بنابراین صورت کلی فرمول ۱۴–۱۵ چنین است :

$$F = \eta A \frac{dv}{dy} \qquad (۱۴-۱۶)$$

جدول ۱۴–۱ چند نمونه ضریب ویسکوزیته

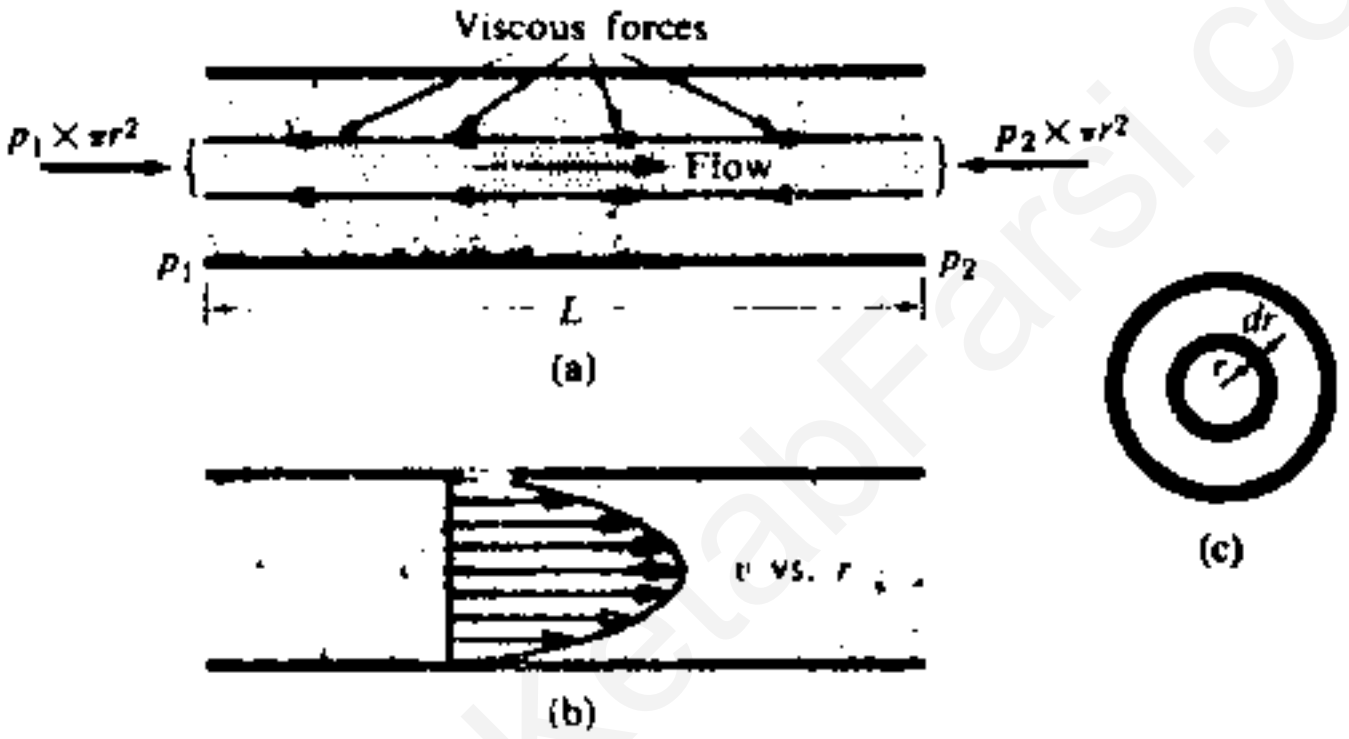
ویسکوزیته هوا برحسب میکروپواز	ویسکوزیته آب برحسب سانتی‌پواز	ویسکوزیته کاستروال برحسب پواز	دما برحسب °C
۱۷۱	۱/۷۹۲	۵۳	۰
۱۸۱	۱/۰۰۵	۹/۸۶	۲۰
۱۹۰	۰/۶۵۶	۲/۳۱	۴۰
۲۰۰	۰/۴۶۹	۰/۸۰	۶۰
۲۰۹	۰/۳۵۷	۰/۳۰	۸۰
۲۱۸	۰/۲۸۴	۰/۱۰	۱۰۰

واحد ویسکوزیته در هردستگاه برابـر حاصلضرب واحدهای نیرو وطول تقسیم بر حاصلضرب واحدهـای سرعت و سطح درآن دستگاه میباشد . پس در دستگاه cgs برابر $\frac{1\,dyne\cdot cm}{cm^2 \times cm/sec}$ است که برابرخواهد بود با : $1\,dyne\cdot sec/cm^2$ این واحد رایك پوازمینامند (بافتخاردانشمند فرانـوی پوازوی Poiseuille) ویسکوزیته‌های کم را بر حسب سانتی پواز (10^{-2} پواز) ومیکروپواز (10^{-6} پواز) می‌سنجند. جدول ۱۴–۱ ضرایب ویسکوزیته دومایع وهوا را در دماهای مختلف نشان میدهد .

۱۴–۶ ، قانون پوازوی

ازآنچه درباره طبیعت ویسکوزیته بیان شدمعلوم میشودکه اثرویسکوزیته دریك سیال درتمام نقاط یك سطح مقطع یکسان نیست . لایه خارجی بجدار مجرا چسبیده و سرعت آن

صفراست . دیواره لوله نیروئی درجهت مخالف حرکت برلایه مجاور خود وارد میاورد . این لایه نیز بنوبه خـود برلایه مجاور نیروی مخالفی‌واردآورده و این‌عمل‌درکلیه لایه‌ها تکرارمیشود. هرگاه سرعت، خیلی زیاد نباشد،جریان‌آرام یا لایه‌ای (Laminar)است. سرعت این جریان درمحور لوله ماکزیمم و درجدار لوله صفراست . فرض‌کنیم عده‌زیادی لوله‌کاغذی درون هم قرارگرفته ومجموعاً استوانه توپری ازکاغذ را بوجودآورده باشند . چنانچه مالوله را در امتداد محور خود بیك طرف حرکت دهیم لوله وسطی بیشتر بیرون آمده وهرچه ازلوله دورتر شویم لوله‌های‌کاغذ حرکت کمتری کرده‌اند . حرکت مایع در لوله‌ها نیزشبیه همین حرکت‌کاغذ است .



شکل ۱۴ـ۱۳ (a) نیروهای مؤثربریك لوله نازك معروض ازمایع (b) توزیع سرعت در مایع ویسکوزی که ازلوله عبور میکند .

قسمتی ازلوله راکه شعاع‌آن R وطول آن l است درنظرگیرید و فرض‌کنید مایع ویسکوزی ازداخل لوله عبور میکند . ضریب ویسکوزیته η وجریان ، لایه‌ای فرض شود . (شکل ۱۴ـ۱۳) . لوله نازکی ازمایع بشعاع r و بضخامت dr را در نظرگیرید . این لوله بحال تعادل است (با سرعت ثابت حرکت میکند) ازیکطرف دراثر وجود اختلاف‌فشار نیروی محرکی بر مایع وارد میشود و ازطرف دیگر در اثروجود ویسکوزیته مؤثر برجدار خارجی لوله، نیروی مقاوم‌دربرابرحرکت‌بوجود میاید. نیروی مقاوم عبارتست از :

$$(p_1 - p_2)\pi r^2$$

ونیروی ویسکوزیته بنابرفرمول ۱۴ـ۱۶ برابراست با :

$$-\eta A \frac{dv}{dt} = \eta \times 2\pi Lr \times \frac{dv}{dr}$$